



**УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Механіка і проектування машин»

**ОСНОВИ ПРОЕКТУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ
З ВИЩИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ**

Опорний конспект лекцій з дисципліни

«ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА»

Харків – 2012

Основи проектування механізмів і машин: Опорний конспект лекцій / Мороз В.І., Братченко О.В., Тіщенко В.С., О.В. Фомін. – Харків: УкрДАЗТ, 2012. – 82 с.

Розглянуто сучасні підходи до проектування механізмів з вищими кінематичними парами. Наведені приклади розрахунків зубчатих і кулачкових механізмів, що входять до складу механічних систем технічних засобів залізничного транспорту. Рекомендовано для студентів всіх форм навчання.

Іл. 38, бібліогр.: 11 назв.

Конспект лекцій розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Механіка і проектування машин” 27 січня 2010 р., протокол № 6.

Рецензент

доц. В.В. Захарченко

Мороз В.І.,
Братченко О.В.,
Тіщенко В.С.,
Фомін О.В.

ОСНОВИ ПРОЕКТУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ З ВИЩИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ

Опорний конспект лекцій з дисципліни

«ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА»

Відповідальний за випуск Братченко О.В.

Редактор Решетилова В.В.


Підписано до друку 30.06.10 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 2,5. Тираж 100. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.



УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Механіка і проектування машин»

В.І.Мороз, О.В.Братченко, В.С.Тіщенко, О.В.Фомін

ОСНОВИ ПРОЕКТУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ З ВИЩИМИ
КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ

Опорний конспект лекцій з дисципліни «Прикладна механіка»

Харків 2011

Мороз В.І., Братченко О.В., Тіщенко В.С., Фомін О.В.
Основи проектування механізмів і машин: Опорний конспект
лекцій з дисципліни «Прикладна механіка» до змістовного
модуля «Основи проектування механізмів з вищими
кінематичними парами». – Харків: УкрДАЗТ, 2012. – 80 с.

Розглянуто сучасні підходи до проектування механізмів з
вищими кінематичними парами. Наведені приклади розрахунків
зубчатих і кулачкових механізмів, що входять до складу
механічних систем технічних засобів залізничного транспорту.
Рекомендовано для студентів всіх форм навчання.

Іл. 38, бібліогр.: 11 назв.

Конспект лекцій розглянуто і рекомендовано до друку на
засіданні кафедри “Механіка і проектування машин” 27 січня
2010 р., протокол № 6.

Рецензент

доц. В.В. Захарченко

ЗМІСТ

	Вступ	4
1	Зубчаті передачі	6
1.1	Загальні відомості	6
1.2	Класифікація зубчатих передач	8
1.3	Методи дослідження кінематики плоских механізмів з вищими кінематичними парами. Основна теорема плоского зачеплення ..	13
1.4	Спряжені профілі. Евольвента кола. Властивості евольвенти	18
1.5	Основні елементи і геометричні параметри циліндричних зубчатих коліс з евольвентними профілями зубців	20
1.6	Основні властивості евольвентного зачеплення і елементи евольвентної зубчатої передачі	24
1.7	Якісні показники зубчатих передач	29
1.8	Методи виготовлення зубчатих коліс	34
1.9	Рейковий вихідний твірний контур. Рейкове верстатне зачеплення. Зміщення зуборізального інструменту при виготовленні зубчатих коліс ..	37
1.10	Підрізання та загострення зубців. Вибір розрахункових коефіцієнтів зміщення	41
1.11	Порядок геометричного розрахунку евольвентної циліндричної зубчатої передачі з прямозубими колесами	48
2	Багатоланкові зубчаті механізми	49
2.1	Багатоланкові зубчаті механізми з нерухомими осями коліс	49
2.2	Багатоланкові зубчато-важільні механізми	51

3 Кулачкові механізми	54
3.1 Загальні відомості	. 54
3.2 Основні типи кулачкових механізмів	. 57
3.3 Замкнення в кулачкових механізмах	.. 59
3.4 Основні параметри кулачкових механізмів	... 60
3.5 Урахування кутів тиску кулачка на штовхач при проектуванні кулачкових механізмів	. 63
3.6 Удари в кулачкових механізмах	.. 66
3.7 Кінематичний аналіз кулачкових механізмів	. 68
3.8 Сучасні підходи до синтезу кулачкових механізмів ...	74
	Список літератури	82

ВСТУП

Однією з основних складових загальноінженерної підготовки майбутніх спеціалістів залізничного транспорту є навчальна дисципліна “Прикладна механіка”, яка викладається в Українській державній академії залізничного транспорту для студентів механічного факультету спеціальностей 7.092202 – “Електричний транспорт”, 7.092201 – “Електричні системи та комплекси транспортних засобів”, 7.090510 – “Теплоенергетика” (за навчальними планами дисципліна називається “Опір матеріалів та прикладна механіка”).

