

УДК 621.321

ПРИХОДЬКО С.И., д.т.н., профессор (УкрГАЗТ)  
 КУРЦЕВ М.С., заведующий лабораторией  
 ХАМЗЕ БИЛАЛ, аспирант

## Алгоритм кодирования каскадными кодами в частотной области

Разработан вычислительный алгоритм кодирования каскадными кодами с использованием преобразований в частотной области. Предложенный алгоритм вычислительно эффективно реализуется через выполнение элементарных операций над конечными полями и легко обобщается на случай многомерных каскадных кодов. Для обоснования практических рекомендаций по использованию разработанного алгоритма кодирования каскадными кодами в частотной области в данной статье предлагается структурная схема устройства, которая реализована программно на языке высокого уровня Delphi.

**Ключевые слова:** обобщенный каскадный код, спектральные свойства кодов, многомерные спектры, алгоритмы кодирования каскадными кодами в частотной области, преобразование Фурье.

### Постановка проблемы в общем виде и анализ литературы

Использование корректирующих ошибки кодов позволяет обеспечить требуемые показатели достоверности передачи данных. Быстрый рост объемов обрабатываемой и передаваемой информации в телекоммуникационных системах и сетях приводит к повышению требований к оперативности ее обработки, в том числе и при реализации методов помехоустойчивого кодирования. При этом, большинство существующих методов кодирования каскадных кодов, как правило, реализованы во временной области [4, 5, 7], вычислительная сложность реализации которых возрастает, что сдерживает практическую реализацию методов [3, 5, 6].

Таким образом, решение этой задачи, может быть получено на основе разработки методов и вычислительных алгоритмов обработки каскадных кодов в частотной области. Реализация алгоритмов кодирования и декодирования каскадными кодами с использованием быстрого преобразования Фурье позволяет существенно сократить вычислительную сложность преобразований и повысить, таким образом, оперативность обработки информации [4, 5, 7].

**Цель статьи** – разработка вычислительного алгоритма кодирования каскадными кодами с использованием преобразований в частотной области.

### Основной материал

#### 1. Разработка вычислительного алгоритма кодирования каскадными кодами в частотной области

Компоненты кодового слова во временной области

$$v = \begin{pmatrix} v_{0,0} & v_{0,1} & \dots & v_{0,K-1} & v_{0,K} & v_{0,K+1} & \dots & v_{0,N-1} \\ v_{1,0} & v_{1,1} & \dots & v_{1,K-1} & v_{1,K} & v_{1,K+1} & \dots & v_{1,N-1} \\ \dots & \dots \\ v_{m-1,0} & v_{m-1,1} & \dots & v_{m-1,K-1} & v_{m-1,K} & v_{m-1,K+1} & \dots & v_{m-1,N-1} \\ v_{m,0} & v_{m,1} & \dots & v_{m,K-1} & v_{m,K} & v_{m,K+1} & \dots & v_{m,N-1} \\ v_{m+1,0} & v_{m+1,1} & \dots & v_{m+1,K-1} & v_{m+1,K} & v_{m+1,K+1} & \dots & v_{m+1,N-1} \\ \dots & \dots \\ v_{n-1,0} & v_{n-1,1} & \dots & v_{n-1,K-1} & v_{n-1,K} & v_{n-1,K+1} & \dots & v_{n-1,N-1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

каскадного  $(Nn, Kk, Dd)$  кода над полем  $GF(q)$  определяются линейной комбинацией результатов степенных отображений компонентов спектра

$$C = (C_0, C_1, C_2, \dots, C_{N-1}), \quad (2)$$

кодового слова кода внешней ступени,  $C_i \in GF(q^m)$ .

Фактически это означает, что все элементы кодового слова каскадного кода могут быть аналитически вычислены по заданным информационным частотам алгебраического кода внешней ступени.

Обозначим символом

$$C_{inf} = \{C_{i_0}, C_{i_1}, C_{i_2}, \dots, C_{i_{K-1}}\}, \quad (3)$$

множество информационных частот,  $C_{i_j} \in GF(q^m)$ .

