

УДК 621.321

ПРИХОДЬКО С.И., д.т.н., профессор,  
КУРЦЕВ М.С., ассистент,  
ХАМЗЕ БИЛАЛ, аспирант (УкрГАЗТ)

## Повышение вычислительной эффективности помехоустойчивого кодирования/декодирования дискретных сообщений в телекоммуникационных системах и сетях

*Рассматривается математический аппарат многомерного преобразования Фурье в конечных полях, предлагается новый подход оценивания спектральных характеристик двоичных кодов через известный спектр кодовых слов его двоичного ограничения. Предлагается метод описания каскадных кодов в частотной области и алгоритмы кодирования/декодирования каскадными кодами с использованием преобразований в частотной области.*

**Ключевые слова:** обобщенный каскадный код, спектральные свойства кодов, многомерные спектры, вычислительной сложности алгоритмов, алгоритмы кодирования/декодирования каскадными кодами с преобразованием в частотной области, преобразование Фурье.

### Введение

Решение задач обеспечения помехоустойчивой и достоверной передачи дискретных сообщений по каналам современных телекоммуникационных сетей и систем возлагается на методы и вычислительные алгоритмы помехоустойчивого кодирования и цифровой обработки сигналов, которые должны функционировать в условиях ограниченных частотно-временных ресурсов и обеспечивать выполнение повышенных требований к качеству передачи данных.

На сегодняшний день вызывают интерес два класса помехоустойчивых кодов: кодирование с обнаружением ошибок и повторной передачей искаженных сообщений (методы ARQ); кодирование с прямым исправлением ошибок (методы FEC).

Главное преимущество методов ARQ перед схемами FEC заключается в простоте декодирующего оборудования и меньшей избыточности, чем коррекция ошибок. Кроме того, методы ARQ позволяют передавать информацию повторно только при обнаружении ошибки. С другой стороны, метод FEC является более приемлемым в случаях, когда обратный канал недоступен или задержка при использовании методов ARQ слишком велика, алгоритм повторной передачи нельзя реализовать удобным образом, при ожидаемом количестве ошибок потребуется слишком много повторных передач.

Проведенные исследования показали, что применение методов ARQ целесообразно только при очень низкой вероятности искажения единичного символа. В современных телекоммуникационных протоколах методы ARQ могут эффективно использоваться только при очень высоком качестве каналов передачи данных, т.е. при  $P_o \leq 10^{-4} \dots 10^{-7}$ . Для большинства реальных каналов передачи данных, организованных с использованием средств радиосвязи, указанные соотношения не выполняются и повышение помехоустойчивости передачи дискретных сообщений обеспечивается за счет применения кодов, позволяющих обнаруживать и исправлять ошибки.

Анализ каналов связи показывает, что вероятностные характеристики реальных каналов передачи данных существенно зависят от показателей группирования. Перспективные методы помехоустойчивого кодирования должны позволять эффективно обнаруживать и исправлять сложные конфигурации ошибок, обеспечивая при этом высокие показатели быстродействия при обработке и передаче информационных сообщений в современных телекоммуникационных системах и сетях.

При этом обеспечение высоких показателей помехоустойчивости каналов передачи данных с группированием ошибок непосредственно связано с применением кодов большой длины (для блочных кодов) и/или кодов с большим кодовым ограничением (для сверточных кодов). Практическое использование таких конструкций ограничивается быстрым ростом вычислительной сложности устройств декодирования при увеличении длины кода (длины кодового ограничения). Для снятия этого ограничения

предназначены каскадные кодовые конструкции, которые позволяют обеспечить высокую достоверность в условиях большого уровня шума при умеренной сложности декодирования.

Важным направлением в снижении вычислительной сложности помехоустойчивого кодирования при фиксированной вероятности ошибочного приема дискретных сообщений является применение элементов корреляционного и спектрального анализа для описания процедур кодирования/декодирования и снижения числа арифметических операций, необходимых для их реализации. Использование быстрых алгоритмов преобразования Фурье позволяет существенно снизить вычислительную сложность устройств кодирования и декодирования без снижения обеспечиваемой помехоустойчивости каналов передачи данных.