Обмеженість семестрових обсягів лекційних занять обумовлює певні труднощі при викладанні теоретичного курсу дисципліни «Прикладна механіка», який складається з основних положень опору матеріалів, теорії механізмів і машин, основ конструювання деталей машин.

Це визначило відповідні вимоги до змісту навчально-

методичного забезпечення, спрямованого на поліпшення організації самостійної роботи студентів.

Дана методична розробка є складовою частиною базового конспекту лекцій до змістовного модуля «Основи проектування механізмів і машин» дисципліни «Прикладна механіка». В ній подані важливі теоретичні матеріали, в яких висвітлюються особливості проведення проектування механізмів з вищими кінематичними парами, що входять до механічних систем технічних засобів залізничного транспорту.

Цей матеріал також рекомендується при вивченні відповідних тематичних модулів навчальної дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів спеціальностей «Рухомий склад та спеціальна техніка залізничного транспорту» – 100502 і «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання» – 6.090214.

Здійснення потрібних рухів ланок механізмами, які містять лише нижчі кінематичні пари (важільними механізмами), не завжди буває доцільним з причин складності їх кінематичних схем. Відтворення потрібного руху при малій кількості ланок забезпечується механізмами з вищими кінематичними парами (КП), до яких відносяться зубчаті, кулачкові, фрикційні механізми та інш. Мінімальна кількість ланок таких механізмів дорівнює трьом – вхідна, вихідна ланки та стояк. Суттєва перевага механізмів з вищими КП полягає також в тому, що вони перетворюють рух теоретично точно, чого в механізмах з нижчими КП досягти практично неможливо.

Поверхні елементів вищої КП, що забезпечують заданий закон руху, називаються **спряженими поверхнями**. Механізми з вищими КП можуть мати одну або декілька спряжених поверхонь. Перший випадок використовується, наприклад, в кулачкових механізмах, які відтворюють зворотний рух вихідної ланки за законом, який задається зміною передавальної функції (положення, швидкості або прискорення). Другий випадок використовується в зубчатому зачепленні (кінематичній парі, що утворена зубчатими колесами), в якому безперервний рух вихідної ланки забезпечується шляхом взаємодії декількох пар спряжених поверхонь. Передавальна функція зубчатих

механізмів, як правило, стала і називається передаточним відношенням. Нижче розглядаються особливості проектування механізмів, які обумовлені наявністю вищої КП.

1 ЗУБЧАТІ ПЕРЕДАЧІ

1.1 Загальні відомості

Відповідно до ГОСТ 16530 – 83 зубчатою передачею (ЗП) називається триланковий механізм, в якому два зубчаті колеса (або зубчате колесо і зубчата рейка) утворюють із стояком обертальні (або обертальну та поступальну) кінематичні пари, а між собою вищу КП. Обидва зубчаті колеса (рисунок 1.1) мають зубці (виступи) і западини такої форми, що при входженні зубців одного колеса в западини другого, вони утворюють вищу КП. В таких механізмах здійснення передачі руху відбувається за рахунок механічного зачеплення зубців вхідного зубатого колеса 1 за зубці вихідного колеса 2.

Зубчате колесо передачі з меншим числом зубців називається **шестірнею**, а з більшим – **колесом**. При їх рівності шестарнею є вхідне зубчате колесо.

Передаточне відношення ЗП визначається за формулою

$$i_{12} = \mp \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (1.1)$$

Знак плюс «+» для передаточного відношення i_{12} приймається для ЗП, в яких напрямки кутових швидкостей ω_1 і ω_2 збігаються (ЗП внутрішнім зачепленням – рисунок 1.1, б), а мінус «-» – при протилежних напрямках ω_1 і ω_2 (ЗП зовнішнім зачепленням – рисунок 1.1, а).