Номера  $i_j$  информационных частот, входящих в множество  $C_{Inf}$ , выбираются исходя из алгебраической структуры кода внешней ступени. Эти  $K$  информационных частоты задают все остальные компоненты спектра (1) кодового слова кода внешней ступени и аналитически задают все компоненты спектра

$$c = \begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \dots & c_{0,K-1} & c_{0,K} & c_{0,K+1} & \dots & c_{0,N-1} \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \dots & c_{1,K-1} & c_{1,K} & c_{1,K+1} & \dots & c_{1,N-1} \\ \dots & \dots \\ c_{m-1,0} & c_{m-1,1} & \dots & c_{m-1,K-1} & c_{m-1,K} & c_{m-1,K+1} & \dots & c_{m-1,N-1} \\ c_{m,0} & c_{m,1} & \dots & c_{m,K-1} & c_{m,K} & c_{m,K+1} & \dots & c_{m,N-1} \\ c_{m+1,0} & c_{m+1,1} & \dots & c_{m+1,K-1} & c_{m+1,K} & c_{m+1,K+1} & \dots & c_{m+1,N-1} \\ \dots & \dots \\ c_{n-1,0} & c_{n-1,1} & \dots & c_{n-1,K-1} & c_{n-1,K} & c_{n-1,K+1} & \dots & c_{n-1,N-1} \end{pmatrix} \quad (4)$$

каскадного  $(Nn, Kk, Dd)$  кода и, соответственно, компоненты кодового слова (1) во временной области.

Таким образом, алгоритм вычисления кодового слова (1) каскадного кода над  $GF(q)$  зададим следующей последовательностью шагов.

*Алгоритм кодирования каскадными кодами в частотной области*

Шаг 1. Ввести значения информационных частот (3).

Шаг 2. Сформировать спектр кодового слова кода внешней ступени (2).

Шаг 2.1. Если поле символов кода внешней ступени совпадает с полем компонент спектра (например, для РС кодов), тогда все не информационные частоты принять равными нулю.

Шаг 2.2. Если поле символов кода внешней ступени не совпадает с полем компонент спектра (например, для БЧХ кодов), тогда все проверочные частоты принять равными нулю, остальные частоты вычислить с использованием ограничений сопряженности.

Шаг 3. Вычислить все компоненты спектра (4) каскадного кода.

Шаг 3.1. Реализуя степенное отображение, вычислить элементы  $\left( c_{sq^w \bmod N} \right)^{m-w}$  для всех  $w = 0, \dots, u_s - 1$ , где  $u_s$  - число в хорде  $A_s$  поля  $GF(q^m)$ ,  $S$  - положительное целое, пробегующее все степени примитивного элемента из разложения поля

$GF(q^m)$  на классы  $\{\alpha^s, \alpha^{sq}, \dots, \alpha^{sq^{u_s}}\}$  так, что  $\sum_s u_s = q^m - 2, \#s = u$ .

Шаг 3.2. Используя линейную комбинацию  $\left( c_{sq^w \bmod N} \right)^{m-w}$ , определяемую алгебраической структурой кода внутренней степени, вычислить все  $c_{i,j}, i = 0, 1, \dots, n-1, j = 0, 1, \dots, N-1$  в (4).

Шаг 4. Выполнить обратное двумерное преобразование Фурье спектра (4).

Предложенный алгоритм легко обобщается на случай многомерных каскадных кодов. В этом случае, после вычисления спектра кодового слова кода внешней степени и формирования степенного отображения шаг 3.2 повторяется для каждой «мерности» каскадного кода. Сформированный таким образом многомерный спектр с помощью обратного многомерного преобразования Фурье преобразуется в многомерное кодовое слово.

Оценим сложность предложенного алгоритма кодирования каскадными кодами в частотной области.

Сложность выполнения первых двух шагов учитывать не будем, т.к. эти преобразования определяются процедурой ввода и форматирования информационных символов.

Оценим сложность третьего шага алгоритма. Реализация степенного отображения предполагает вычисление таких степеней информационных частот, которые соответствуют элементам хорды

$$A_j = \{j, jq, \dots, jq^{m_j-1}\}, \text{ т.е. необходимо произвести}$$

не более  $(m-1)$  операций возведения в степень  $q$ .

Для наиболее распространенного и используемого случая  $q=2$  требуется, таким образом, для каждой

информационной частоты выполнить не более  $(m-1)$  возведений в квадрат. Сложность реализации шага 3.1 составляет, таким образом,  $K(m-1) \approx N \log N$

операций. Сложность реализации шага 3.2 определяется алгебраической структурой кода

внутренней степени. В общем (худшем) случае для формирования всех элементов спектра (4) потребуется

не более  $(k-1)N$  операций. Последняя оценка очень

груба и может быть для конкретного случая значительно улучшена. Положим сложность

вычислений на этом шаге равную  $\approx N \log N$

операций.

Сложность реализации последнего (четвертого) шага алгоритма кодирования определяется

сложностью выполнения обратного многомерного преобразования Фурье. Сложность реализации  $n$

точечного быстрого преобразования Фурье составляет  $n \log n$ . В случае двумерного  $(Nn, Kk, Dd)$

каскадного кода сложность прямого (обратного)

быстрого преобразования Фурье составит  $n \log n + N \log N$ . Для многомерного случая эта оценка обобщается выражением

$$n_1 \log n_1 + n_2 \log n_2 + \dots + n_p \log n_p. \quad (5)$$

Таким образом, вычислительная сложность реализации алгоритма кодирования двумерного каскадного кода в частотной области для больших  $n$  и  $N$  будет иметь порядок  $n \log n + N \log N$ . Для многомерного случая эта оценка определяется (5).

