

УДК 625.03

ДАРЕНСКИЙ А.Н., д.т.н., профессор
КЛИМЕНКО А.В., аспирант (УкрГАЗТ)

Моделирование взаимодействия пути и подвижного состава при дискретном подрельсовом основании в зоне рельсовых стыков

Разработана математическая модель для определения приведенной вертикальной жесткости рельсовой нити в точке контакта колеса и рельса при движении колеса по рельсу, имеющему стыки.

Ключевые слова: приведенная вертикальная жесткость, верхнее строение пути, рельсовый стык, упругие опоры.

Актуальность

Исследования работы железнодорожного пути под действием нагрузки от подвижного состава численными методами позволяет получать информацию об особенностях воздействия на путь и особенностях напряженно-деформированного состояния всей конструкции в различных условиях эксплуатации при значительно меньших материальных и финансовых расходах по сравнению с экспериментальными методами. Численные методы так же дают возможность точно определять исходные расчетные данные, что практически невозможно при проведении экспериментальных работ.

Однако, применять численные методы возможно только тогда, когда математические модели адекватно отображают реальную работу как динамической системы «экипаж-путь», так и конструкции пути. Это в полной мере относится к моделированию взаимодействий пути и подвижного состава в зонах рельсовых стыков, поскольку теоретические и экспериментальные исследования показали, что уровень динамических воздействий на путь в стыках возрастает в 1,5-2 раза. Таким образом, моделирование работы рельсовой нити под действием вертикальной нагрузки в зоне стыка является актуальной задачей.

Анализ литературных источников

В настоящее время наиболее применяемой является модель пути, при которой рельсы представлены в виде балок бесконечной длины, опирающихся на сплошное упругое основание. На основании теоретических исследований Е.М. Бромберга, М.Ф. Вериги, А.Я. Когана, Г.М. Шахунянца [1-4] и других учёных разработаны математические модели взаимодействия пути и подвижного состава, напряженно-деформированного состояния пути, которые базируются на этой расчетной схеме.

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что для условий магистральных железных дорог теоретические и экспериментальные результаты имеют хорошую сходимость.

Однако ряд ученых (К.Д. Белых, [5], Н.С. Никеров, [6] и др.) считают, что для условий промышленных железных дорог такая расчетная схема чрезмерно идеализирует путь и его техническое состояние. В.В. Рыбкин, рассчитывая путь как балку на многих упругих опорах с переменными характеристиками жесткости под действием статической нагрузки, показал, что применение методов упругого основания дает заниженные на 17-24% результаты [7].

В работе [8] приведены математические модели динамической системы «экипаж-путь», в основе которых принята расчетная схема пути как балки на многих упруго-диссипативных опорах с нелинейными характеристиками. Реализация этих моделей в программной системе Mathcad позволяет определять пространственные силы воздействий экипажей на путь в условиях промышленного транспорта. Однако работа пути в зоне рельсовых стыков в этой работе не рассматривалась.

Целью статьи является разработка математической модели работы рельса в зоне стыка под действием вертикальных динамических сил от подвижного состава. При этом принята общая расчетная схема пути как балки на многих упругих опорах.

Основная часть

В работе [8] вертикальные силы взаимодействия экипажа и пути с использованием предположений об упруго-диссипативных характеристиках пути были определены как

$$R_i = C_e(y_p) + \beta_e(\dot{y}_p) \cdot \text{sign} \dot{y}_p, \quad (1)$$

где C_e – приведенная вертикальная жесткость рельсовой нити в точке контакта пути и рельса (Н/м);

y_p – вертикальный изгиб рельса под колесом (м);
 β_ϵ – параметр рассеивания энергии конструкцией

$$R = R_{yn} = C_\epsilon(y_p). \quad (3)$$

пути в вертикальной плоскости $\left(\frac{H \cdot c^2}{M} \right)$.

Первое слагаемое в правой части этой формулы является упругой составляющей – диссипативной составляющей вертикальных сил взаимодействия. Тогда эту формулу можно записать в виде

$$R = R_{yn} + R_{\text{дис}}. \quad (2)$$

Далее, на начальном этапе, рассматривалась работа пути под действием только упругой составляющей R_{yn}

$$C_\epsilon = \frac{1}{y_{\text{едр}}}, \quad (4)$$

где $y_{\text{едр}}$ – прогиб рельсовой нити под действием единичной силы $R_{\text{едуп}}=1$.