Наибольшее распространение в технике помехоустойчивого кодирования получили каскадные коды, в конструкции которых используются недвоичные коды второй ступени. Однако математический аппарат многомерных спектров к таким кодам не применим, невозможно использовать и быстрые многомерные преобразования Фурье, т.е. получить тот эффект, который дают в технике помехоустойчивого кодирования преобразования в частотной области. Спектральные свойства обобщенных каскадных кодов на сегодняшний день также не исследованы, методы алгебраического описания с учетом ограничений, накладываемых особенностями дискретных преобразований Фурье в конечных полях Галуа не изучены [1].

**Целью статьи** является развитие математического аппарата многомерных спектров для представления каскадных кодовых конструкций в частотной области и реализации на их основе эффективных алгоритмов помехоустойчивого кодирования и декодирования.

### Основная часть

Математический аппарат многомерных спектров позволяет задавать кодовые слова простейших каскадных кодов (кодов-произведений) в частотной области. Однако для исследования спектральных свойств кодовых слов обобщенного каскадного кода этот аппарат до сих пор не применялся по следующим причинам [2]:

- используемые на первой ступени двоичные коды имеют сложную алгебраическую структуру системы вложений, которая в спектральной области не исследовалась;
- кодовые слова кодов первой ступени обобщенного каскадного кода содержат двоичные символы, т.е. символы из  $GF(2)$ , в то время как на второй ступени используются недвоичные коды с символами из некоторого расширения  $GF(2^{a_i})$

двоичного конечного поля. Таким образом, по своей структуре кодовое слово обобщенного каскадного кода не может быть представлено в виде двумерной двоичной матрицы и, очевидно, многомерные спектральные преобразования для таких конструкций являются не корректными.

Предлагаемый подход к исследованию спектральных свойств обобщенных каскадных кодов состоит в использовании ограничений недвоичных кодовых слов на двоичное подполе и исследовании спектров этих ограничений. При этом спектральное представление недвоичных кодовых слов основного кода и спектральное представление соответствующих слов кода-ограничения непосредственно связаны и имеют строгую алгебраическую структуру, определяемую групповыми свойствами элементов конечного поля.

Предложенный подход к определению спектральных свойств основного кода по известному спектру кодовых слов его двоичного кода-ограничения является, по сути, дальнейшим развитием математического аппарата преобразования Фурье в конечных полях. Его практическое использование позволяет применить многомерные спектральные преобразования при исследовании алгебраических и частотных свойств обобщенных каскадных кодов. Действительно, использование многомерных спектров над двоичным представлением кодовых слов обобщенного каскадного кода позволяет сформировать спектр кода-произведения двоичного кода первой ступени и двоичного кода-ограничения основного недвоичного кода второй ступени.

### Разработка метода описания каскадных кодов в частотной области

Для решения задачи описания каскадных кодов в частотной области необходимо аналитически связать значения спектральных компонент кода внешней ступени с соответствующими спектральными компонентами его ограничения на подполе. Тогда математический аппарат многомерных спектров, с учетом этой введенной аналитической связи, очевидно, позволит вычислить кодовое слово каскадного кода в частотной области.

Структурная схема предлагаемого метода описания каскадных кодов в частотной области представлена на рис. 1.

Метод использует математический аппарат дискретного преобразования Фурье в конечных полях, линейной алгебры и полей Галуа. В качестве исходных данных используется известное описание каскадных кодов во временной области через последовательное вычисление кодовых слов кода внешней и внутренней ступени. В основе метода лежат следующие процедуры:

- представление кода внешней ступени через множество ограничений кодовых слов на произвольное подполе;
- вычисление спектра слов кода-ограничения и исследование его свойств;
- вывод взаимно-однозначной функциональной зависимости спектра кодовых слов внешней ступени со спектром слов кода-ограничения;
- вывод аналитических выражений для описания каскадного кода в частотной области.