## 2. Устройство кодирования каскадными кодами в частотной области

Разработанный алгоритм кодирования каскадными кодами в частотной области позволяет за конечное число шагов по заданным информационным частотам кода внешней ступени сформировать спектр и кодовое слово во временной области. При этом основные вычисления выполняются в арифметике конечных полей.

Для обоснования практических рекомендаций по использованию разработанного алгоритма кодирования каскадными кодами в частотной области в данной статье предлагается структурная схема устройства, приведенная на рис. 1.

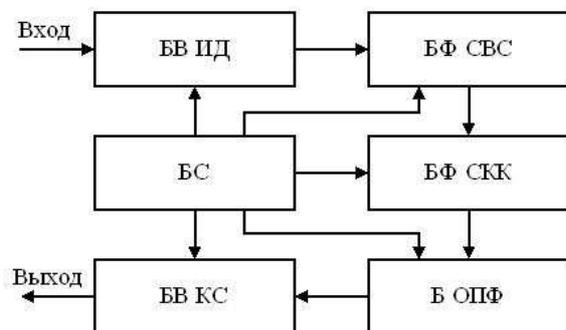


Рис. 1. Структурная схема устройства кодирования каскадными кодами в частотной области:

- БВ ИД – блок ввода информационных данных;
- БФ СВС – блок формирования спектра кодового слова внешней степени;
- БФ СКК – блок формирования спектра кодового слова каскадного кода;
- Б ОПФ – блок обратного преобразования Фурье;
- БВ КС – блок вывода кодового слова каскадного кода;
- БС – блок согласования.

Вход устройства соединен с первым входом БВ ИД, выход которого соединен с первым входом БФ СВС. Выход БФ СВС соединен с первым входом

БФ СКК, выход которого соединен с первым входом Б ОПФ. Выход Б ОПФ соединен с первым входом БВ КС, выход которого соединен с выходом устройства. Пять выходов БС соединены со вторыми входами БВ ИД, БФ СВС, БФ СКК, Б ОПФ, БВ КС соответственно.

Устройство работает следующим образом. На вход устройства подаются информационные данные, подлежащие помехоустойчивому кодированию. В БВ ИД поданные данные записываются в информационные частоты спектра кодового слова внешней ступени, т.е. формируется множество (3). Сформированное множество информационных частот подается на БФ СВС, в котором формируются оставшиеся элементы спектра (2). Сформированный спектр (2) кодового слова внешней ступени подается на БФ СКК, в котором вычисляются все компоненты спектра каскадного кода, т.е. вычисляется (4). Вычисленный спектр (4) подается на Б ОПФ, где выполняется обратное преобразование Фурье и вычисляется, таким образом, кодовое слово каскадного кода (1) во временной области. Вычисленное слово (1) подается на БВ КС, где завершается формирование кодового слова посредством форматирования его требуемым образом с выдачей на выход устройства. БС служит для согласования функционирования отдельных блоков устройства и управления его работой.

Разработанное устройство и вычислительный алгоритм кодирования каскадными кодами в частотной области реализованы программно, на языке высокого уровня Delphi.

На рис. 2 приведено изображение интерфейса программной реализации устройства кодирования каскадными кодами в частотной области. Интерфейс ввода-вывода содержит следующие элементы:

- поле для ввода информационных данных с клавишей «Ввести данные случайно» - имитирует работу источника информации и БВ ИД;
- поле кодирования каскадным кодом во временной области с клавишей «Кодировать» - имитирует работу известного алгоритма кодирования каскадными кодами через преобразования во временной области;
- поле вычисления и исследования спектральных свойств каскадного кода с клавишей «Спектр» - реализует вычисление прямого преобразования Фурье для вычисленного кодового слова во временной области (известным алгоритмом);
- поле для кодирования каскадным кодом в частотной области по разработанному алгоритму с клавишей «Кодировать через спектр» - имитирует работу БФ СВС, Б ОПФ, БФ СКК и БВ КС;
- поле для проверки правильности и корректности реализации алгоритма с клавишами «Обратное» и «Проверить» - реализует обратное преобразование

Фурье для вычисленного кодового слова во временной области (известным методом) и проверку тождественности сформированных кодовых слов как во временной, так и в частотной области.

Разработанная программная реализация соответствует примеру построения двоичного каскадного кода через произведение двоичного БЧХ (7, 3, 4) кода и кода РС с параметрами (7, 4, 4) над  $GF(2^3)$ .