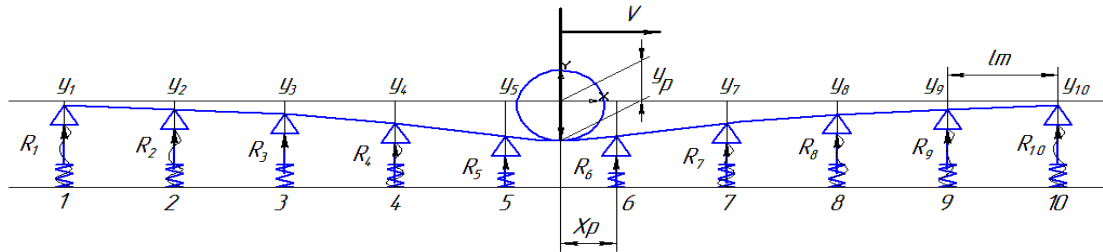


Рис. 1. Расчетная схема рельсовой нити на упругих опорах под действием движущей силы:

y_i – прогиб рельса на опорах;
 y_p – прогиб рельса под колесом.

Величину прогиба рельсовой нити под действием единичной силы можно определить как

$$y_{\text{едр}} = y_5 \frac{x_p}{l_u} + y_6 \frac{(\ell_u - x_p)}{l_u} + \frac{(\ell_u - x_p)^2 x_p^2}{3EI \ell_u}. \quad (5)$$

В этой формуле:

y_i – упругие осадки рельсовых опор;

l_u – расстояние между опорами;

x_p – расстояние от ближайшей опоры до точки приложения силы $R_{\text{едуп}}$;

$$x_p = l_u \left(1 - \left\{ \frac{x_{ni}}{l_u} \right\} \right), \quad (6)$$

где l_u – расстояние между опорами (м);

$\left\{ \frac{x_{ni}}{l_u} \right\}$ – дробная часть соотношения $\frac{x_{ni}}{l_u}$;

x_{ni} – текущая абсциса каждой пары (м).

Упругие осадки рельсовых опор были определены с использованием уравнений пяти моментов как:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (M_2 - 2M_1) \\ y_2 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (M_3 - 2M_2 + M_1) \\ y_3 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (M_4 - 2M_3 + M_2) \\ y_4 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (M_5 - 2M_4 + M_3) \\ y_5 &= \frac{1}{c \ell_u} [(\ell_u - x_p)R_{yn} + M_6 - 2M_5 + M_4] \\ y_6 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (x_p R_{yn} + M_7 - 2M_6 + M_5) \\ y_7 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (M_8 - 2M_7 + M_6) \\ y_8 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (M_9 - 2M_8 + M_7) \\ y_9 &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (M_{10} - 2M_9 + M_8) \\ y_{10} &= \frac{1}{c \cdot \ell_u} (-2M_{10} + M_9) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Неизвестные опорные моменты M_i определялись в матричной форме с использованием уравнений Крамера в виде:

$$M_i = \frac{\tilde{\Delta}_j}{\Delta} \cdot R_{едyn} \quad (8)$$

где Δ_j – определитель матрицы относительных жесткостей рельсов и рельсовых опор;

$\tilde{\Delta}_j$ – определитель матрицы свободных членов системы уравнений пяти моментов.

Для расчетной схемы, приведенной на рис. 1, матрица жесткостей получена в виде:

$$A = \begin{pmatrix} 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 1 + 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha \end{pmatrix} \quad (9)$$

Решая задачу о взаимодействии экипажа и пути методом Рунге Кутты в каждой точке интегрирования общей системы уравнений пути и подвижного состава, рассчитывались неизвестные опорные моменты для общей расчетной схемы (рис. 1). Далее определялись упругие прогибы рельсовой нити в точке контакта колеса и рельса, и таким образом определялась приведенная жесткость рельсовой нити.

Если определить в численном виде значения скоростей деформаций всех рельсовых опор, можно рассчитать также приведенный коэффициент диссипации пути, который, как и жесткость, является переменным в процессе движения и нелинейным.

Матрица жесткостей рельсовой нити (9), составленная для расчетной схемы (рис. 1), получена из условия постоянной жесткости рельса во всех пролетах.