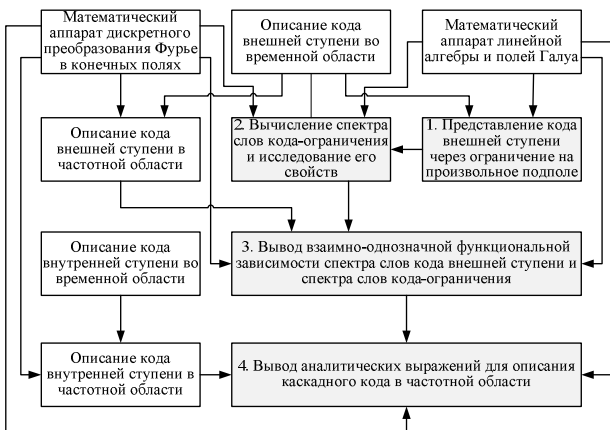


Рис. 1. Структурная схема предлагаемого метода описания каскадных кодов в частотной области

При решении первой задачи описания каскадных кодов в частотной области установлено, что спектр  $C$  произвольного временного вектора  $V$  над  $GF(q^m)$  есть линейная комбинация спектров  $c_0, c_1, \dots, c_{m-1}$  его векторов  $v_0, v_1, \dots, v_{m-1}$  - ограничений на произвольное подполе  $GF(q) \subseteq GF(q^m)$ . Конкретный вид этой линейной комбинации определяется выбором элемента  $\alpha$  - ядра преобразования Фурье

$$C = VW = v_0W + \alpha v_1W + \dots + \alpha^{m-1}v_{m-1}W = c_0 + \alpha c_1 + \dots + \alpha^{m-1}c_{m-1}$$

Практически это означает возможность вывода простых (линейных) выражения для расчета спектра произвольного временного вектора по известным спектрам его векторов-ограничений.

Решение второй задачи показало, что компоненты спектров векторов-ограничений произвольного временного вектора на произвольное подполе будут выражаться линейной комбинацией результатов степенных отображений компонентов спектра этого вектора

$$\begin{cases} (C_s)^{q^m} = c_{0,s} + \alpha^{q^m} c_{1,s} + \dots + \alpha^{(m-1)q^m} c_{m-1,s}, \\ (C_{sq \bmod N})^{q^{m-1}} = c_{0,s} + \alpha^{q^{m-1}} c_{1,s} + \dots + \alpha^{(m-1)q^{m-1}} c_{m-1,s}, \\ \dots \\ (C_{sq^{u_s-1} \bmod N})^{q^{m-u_s+1}} = c_{0,s} + \alpha^{q^{m-u_s+1}} c_{1,s} + \dots + \\ + \alpha^{(m-1)q^{m-u_s+1}} c_{m-1,s}. \end{cases}$$

Данное утверждение позволяет аналитически связать спектр векторов-ограничений произвольного кодового слова со спектром этого кодового слова.

Аналитическое решение третьей задачи установило следующие закономерности:

- кодовое слово каскадного кода есть линейная комбинация векторов-ограничений кодового слова внешней ступени;
- многомерный спектр многомерного слова есть результат многократного вычисления одномерного спектра ко всем одномерным представлениям этого слова.
- спектр кодового слова каскадного кода является, в построчной записи, множеством результатов двукратного вычисления одномерного спектра ко всем линейным комбинациям векторов-ограничений кодового слова внешней ступени.
- компоненты спектра произвольного кодового слова каскадного кода определяются линейной комбинацией результатов степенных отображений компонентов спектра кодового слова кода внешней ступени.

Результат последнего утверждения позволяет аналитически выразить спектр произвольного кодового слова каскадного кода через функциональное соответствие элементам спектра кодового слова кода внешней ступени, т.е. решить общую задачу описания каскадных кодов в частотной области.

Таким образом, в результате проведенных исследований получено общее решение задачи представления каскадных кодов в частотной области, что позволяет, используя выведенные аналитические зависимости компонентов многомерных спектров, строить в частотной области вычислительно эффективные алгоритмы кодирования и декодирования. Наиболее перспективным в этом смысле является использование быстрых многомерных преобразований Фурье.