Зубчаті передачі складають найбільш розповсюджену та важливу групу механічних передач. Вони використовуються у багатьох технічних засобах різноманітного призначення – від годинників, приладів до найскладніших машин. При цьому ЗП можуть працювати з ковими швидкостями 140 м/с (при діаметрах до 10 м і більше) і при передачі потужностей до десятків тисяч кіловат. Найбільш доцільно використовувати ЗП для забезпечення сталого передаточного відношення і при передачі великих потужностей.

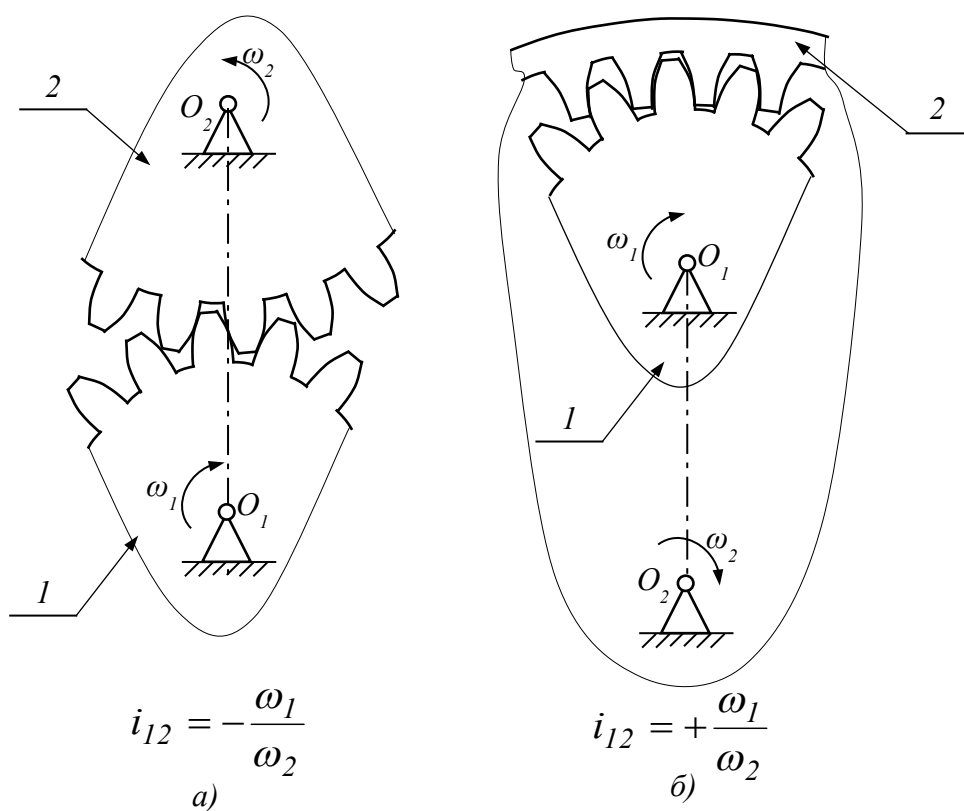


Рисунок 1.1 – До визначення передаточного відношення i_{12} зубчатої передачі

Переваги зубчатих передач:

- малі габарити (у порівнянні з іншими механічними передачами);
- забезпечення сталого передаточного відношення;
- високий механічний коефіцієнт корисної дії;
- можливість використання для передачі руху у широкому діапазоні передаточних відношень, швидкостей і потужностей.

Недоліки зубчатих передач:

- вимоги високої точності виготовлення;
- високий рівень шуму при обертанні зубчатих коліс з великими швидкостями;
- можливість появи ударних навантажень на зубці при недостатній точності виготовлення зубчатих коліс.

1.2 Класифікація зубчатих передач

В залежності від взаємного розташування осей обертання валів, між якими здійснюється передача обертального руху і на яких встановлюються зубчаті колеса, ЗП поділяються на три типи:

- циліндричні ЗП – передачі обертання циліндричними зубчатими колесами між валами, осі яких паралельні;
- конічні ЗП – передачі обертання конічними зубчатими колесами між валами, осі яких перетинаються;
- гіперболоїдні ЗП – передачі обертання гіперболоїдними зубчатими колесами між валами, осі яких схрещуються.