Однако в зоне рельсового стека жесткость рельсовой нити будет иной. На этот параметр будут влиять и значения суммарной жесткости стыковых накладок, уровень натяжения стыковых болтов, наличие стыкового зазора.

Для учета такой особенности устройства пути в зоне стыка рассмотрим работу рельсовой нити при наличии рельсового стыка под действием вертикальной силы. Поскольку изменение изгибной жесткости рельса влияет на приведенную к точке контакта вертикальную жесткость в зависимости от

расстояния от точки контакта до стека, необходимо рассмотреть несколько расчетных схем.

В первом случае вертикальная сила находится в пятом пролете от стыка.

Расчетная схема в этом случае будет иметь вид (рис. 2).

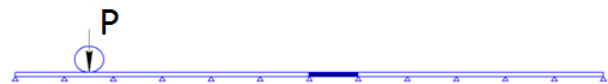


Рис. 2. Расчетная схема первого варианта нагружения

Запишем уравнения пяти моментов для каждой из десяти опор:

$$\begin{aligned}
 &\text{для 1}^{\text{ї}} \text{ опори: } M_1(4 + 6\alpha) + M_2(1 - 4\alpha) + M_3\alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 2}^{\text{ї}} \text{ опори: } M_1(1 - 4\alpha) + M_2(4 + 6\alpha) + M_3(1 - 4\alpha) + M_y\alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 3}^{\text{ї}} \text{ опори: } M_1\alpha + M_2(1 - 4\alpha) + M_3(4 + 6\alpha) + M_4(1 - 4\alpha) + M_5 \cdot \alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 4}^{\text{ї}} \text{ опори: } 0 + M_2\alpha + M_3(1 - 4\alpha) + M_4(4 + 6\alpha) + M_5(1 - 4\alpha) + M_6\alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 5}^{\text{ї}} \text{ опори:} \\
 &\quad \dots + M_3\alpha + M_4(1 - 4\alpha) + M_5(4 + 6\alpha) + M_6(1 - 4\alpha) + M_7\alpha + 0 \dots = \\
 &\quad = -\frac{R_{ymi}}{\rho_{uu}^2} x_p (\ell_{uu} - x_p) \cdot x_p (2\ell_{uu} - x_{pi}) + R_{ymi} [2\alpha x_{pi} - \alpha(\ell_{uu} - x_{pi})] \quad , \\
 &\text{для 6}^{\text{ї}} \text{ опори:} \\
 &\quad 0 + M_4\alpha + M_5(1 - 4\alpha) + M_6(4 + 6\alpha) + M_7(1 - 4\alpha) + M_8\alpha + 0 \dots = \\
 &\quad = -\frac{R_{ymi}}{\rho_{uu}^2} (\ell_{uu} - x_{pi}) \cdot x_{pi} (2\ell_{uu} - x_{pi}) + R_{ymi} [2\alpha(\ell_{uu} - x_{pi}) - \alpha x_{pi}] \quad , \\
 &\text{для 7}^{\text{ї}} \text{ опори:} \\
 &\quad \dots + M_5\alpha + M_6(1 - 4\alpha) + M_7(4 + 6\alpha) + M_8(1 - 4\alpha) + M_9\alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 8}^{\text{ї}} \text{ опори: } \dots + M_6\alpha + M_7(1 - 4\alpha) + M_8(4 + 6\alpha) + M_9(1 - 4\alpha) + M_{10}\alpha_{st} = 0, \\
 &\text{для 9}^{\text{ї}} \text{ опори: } \dots + M_7\alpha + M_8(1 - 4\alpha) + M_9(4 + 6\alpha) + M_{10}(1 - 4\alpha_{st}) = 0, \\
 &\text{для 10}^{\text{ї}} \text{ опори: } \dots + M_8\alpha + M_9(1 - 4\alpha) + M_{10}(4 + 6\alpha_{st}) = 0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

В этом случае матрица жесткостей будет иметь вид:

$$A_2 = \begin{pmatrix}
 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \alpha & 1 + 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha_{st} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha_{st} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha_{st}
 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

В этих формулах α_{st} – коэффициент относительной жесткости рельса и рельсовой опоры в зоне стыкового пролета:

$$\alpha_{st} = \frac{6EI_{st}}{C_y I_{st}^3}, \tag{12}$$

где E – модуль упругости рельсовой стали;

I_{st} – момент инерции рельса при вертикальном изгибе в стыковом пролете с учетом работы накладок;

C_y – вертикальная жесткость рельсовой опоры;
 l_{st} – расстояния между опорами в стыковом пролете.