#### Алгоритмы кодирования/декодирования каскадными кодами в частотной области

Реализация алгоритмов кодирования и декодирования каскадными кодами с использованием быстрого преобразования Фурье позволяет существенно сократить вычислительную сложность

преобразований и повысить, таким образом, оперативность обработки информации.

*Алгоритм кодирования каскадными кодами в частотной области*

Шаг 1. Ввести значения информационных частот.

Шаг 2. Сформировать спектр кодового слова кода внешней степени.

Шаг 2.1. Если поле символов кода внешней степени совпадает с полем компонент спектра (например, для РС кодов), тогда все не информационные частоты принять равными нулю.

Шаг 2.2. Если поле символов кода внешней степени не совпадает с полем компонент спектра (например, для БЧХ кодов), тогда все проверочные частоты принять равными нулю, остальные частоты вычислить с использованием ограничений сопряженности.

Шаг 3. Вычислить все компоненты спектра каскадного кода.

Шаг 3.1. Реализуя степенное отображение, вычислить элементы  $\left( C_{sq^w \bmod N} \right)^{q^{m-w}}$  для всех  $w=0, \dots, u_s - 1$ , где  $u_s$  - число в хорде  $A_s$  поля  $GF(q^m)$ ,  $s$  - положительное целое, пробегающее все степени примитивного элемента из разложения поля  $GF(q^m)$  на классы  $\{\alpha^s, \alpha^{s^q}, \dots, \alpha^{s^{q^{u_s}}}\}$  так, что  $\sum_s u_s = q^m - 2$ ,  $\#s = u$ .

Шаг 3.2. Используя линейную комбинацию  $\left( C_{sq^w \bmod N} \right)^{q^{m-w}}$ , определяемую алгебраической структурой кода внутренней степени, вычислить все  $c_{i,j}$ ,  $i=0, 1, \dots, n-1$ ,  $j=0, 1, \dots, N-1$  в (4).

Шаг 4. Выполнить обратное двумерное преобразование Фурье спектра каскадного кода.

Предложенный алгоритм легко обобщается на случай многомерных каскадных кодов. В этом случае, после вычисления спектра кодового слова кода внешней степени и формирования степенного отображения шаг 3.2 повторяется для каждой «мерности» каскадного кода. Сформированный таким образом многомерный спектр с помощью обратного многомерного преобразования Фурье преобразуется в многомерное кодовое слово.

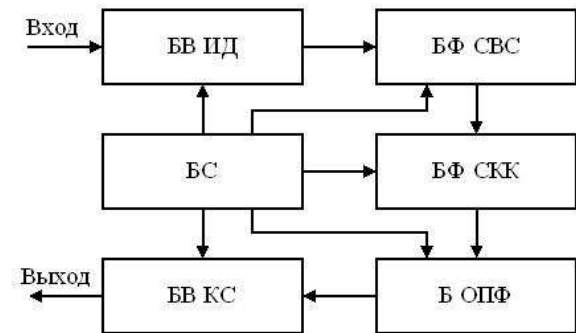


Рис. 2. Структурная схема устройства кодирования каскадными кодами в частотной области:

- БВ ИД – блок ввода информационных данных;
- БФ СВС – блок формирования спектра кодового слова внешней степени;
- БФ СКК – блок формирования спектра кодового слова каскадного кода;
- Б ОПФ – блок обратного преобразования Фурье;
- БВ КС – блок вывода кодового слова каскадного кода;
- БС – блок согласования.

Вход устройства соединен с первым входом БВ ИД, выход которого соединен с первым входом БФ СВС. Выход БФ СВС соединен с первым входом БФ СКК, выход которого соединен с первым входом Б ОПФ. Выход Б ОПФ соединен с первым входом БВ КС, выход которого соединен с входом устройства. Пять выходов БС соединены со вторыми входами БВ ИД, БФ СВС, БФ СКК, Б ОПФ, БВ КС, соответственно.

