

К.В. Борисов,
канд. техн. наук Ю.О. Ярошок

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ КОЛИВАНЬ У ТЯГОВОМУ ПРИВОДІ ВАНТАЖНОГО ЕЛЕКТРОВОЗА

Представив д-р техн. наук, професор Ю.М. Андрєєв (НТУ ХПІ)

Постановка проблеми. При створенні або удосконаленні технічних конструкцій значні кошти і час витрачаються на натурні випробування. Скоротити їх тривалість і об'єм можна завдяки розвинутому математичному моделюванню. Завжди існує проблема побудови адекватних математичних моделей та вибору методів їх дослідження.

У галузі динаміки залізничних екіпажів публікується чимало статей і монографій, що свідчить, на наш погляд, про актуальність таких досліджень. У статті побудована математична модель тягового привода вантажного електровоза типу ВЛ80 (або ВЛ10). Модель відтворює кутові змушені коливання тягового електродвигуна (ТЕД) у вертикальній вдовж рейок площині. При опорно-осьовому підвішуванні ТЕД ці коливання збурюються кінематично, за рахунок вертикальних переміщень колісної пари на нерівностях рейкової колії. Ці нерівності умовно прийняті гармонійною функцією переміщення $x(t)$:

$$z_o = \zeta \cdot \sin(2\pi \cdot x(t) / l);$$

але при нерівномірному русі електровоза ця функція не буде гармонійною в часі.

У подальшому автори планують ускладнення моделі, зокрема врахування випадкового характеру нерівностей колії. Кінцевою метою є дослідження впливу параметрів моделі на її динамічні

властивості. Методом дослідження обраний універсальний метод математичного експерименту (чисельного інтегрування диференціальних рівнянь), що дозволяє відносно легко отримати результат для таких моделей, для яких складно або неможливо скористатися аналітичними методами.

Досліджувана схема наведена на рис. 1. На цьому рисунку і в наведених далі математичних рівняннях прийняті такі позначення:

L – опорна база ТЕД;

l – довжина хвилі нерівностей рейки;

ζ – амплітуда нерівностей рейки;

ζ – централь зубчастої пари тягового редуктора;

u – передатне число зубчастої пари;

c – коефіцієнт жорсткості гумових шайб маятникового підвісу;

β – параметр демпфірування гумових шайб (амортизатора);

$m_{Я}$ – маса якоря ТЕД;

$J_{Я}$ – момент інерції якоря з шестернями відносно власної осі;

$m_{К}$ – маса корпусу ТЕД та кожухів редукторів;

$J_{К}$ – момент інерції корпусу ТЕД з кожухами редукторів відносно центра мас, який приблизно співпадає з віссю вала якоря.