Рис. 3. Расчетная схема второго варианта нагружения

Далее вертикальная сила находится в четвертом пролете от стыка (рис. 3).

Уравнения пяти моментов для каждой из десяти опор будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 &\text{для 1}^{\text{й}} \text{ опоры: } M_1(4 + 6\alpha) + M_2(1 - 4\alpha) + M_3\alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 2}^{\text{й}} \text{ опоры: } M_1(1 - 4\alpha) + M_2(4 + 6\alpha) + M_3(1 - 4\alpha) + M_4\alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 3}^{\text{й}} \text{ опоры: } M_1\alpha + M_2(1 - 4\alpha) + M_3(4 + 6\alpha) + M_4(1 - 4\alpha) + M_5 \cdot \alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 4}^{\text{й}} \text{ опоры: } 0 + M_2\alpha + M_3(1 - 4\alpha) + M_4(4 + 6\alpha) + M_5(1 - 4\alpha) + M_6\alpha + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 5}^{\text{й}} \text{ опоры:} \\
 &\quad \dots 0 + M_3\alpha + M_4(1 - 4\alpha) + M_5(4 + 6\alpha) + M_6(1 - 4\alpha) + M_7\alpha + 0 \dots = \\
 &\quad = -\frac{R_{y_{ni}}}{\ell_{u}^2} x_p (\ell_{u} - x_p) \cdot x_p (2\ell_{u} - x_{pi}) + R_{y_{ni}} [2\alpha x_{pi} - \alpha(\ell_{u} - x_{pi})] \quad , \\
 &\text{для 6}^{\text{й}} \text{ опоры:} \\
 &\quad 0 + M_4\alpha + M_5(1 - 4\alpha) + M_6(4 + 6\alpha) + M_7(1 - 4\alpha) + M_8\alpha + 0 \dots = \\
 &\quad = -\frac{R_{y_{ni}}}{\ell_{u}^2} (\ell_{u} - x_{pi}) \cdot x_{pi} (2\ell_{u} - x_{pi}) + R_{y_{ni}} [2\alpha(\ell_{u} - x_{pi}) - \alpha x_{pi}] \quad , \\
 &\text{для 7}^{\text{й}} \text{ опоры:} \\
 &\quad \dots 0 + M_5\alpha + M_6(1 - 4\alpha) + M_7(4 + 6\alpha) + M_8(1 - 4\alpha) + M_9\alpha_{st} + 0 \dots = 0, \\
 &\text{для 8}^{\text{й}} \text{ опоры: } \dots 0 + M_6\alpha + M_7(1 - 4\alpha) + M_8(4 + 6\alpha) + M_9(1 - 4\alpha_{st}) + M_{10}\alpha_{st} = 0, \\
 &\text{для 9}^{\text{й}} \text{ опоры: } \dots 0 + M_7\alpha + M_8(1 - 4\alpha) + M_9(4 + 6\alpha_{st}) + M_{10}(1 - 4\alpha_{st}) = 0, \\
 &\text{для 10}^{\text{й}} \text{ опоры: } \dots 0 + M_8\alpha + M_9(1 - 4\alpha_{st}) + M_{10}(4 + 6\alpha_{st}) = 0.
 \end{aligned} \tag{13}$$

В этом случае матрица жесткостей будет следующей:

$$A_3 = \begin{pmatrix}
 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \alpha & 1 + 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha & \alpha_{st} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha & 1 - 4\alpha_{st} & \alpha_{st} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha & 4 + 6\alpha_{st} & 1 - 4\alpha_{st} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1 - 4\alpha_{st} & 4 + 6\alpha_{st}
 \end{pmatrix} \tag{14}$$

Здесь все обозначения прежние.