Устройство работает следующим образом. На вход устройства подаются информационные данные, подлежащие помехоустойчивому кодированию. В БВ ИД поданные данные записываются в информационные частоты спектра кодового слова внешней степени. Сформированное множество информационных частот подается на БФ СВС, в котором формируются оставшиеся элементы спектра. Сформированный спектр кодового слова внешней степени подается на БФ СКК, в котором вычисляются все компоненты спектра каскадного кода. Вычисленный спектр подается на Б ОПФ, где выполняется обратное преобразование Фурье и вычисляется, таким образом, кодовое слово каскадного кода во временной области. Вычисленное слово подается на БВ КС, где завершается формирование кодового слова посредством форматирования его требуемым образом с выдачей на выход устройства. БС служит для согласования функционирования отдельных блоков устройства и управления его работой.

Алгоритм декодирования алгебраических блочных кодов в частотной области

Шаг 1. Ввести значение искаженного кодового слова с символами из  $GF(q)$ , т.е. ввести последовательность  $v' = v + e$ , где

$$e = \begin{pmatrix} e_{0,0} & e_{0,1} & \dots & e_{0,K-1} & e_{0,K} & e_{0,K+1} & \dots & e_{0,N-1} \\ e_{1,0} & e_{1,1} & \dots & e_{1,K-1} & e_{1,K} & e_{1,K+1} & \dots & e_{1,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{m-1,0} & e_{m-1,1} & \dots & e_{m-1,K-1} & e_{m-1,K} & e_{m-1,K+1} & \dots & e_{m-1,N-1} \\ e_{m,0} & e_{m,1} & \dots & e_{m,K-1} & e_{m,K} & e_{m,K+1} & \dots & e_{m,N-1} \\ e_{m+1,0} & e_{m+1,1} & \dots & e_{m+1,K-1} & e_{m+1,K} & e_{m+1,K+1} & \dots & e_{m+1,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{n-1,0} & e_{n-1,1} & \dots & e_{n-1,K-1} & e_{n-1,K} & e_{n-1,K+1} & \dots & e_{n-1,N-1} \end{pmatrix}$$

есть последовательность ошибок, произошедших в канале связи при передаче кодового слова.

Шаг 2. Рассматривая столбцы матрицы  $v' = v + e$  как искаженные кодовые слова кода первой ступени декодировать их в спектральной области, например, алгоритмом Гао [3].

Шаг 2.1. Для всех  $i = 0, 1, \dots, N-1$  сформировать интерполяционный многочлен  $t_i(x)$  таким образом, чтобы  $t_i(\alpha^j) = v'_{j,i}$ ,  $\deg(t_i(x)) < n$ .

Шаг 2.2. Для всех  $i = 0, 1, \dots, N-1$  найти такие многочлены  $\lambda_i(x)$  и  $q_i(x)$ , что справедливо сравнение

$$\lambda_i(x) t_i(x) \equiv q_i(x) \pmod{x^n - 1},$$

причем следует найти многочлен  $q_i(x)$  наибольшей степени, так, что

$$\deg(q_i(x)) < \frac{n+k}{2}.$$

Шаг 2.3. Для всех  $i = 0, 1, \dots, N-1$  вычислить информационный спектральный многочлен

$$M_i^l(x) = \frac{q_i(x)}{\lambda_i(x)}.$$

Коэффициенты многочлена  $M_i^l(x) = M_{n-1,i}^l x^{n-1} + \dots + M_{1,i}^l x + M_{0,i}^l$  лежат в поле  $GF(q^m)$  и задают, таким образом, восстановленные информационные частоты  $i$ -ого кодового слова кода первой ступени.

Шаг 2.4. Для всех  $i = 0, 1, \dots, N-1$  восстановить информационную последовательность  $i$ -ого кодового

слова кода первой ступени. Для этого преобразовать (с учетом ограничений сопряженности) ненулевые компоненты вектора

$$M_i^l = (M_{n-1,i}^l, \dots, M_{1,i}^l, M_{0,i}^l)$$

с элементами из  $GF(q^m)$  в вектор

$$\overline{M}_i^l = (\overline{M}_{m-1,i}^l, \dots, \overline{M}_{1,i}^l, \overline{M}_{0,i}^l)$$

с элементами из  $GF(q)$ .

Шаг 3. Сформировать искаженное кодовое слово кода внешней ступени.