Циліндричні зубчаті передачі (рисунок 1.2) є плоскими зубчатими механізмами. На рисунках 1.2, а, г подана циліндрична ЗП, утворена **прямозубими зубчатими колесами**, лінії зубців яких паралельні осям. Це найпоширеніші ЗП. Проте їх рекомендовано використовувати при малих колових

швидкостях зубчатих коліс ($v < 3 \text{ м/с}$) і для передачі невеликих навантажень. Це обґрунтовано тим, що одночасно знаходиться в зачепленні може не більше двох пар зубців. Причому зубці зубчатих коліс входять в контакт відразу по всій довжині. Тому незначні помилки при виготовленні та монтажі приводять до того, що робота такої ЗП характеризується порушенням умов контактування зубців і високим рівнем шуму.

При підвищених колових швидкостях і необхідності передачі великих навантажень використовуються циліндричні ЗП, утворені **косозубими зубчатими колесами** (рисунок 1.2, б). Лінії зубців в таких колесах розміщені по гвинтовій лінії, що характеризується **кутом нахилу зубців β** (рисунок 1.2, д). Циліндричні ЗП з косозубими зубчатими колесами мають високу навантажувальну здатність, їх робота характеризується меншим рівнем шуму. Це пояснюється тим, що зубці входять в зачеплення поступово по всій їх довжині і одночасно контактувати можуть декілька пар зубців. Основним недоліком косозубих ЗП є наявність осьової сили F_a (рисунок 1.2, д), яка діє на зубці, вали та їх опори. Величина сили F_a залежить від значення кута β ($F_a = F_t \cdot \text{tg}\beta$, де F_t - колова сила - корисна складова нормальної сили F_n , яка діє на зуб при передачі руху).