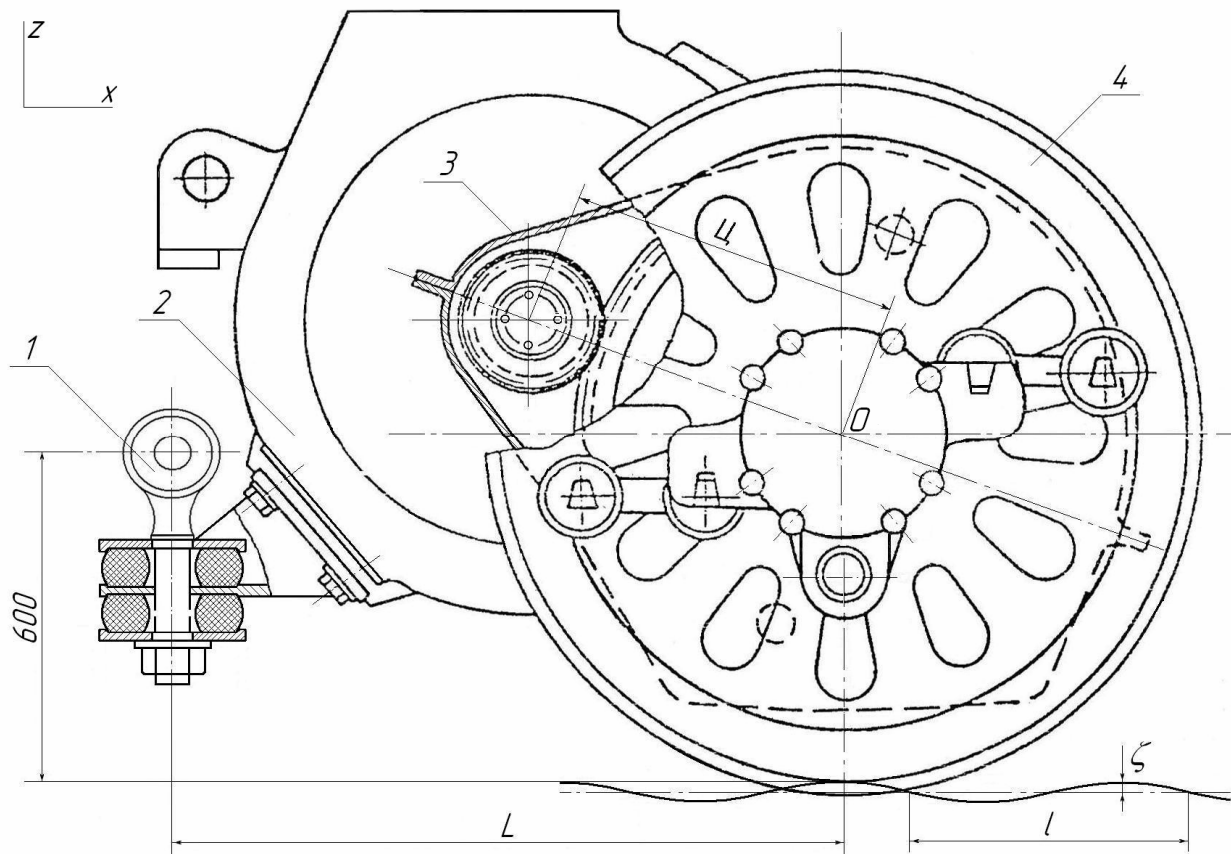


Рис. 1. Опорно-осьове підвішування ТЕД:
 1 – маятниковий підвіс; 2 – корпус ТЕД; 3 – корпус редуктора; 4 – колісна пара

Позначимо через φ поточну узагальнену координату, що задає один ступінь вільності нашої моделі, а саме: φ – це кут повороту корпусу ТЕД у площині XZ (рис. 1). Математична модель змушених коливань ТЕД – це диференціальне рівняння другого порядку відносно φ . Згідно з принципом Д’Аламбера можна побудувати це рівняння динаміки на кшталт рівняння статички, для чого до зовнішніх силових факторів і реакцій зв’язків мають бути додані інерційні сили та моменти, що діють при прискореному русі мас системи:

$$M_K + M_Y + M_A = 0, \quad (1)$$

де M_K, M_Y – моменти сил інерції корпусу і якоря відносно точки O;

M_A – момент сил, докладений до корпусу ТЕД через амортизатор.

При запису виразів M_K і M_Y моменти інерції корпусу і якоря приводяться до осі колісної пари (збільшуються на величину $m \cdot \zeta^2$). Для якоря треба ще врахувати більшу швидкість обертання. З урахуванням рухомості корпусу редуктора (шестерня ніби оббігає зубчасте колесо, як у планетарної передачі) передатне число дорівнює $u_{II} = 1 + u$ [1]. Таким чином,

$$M_K = (J_K + m_K \cdot \zeta^2) \cdot \ddot{\varphi}, \quad (2)$$

$$M_Y = [J_Y \cdot (1 + u)^2 + m_Y \cdot \zeta^2] \cdot \ddot{\varphi}. \quad (3)$$

Величина M_A визначається пружними та непружними силами в амортизаторі, тобто параметрами c та β ,

а також величиною z_A та швидкістю \dot{z}_A деформації гумових шайб. Враховуючи зв'язок $z_A = L \cdot \varphi - z_0$, отримаємо

$$M_A = L \cdot (c \cdot z_A + \beta \cdot \dot{z}_A) = L \cdot c \cdot (L \cdot \varphi - z_0) + L \cdot \beta \cdot (L \cdot \dot{\varphi} - \dot{z}_0). \quad (4)$$

Після підстановки виразів (2) – (4) у вираз (1) отримаємо диференціальне рівняння змушених коливань ТЕД у вигляді

$$J \cdot \ddot{\varphi} + L^2 \cdot \beta \cdot \dot{\varphi} + L^2 \cdot c \cdot \varphi = L \cdot c \cdot z_0 + L \cdot \beta \cdot \dot{z}_0, \quad (5)$$

де $J = J_k + J_{\text{я}} \cdot (1+u)^2 + (m_k + m_{\text{я}}) \cdot \varrho^2$ – приведений до осі колісної пари сумарний момент інерції корпусу і якоря ТЕД.

Права частина рівняння (5) моделює вплив кінематичного збурення. Якщо відкинути праву частину рівняння (5) і знехтувати дисипативними силами в гумовому амортизаторі, отримаємо рівняння вільних коливань без тертя, звідки

можна знайти власну частоту коливань $k = \sqrt{L^2 \cdot c / J}$.

Дослідження перехідних режимів для математичної моделі (5) здійснювалося за допомогою комп'ютерної математичної системи MathCAD [2].