Шаг 3.1. Из всех найденных на предыдущем шаге элементов

$$\overline{M}_{j,i}^l, \quad j = 0, 1, \dots, m-1, \quad i = 0, 1, \dots, N-1,$$

сформировать матрицу

$$\overline{M}^l = \begin{pmatrix} \overline{M}_{0,0}^l & \overline{M}_{0,1}^l & \dots & \overline{M}_{0,K-1}^l & \overline{M}_{0,K}^l & \overline{M}_{0,K+1}^l & \dots & \overline{M}_{0,N-1}^l \\ \overline{M}_{1,0}^l & \overline{M}_{1,1}^l & \dots & \overline{M}_{1,K-1}^l & \overline{M}_{1,K}^l & \overline{M}_{1,K+1}^l & \dots & \overline{M}_{1,N-1}^l \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{M}_{m-1,0}^l & \overline{M}_{m-1,1}^l & \dots & \overline{M}_{m-1,K-1}^l & \overline{M}_{m-1,K}^l & \overline{M}_{m-1,K+1}^l & \dots & \overline{M}_{m-1,N-1}^l \end{pmatrix}.$$

Шаг 3.2. Рассматривая каждый столбец матрицы  $\overline{M}^l$ , состоящий из  $m$  символов из  $GF(q)$ , как один символ из  $GF(q^m)$ :

$$\overline{M}_i \Rightarrow \begin{pmatrix} \overline{M}_{0,i}^l \\ \overline{M}_{1,i}^l \\ \dots \\ \overline{M}_{m-1,i}^l \end{pmatrix}, \quad i = 0, \dots, N-1,$$

сформировать вектор

$$\overline{M} = (\overline{M}_0, \overline{M}_1, \dots, \overline{M}_{K-1}, \overline{M}_K, \overline{M}_{K+1}, \dots, \overline{M}_{N-1}),$$

т.е. для полиномиального представления элементов поля имеем:

$$\overline{M}_i(z) = \overline{M}_{0,i}^l + \overline{M}_{1,i}^l z + \dots + \overline{M}_{m-1,i}^l z^{m-1},$$

$$\overline{M}_i(z) \in GF(q^m).$$

Шаг 4. Декодировать сформированное на предыдущем шаге кодовое слово

$\overline{M} = (\overline{M}_0, \overline{M}_1, \dots, \overline{M}_{K-1}, \overline{M}_K, \overline{M}_{K+1}, \dots, \overline{M}_{N-1})$  кода  
внешней степени через преобразования в спектральной области, например, с использованием алгоритма Гао.

Шаг 4.1. Сформировать интерполяционный многочлен  $T(x)$  таким образом, чтобы

$$T(\alpha^i) = \overline{M}_i, \text{ deg}(T(x)) < N.$$

Шаг 4.2. Найти такие многочлены  $A(x)$  и  $Q(x)$ , что справедливо сравнение

$$A(x)T(x) \equiv Q(x) \text{ mod}(x^N - 1),$$

причем следует найти многочлен  $Q(x)$  наибольшей степени, так, что

$$\text{deg}(Q(x)) < \frac{N+K}{2}.$$

Шаг 4.3. Вычислить информационный спектральный многочлен

$$M^2(x) = \frac{Q(x)}{A(x)}.$$

Коэффициенты  $M^2(x)$  задают, таким образом, восстановленные информационные частоты кодового слова внешней ступени.

Шаг 5 (при необходимости). Преобразовать ненулевые компоненты вектора  $M^2 = (M_{N-1}^2, \dots, M_1^2, M_0^2)$  с элементами из  $GF(q^m)$  в информационный вектор  $I = (I_{K-1}, \dots, I_1, I_0)$  с элементами из  $GF(q)$ .

Предложенный алгоритм обобщается на случай многомерных каскадных кодов. В этом случае, на шаге 1 вводится многомерное кодовое слово, а шаг 2 повторяется для каждой «мерности» каскадного кода. После декодирования всех кодов первой ступени дальнейшие вычисления (шаг 3 и далее) производятся аналогично.