Таким образом, разработанный алгоритм формирования кодового слова каскадного кода в частотной области и предложенная схема устройства кодирования реализованы программно. Разработанная программная реализация наглядно демонстрирует все этапы процесса формирования кодового слова каскадного кода в частотной области, позволяет проверить их правильность и корректность, что подтверждает достоверность и обоснованность полученных результатов.

#### Выводы

1. Разработан вычислительный алгоритм кодирования каскадными кодами с использованием преобразований в частотной области. Предложенный алгоритм вычислительно эффективно реализуются через выполнение элементарных операций над конечными полями и легко обобщаются на случай многомерных каскадных кодов.

2. Проведенные исследования вычислительной сложности разработанного алгоритма кодирования каскадными кодами с преобразованиями в частотной области показали, что для двумерных  $(Nn, Kk, Dd)$  кодов с большими  $n$  и  $N$  сложность вычислений будет иметь порядок  $n \log n + N \log N$  операций. Для многомерного случая эта оценка определяется  $n_1 \log n_1 + n_2 \log n_2 + \dots + n_p \log n_p$ .

3. Для обоснования практических рекомендаций по использованию разработанного алгоритма кодирования каскадными кодами с использованием преобразований в частотной области разработана структурная схема соответствующего устройства (рис. 1). Для подтверждения достоверности и адекватности приведенных рассуждений разработана компьютерная (имитационная) модель, которая в виде программной реализации имитирует устройства кодирования и предложенный алгоритм с преобразованиями в частотной области.

#### Литература

1. Приходько С.И. Исследование методов представления алгебраических обобщенных каскадных кодов [Текст] / С.И. Приходько, М.С. Курцев, Биал Хамзе // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2012. – №6(97). – С.19 - 22.
2. Приходько С.И. Спектральные свойства обобщенных каскадных кодов [Текст] / С.И. Приходько, М.С. Курцев, Биал Хамзе // Збірник наукових праць Харківського університету повітряних сил. – Х.:ХУПС – 2013. – Випуск 2(35). – С. 67-71.
3. Форми Д. Каскадные коды: пер. с англ. [Текст] / Д. Форми. - М.: Мир - 1970. - 207 с.
4. Алгебраические сверточные коды: учеб. пособие [Текст] / Н.И. Данько, С.Л. Евсеев, А.А. Кузнецов, П.Ф. Поляков, С.И. Приходько. - Х.: УкрГАЗТ - 2007. - 238 с.
5. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки [Текст] / Р. Блейхут. - М.: Мир - 1986. - 576 с.
6. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов [Текст] / Р. Блейхут. - М.: Мир - 1989. - 448 с.
7. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы практического применения [Текст] / Б. Скляр, пер. с англ. Под ред. А.В. Назаренко - Л.: Издат. дом «Вильямс» - 2003. - 1104 с.
8. Блох Э.Л. Обобщенные каскадные коды. Выпуск 5. [Текст] / Э.Л.Блох, В.В. Зяблов. – М.: Связь - 1976. - 240 с.
9. Блох Э.Л. Линейные каскадные коды. [Текст] / Э.Л. Блох, В.В. Зяблов. – М.: НАУКА - 1982. – 232 с.

**Приходько С.І., Курцев М.С., Хамзе Біал.** Розробка обчислювального алгоритму кодування каскадними кодами в частотній області. Розроблено обчислювальний алгоритм кодування каскадними кодами з використанням перетворень в частотній області. Запропонований алгоритм обчислювально ефективно реалізується через виконання елементарних операцій над кінцевими полями і легко узагальнюється на випадок багатовимірних каскадних кодів. Для обґрунтування практичних рекомендацій з використання розробленого алгоритму кодування каскадними кодами в частотній області в даній статті пропонується структурна схема пристрою, яка реалізована програмно мовою високого рівня Delphi.  
**Ключові слова:** узагальнений каскадний код, спектральні властивості кодів, багатовимірні спектри, алгоритми кодування каскадними кодами в частотній області, перетворення Фур'є.

**Prikhodko S.I., Kurtsev M.S., Hamze Bilal.**

**Development of computer coding algorithm concatenated codes in the frequency domain.**

Developed a computational algorithm of coding cascading codes using transformations in the frequency domain. The proposed algorithm is computationally effectively realized through the implementation of basic operations over finite fields and easily generalized to the case of multidimensional concatenated codes. To justify practical recommendations on the use of the developed algorithm of coding cascading codes in the frequency domain, this article provides a block diagram of the device, which is implemented in software in a high level language Delphi.

**Key words:** generalized concatenated code spectral properties of codes, multi-dimensional spectra, algorithms of coding cascading codes in the frequency domain, the Fourier transform.

Рецензент д.т.н., професор Алёшин Г.В.  
(УкрГАЗТ)

*Поступила 10.06.2013г.*