Наведена нижче осцилограма отримана для таких чисельних даних:

$$L = 1.2 \text{ м}; \varrho = 0.605 \text{ м}; u = 88/21 = 4.19; m_k = 3600 \text{ кг}; m_{\text{я}} = 1550 \text{ м}; J_k = 2300 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ J_{\text{я}} = 80 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; c = 9.5 \cdot 10^6 \text{ Н / м}; \beta = 6 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с / м}.$$

Власна частота коливань дорівнює при цьому $k = 46.45 \text{ 1/с}$. При такій частоті резонанс теоретично можливий лише на високочастотному кінематичному збуренні від шпальної решітки: $l = 1 \text{ м}; \zeta = 0.2 \text{ мм}$.

На рис. 2 наведена «осцилограма» коливань, розрахована за методом Рунге-Кутта, для режиму розгону електровоза з постійним прискоренням.

У квазістатичному режимі (коли швидкість руху добігає нуля) максимальний кут повороту корпусу ТЕД $\varphi_{\text{СТ}} = \zeta / l = 2 \cdot 10^{-4}$. Як бачимо з рис. 2, на

резонансі коефіцієнт динамічного підсилення $\varphi_{\text{дин}} / \varphi_{\text{СТ}} \approx 3$.

Висновок. Модель і обраний метод її дослідження дозволяють аналізувати динамічні властивості тягового привода в перехідних режимах. Наведена осцилограма – це лише один приклад проведеної серії розрахунків, в яких варіювалися значення параметрів c, β, l, ζ , а також різні режими розгону і гальмування електровоза.

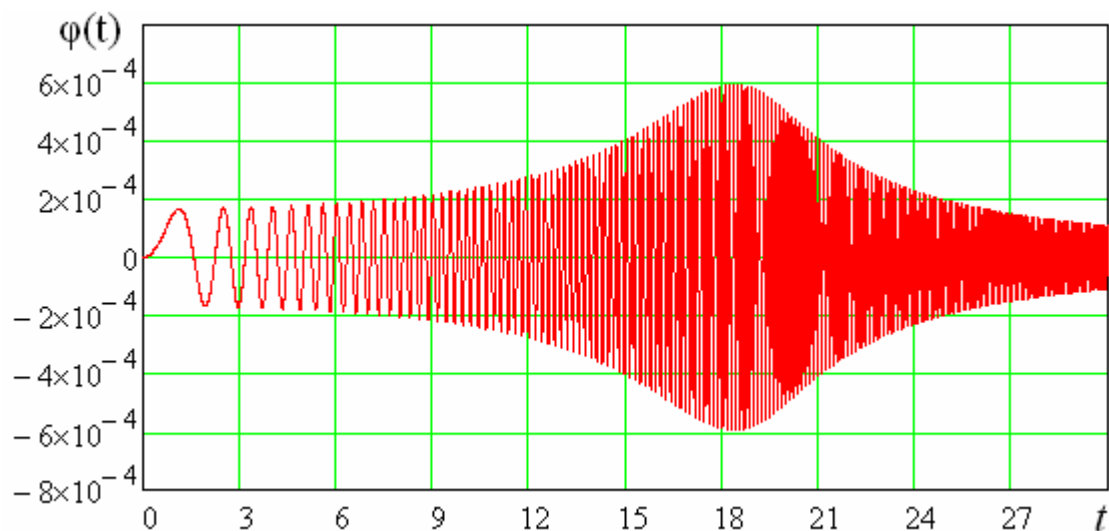


Рис. 2. Кутові коливання корпусу ТЕД при розгоні ($a = 0.4 \text{ м/с}^2$)

Список літератури

1. Бирюков, И.В. Тяговые передачи электроподвижного состава железных дорог [Текст] / И.В. Бирюков, А.И. Беляев, Е.К. Рыбников. – М.: Транспорт, 1986.– 256 с.
2. Гурский, Д.А. Вычисления в MathCAD [Текст] / Д.А. Гурский. – Мн.: Новое знание, 2003. – 814 с.

Ключові слова: математична модель, математичний експеримент, тяговий двигун, змушені коливання, перехідний режим.

Анотації

Стаття присвячена математичному моделюванню кутових змушених коливань (галоупування) тягового двигуна вантажного електровоза під впливом нерівностей колії. Розглядаються неусталені режими. Чисельне інтегрування диференціального рівняння здійснюється за допомогою комп'ютерної математичної системи MathCAD.

Статья посвящена математическому моделированию угловых вынужденных колебаний (галоупирования) тягового двигателя грузового электровоза под влиянием неровностей колеи. Рассматриваются неустойчивые режимы. Численное интегрирование дифференциального уравнения осуществляется с помощью компьютерной математической системы MathCAD.

Article is devoted to mathematical modeling of the angular stimulated oscillations (galloping) of the traction motor of a cargo electric locomotive under the influence of undulation of a track. Unsteady modes are considered. Numerical integration of the differential equation is carried out by means of computer mathematical system MathCAD.