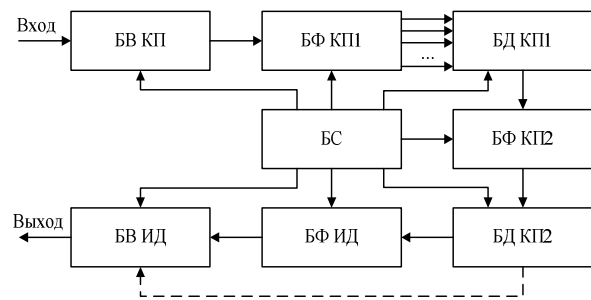


Рис. 3. Структурная схема устройства декодирования каскадных кодов в частотной области:

- БВ КП – блок ввода кодовых данных, т.е. кодовых слов с возможно искаженными кодовыми символами;
- БФ КП1 – блок формирования кодовых слов спектра кодового слова внешней степени;
- БФ КП1 – блок формирования кодовых последовательностей первого каскада;
- БД КП1 – блок декодирования кодовых слов первого каскада в частотной области;
- БФ КП2 – блок формирования кодовых последовательностей второго каскада;
- БД КП2 – блок декодирования кодовых слов второго каскада в частотной области;
- БФ ИД – блок формирования информационных данных;
- БВ ИД – блок вывода информационных данных;
- БС – блок согласования.

Устройство построено следующим образом. Вход устройства соединен с первым входом БВ КП, выход которого соединен с первым входом БФ КП1. Выходы БФ КП1 соединены с первым входом БД КП1, выход которого соединен с первым входом БФ КП2. Выход БФ КП2 соединен с первым входом БД КП2, выход которого соединен с первым входом БФ ИД или сразу с первым входом БВ ИД. Выход БВ ИД соединен с входом устройства. Семь выходов БС соединены со вторыми входами БВ КП, БФ КП1, БД КП1, БФ КП2, БД КП2, БФ ИД, БВ ИД, соответственно.

Устройство работает следующим образом. На вход устройства подаются кодовые последовательности каскадного кода, подлежащие декодированию. В БВ КП поданные данные формируются в виде слова каскадного кода с возможными ошибками. Сформированные слова подаются на БФ КП1, где производится формирование слов кода первой ступени. Сформированные слова подаются (допускается параллельная обработка) на вход БД КП1, где производится их декодирование с преобразованиями в частотной области. Результат декодирования (информационные частоты слов первой степени) подается в БФ КП2, где формируется кодовое слово кода второй ступени, подаваемое в БД КП2. В

БД КП2 кодовое слово декодируется, полученные информационные частоты кодового слова второй ступени подаются на вход БФ ИД или сразу на вход БВ ИД. При подаче информационных частот на вход БФ ИД формируется информационная последовательность в виде символов из  $GF(q)$ , которая подается на вход БВ ИД, где завершается процесс декодирования и отформатированный соответствующим образом результат работы устройства подается на его выход. При подаче информационных частот на вход БВ ИД на выход устройства подается информационная последовательность символов из  $GF(q^m)$ . БС служит для согласования функционирования отдельных блоков устройства и управления его работой.

Предложенные алгоритмы кодирования/декодирования вычислительно эффективно реализуются через выполнение элементарных операций над конечными полями и легко обобщаются на случай многомерных каскадных кодов.

Проведенные исследования вычислительной сложности разработанных алгоритмов кодирования каскадными кодами с преобразованиями в частотной области показали, что для двумерных  $(Nn, Kk, Dd)$  кодов с большими  $n$  и  $N$  сложность вычислений будет иметь порядок  $n \log n + N \log N$  операций. Для многомерного случая эта оценка определяется  $n_1 \log n_1 + n_2 \log n_2 + \dots + n_p \log n_p$ . Вычислительная сложность алгоритмов декодирования составляет  $Nn(\log n)^2$  операций для двумерного каскадного  $(Nn, Kk, Dd)$  кода и  $n_p \sum_{i=1}^{p-1} n_i (\log n_i)^2$  операций для многомерной каскадной кодовой конструкции.