Таким образом, по мере приближения колеса к стыковому пролету матрицы жесткостей будут изменяться следующим образом:

- колесо знаходиться в третьем пролете от стыкового пролета:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 1+4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha_{st} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha_{st} & \alpha_{st} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha_{st} & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha \end{pmatrix}. \quad (15)$$

- во втором пролете:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 1+4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha_{st} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha_{st} & \alpha_{st} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha_{st} & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{st} & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha & 1-4\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{st} & 1-4\alpha & 4+6\alpha \end{pmatrix}. \quad (16)$$

- в первом пролете:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 1+4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha_{st} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha_{st} & \alpha_{st} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha_{st} & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{st} & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{st} & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha \end{pmatrix}. \quad (17)$$

- колесо находится в стыковом пролете:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 1+4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha_{st} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha_{st} & \alpha_{st} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha_{st} & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha_{st} & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{st} & 1-4\alpha_{st} & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{st} & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 1-4\alpha & 4+6\alpha & 1-4\alpha \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Далее, по мере удаления от стыкового пролета, матрицы будут симметрично изменяться в обратную сторону.

Составляя определители матрицы жесткости и определители матрицы внешней загрузки, единичные опорные моменты рассчитать по формуле

$$M_i = \frac{\Delta_j}{\Delta}. \quad (19)$$

Зная единичные опорные моменты, рассчитываются упругие единичные прогибы опор (система уравнений 7), единичные прогибы в точке действия нагрузки (формула 5) и искомые приведенные вертикальные жесткости рельсовой нити. Эти значения используются в расчетах вертикальных динамических сил взаимодействия по описанной выше методике.

Вывод

Таким образом, разработана математическая модель, которая позволяет определить приведенную к точке контакта колеса и рельса жесткость рельсовой нити, что позволяет определять вертикальные динамические силы взаимодействия пути и подвижного состава с учетом изменений параметров изгибной жесткости рельсовой нити в зоне стыка.

Следует подчеркнуть, что влияние этих параметров на силы взаимодействия непрерывно изменяется в процессе движения, нелинейно зависит как от жесткости рельсовых опор, так и от жесткости рельсов вне стыка и в зоне рельсового стыка.

Литература

- 1 Бесстыковой путь [Текст] / В.Г. Альбрехт, Е.М. Бромберг, Н.Б. Зверев и др. – М.: Транспорт, 1982. – 206 с.
- 2 Взаимодействие пути и подвижного состава [Текст]: Е.М. Бромберг, М.Ф. Вериго, В.Н. Данилов / под ред. М.А. Фишмана. – М.: Транжелдориздат. – 1956. 280 с.
- 3 Шахунянец Г.М. Железнодорожный путь [Текст]: Монография / Г.М. Шахунянец – М.: Транспорт, 1987 – 497 с.
- 4 Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава [Текст]: М.Ф. Вериго, А.Я. Коган. – М.: Транспорт – 1986 – 589 с.
- 5 Белых К.Д., Уманов М.К., Малышко Г.Н., О нагрузках от колес при расчете железнодорожного пути [Текст] / К.Д. Белых, М.К. Уманов, Г.Н. Малышко // Металлургическая промышленность. – 1976. - №5 – с. 78-79
- 6 Нисиров Н.С. Исследования сил взаимодействия рельсовых нитей и подрельсовых шпальных оснований [Текст] // Труды ЛИИЖТ – Л.: Транспорт – 1977 - №416 – с.26-35.
- 7 Климов В.И., Рыбкин В.В., Исследование влияния нелинейных характеристик подрельсового основания пути [Текст] / В.И. Климов, В.В. Рыбкин // Труды ДИИТа – 1987 - №244/32. – с.72-84
- 8 Даренский А.Н. Теоретичні та експериментальні дослідження роботи залізничних колій промислового транспорту: монографія / О.М. Даренський, - Харків: УкрДАЗТ, 2011 – 204 с.

О.М. Даренський, А.В. Клименко. Моделювання взаємодії колії і рухомого складу при дискретній підрейковій основі, в зоні рейкових стиків. Розроблена математична модель для визначення приведеної вертикальної жорсткості рейкової нитки в точці контакту колеса и рейки при русі колеса по рейці яка має стики.

Ключові слова: приведена вертикальна жорсткість, верхня будова колії, рейковий стик, пружні опори.

A.N. Darenskiy, A.V. Klimenko. Design of track and rolling stock interaction at discrete subrail foundation, in the area of rail joints. A mathematical model for determining unit vertical stiffness of rail line in wheel and rail point of engagement when running on a rail having joints.

Key words: unit vertical stiffness, permanent way, rail joint, resilient mounts.

Рецензент д.т.н., профессор Плугин А.А.
(УкрГАЗТ)

Поступила 27.06.2013г.