Проведенные сравнительные исследования вычислительной сложности разработанных алгоритмов кодирования и декодирования показали, что переход в частотную область преобразования приводит, как правило, к существенному снижению вычислительной сложности. Это снижение сопоставимо с переходом от блочного кода заданной длины к соответствующему каскаду той же длины. Применение одновременно и каскадных кодовых конструкций и вычислительных процедур в частотной области позволяет обеспечить наименьшую вычислительную сложность.

Вычислительная эффективность разработанных выше алгоритмы кодирования обобщенными каскадными кодами в частотной области за счет использования спектрального описания обобщенных каскадных кодов без снижения корректирующей способности кода повышается в 1,5-2 раза.

При декодировании что за счет применения алгоритмов дискретного преобразования Фурье над

конечными полями Галуа и переноса в частотную область основных этапов обнаружения и исправления ошибок в принятом кодовом слове удается повысить вычислительную эффективность в 2 – 4 раза.

## Вывод

С учетом вышесказанного, можно сделать вывод, что для заданной длины кодовой конструкции и «мерности» каскадного кода использование разработанных и рассмотренных в статье предложений обеспечивает повышение вычислительной эффективности помехоустойчивого кодирования и декодирования дискретных сообщений в телекоммуникационных системах и сетях. С ростом длины кода, что характерно для современных телекоммуникационных систем и сетей, получаемый выигрыш возрастает.

## Литература

1. Форни Д. Каскадные коды: пер. с англ. [Текст] / Д. Форни. - М.: Мир - 1970. - 207 с.
2. Алгебраические сверточные коды: учеб. пособие [Текст] / Н.И. Данько, С.Л. Евсеев, А.А. Кузнецов, П.Ф. Поляков, СИ. Приходько. - Х.: УкрГАЗТ - 2007. - 238 с.
3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки [Текст] / Р. Блейхут. - М.: Мир - 1986. - 576 с.
4. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов [Текст] / Р. Блейхут. - М.: Мир - 1989. - 448 с.
5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы практическое применение [Текст] / Б. Скляр, пер. с англ. Под ред. А.В. Назаренко - Л.: Издат. дом «Вильямс» - 2003. - 1104 с.
6. Блох Э.Л. Обобщенные каскадные коды. Выпуск 5. [Текст] / Э.Л.Блох, В.В. Зяблов. - М.: Связь - 1976. - 240 с.
7. Блох Э.Л. Линейные каскадные коды. [Текст] / Э.Л.Блох, В.В. Зяблов. - М.: НАУКА - 1982. - 232 с.

**Приходько С.І., Курцев М.С., Хамзе Білал. Підвищення обчислювальної ефективності завадостійкого кодування/декодування дискретних повідомлень в телекомунікаційних системах та мережах.** Розглядається математичний апарат багатомірного перетворення Фур'є в кінцевих полях, пропонується новий підхід оцінки спектральних характеристик недвійкових кодів через відомий спектр кодових слів його двійкового обмеження. Пропонується метод опису каскадних кодів в частотній області і алгоритми кодування/декодування каскадним кодами з використанням перетворень в частотній області.

**Ключові слова:** узагальнений каскадний код, спектральні властивості кодів, багатомірні спектри, обчислювальної складності алгоритмів, алгоритми

кодування / декодування каскадним кодами з перетвореннями в частотній області, перетворення Фур'є.

---

**Prikhodko S.I., Kurtsev M.S., Hamze Bilal.**  
**Improvement of computational efficiency of noise combating coding/decoding of discrete messages in telecommunication systems and networks.**

The mathematical apparatus of multidimensional Fourier transform in finite fields is considered, a new approach as to the estimation of the spectral characteristics of nonbinary codes through the known range of codewords of its binary limitations is proposed. The method of descriptions of concatenated codes in the frequency domain and algorithms of encoding / decoding by cascade codes using transformations in the frequency domain is proposed.

**Key words:** generalized cascade code, spectral properties of codes, multidimensional spectra, the computational complexity of algorithms, algorithms for encoding / decoding cascade codes of changes in the frequency domain, the Fourier transform.

Рецензент д.т.н, професор Серков А.А. (НТУ «ХПИ»)

*Поступила 14.08.2013г.*