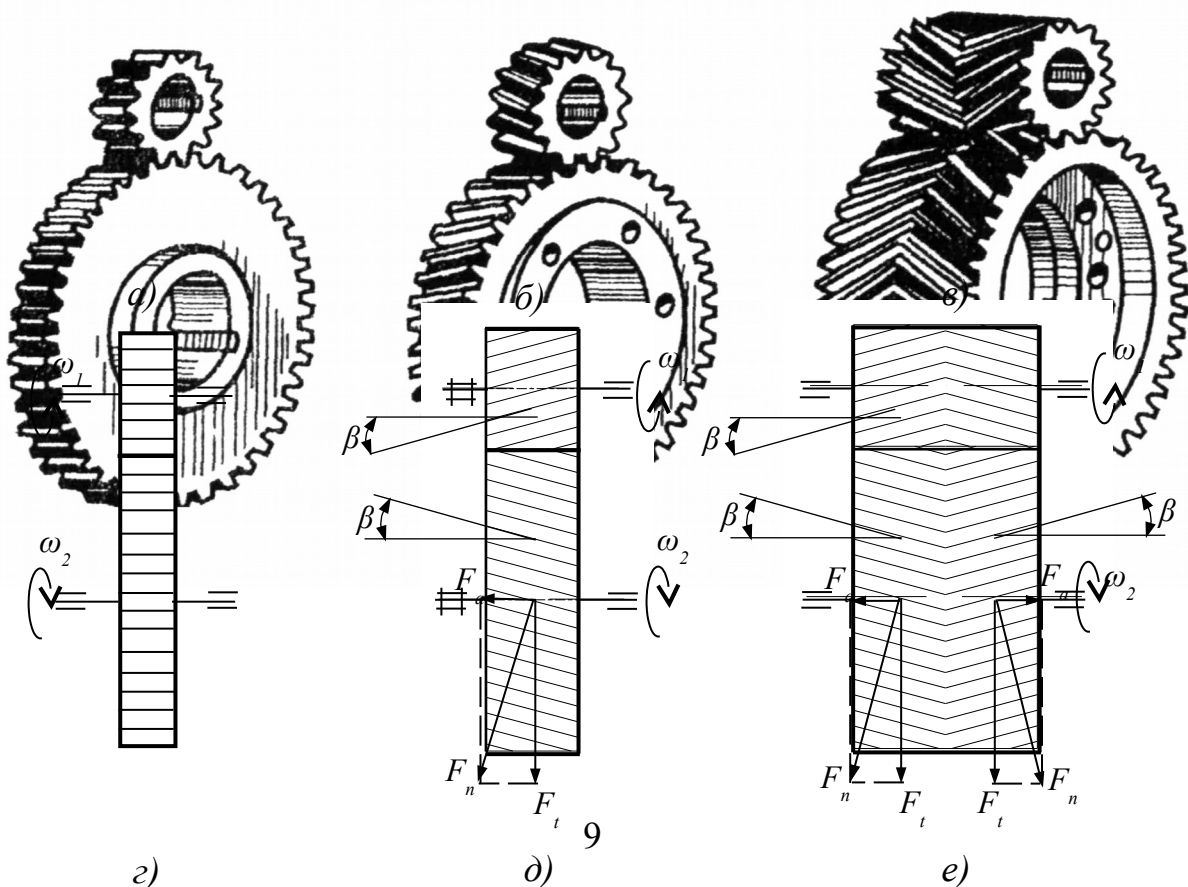


Рисунок 1.2 – Циліндричні зубчаті передачі

Конструктивно компенсація осьових навантажень F_a здійснюється в циліндричних ЗП, які утворені **шевронними зубчатими колесами** (рисунок 1.2, *в*). Гвинтові лінії зубців таких зубчатих коліс спрямовані в протилежні боки симетрично середині колеса під кутом нахилу β . При такому розміщенні зубців осьові сили взаємно урівноважуються (рисунок 1.2, *е*). Проте треба зазначити, що виробництво шевронних зубчатих коліс значно складніше і дорожче косо зубих. Тому шевронні ЗП використовують у технічних засобах, експлуатація яких пов'язана з необхідністю виконання жорстких вимог (наприклад, головний редуктор привода ескалатора метрополітену).

Внутрішнє та рейкове зачеплення розглядаються як різновиди передач циліндричними зубчатими колесами. Внутрішнє зачеплення (рисунок 1.3, *а*) характеризується тим, що зубці колеса нарізані на внутрішній поверхні циліндричного тіла. Особливості геометрії контактуючих зубців у внутрішньому зачепленні визначають більшу навантажувальну здатність такої ЗП, а взаємне розташування шестірні і колеса робить її більш компактною (у порівнянні, наприклад, з прямозубою ЗП зовнішнього зачеплення з таким же передаточним відношенням).

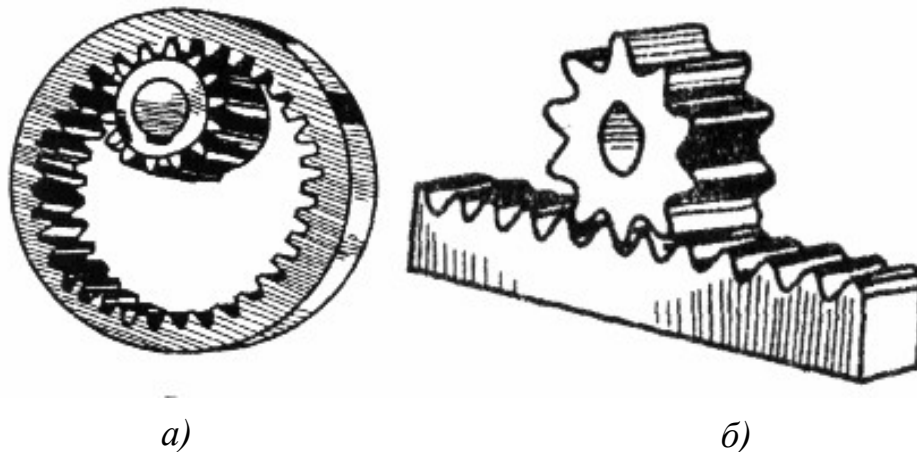


Рисунок 1.3 – Внутрішнє (а) і рейкове (б) зубчаті зачеплення

В рейковому зачепленні (рисунок 1.3, б) зубчата рейка умовно розглядається як зубчате колесо, діаметр якого прямує до нескінченності. Рейкове зачеплення використовують для перетворення обертального руху в поступальний (шибер механізму стрілочного електропривода) або навпаки (зубчата рейка механізму управління паливними насосами високого тиску тепловозного дизеля).

Конічні ЗП є просторовими зубчатими механізмами. Найчастіше їх використовують із кутом перетину осей валів (міжосьовим кутом) $\Sigma = 90^{\circ}$. Така передача називається **ортогональною**. На рисунку 1.4, а показана конічна ЗП, утворена **прямозубими зубчатими колесами**. Такі передачі мають ті самі переваги та недоліки, що властиві циліндричним прямозубим ЗП. Для забезпечення надійної роботи з високими коловими швидкостями при передачі великих навантажень застосовуються конічні ЗП з **косозубими зубчатими колесами** (рисунок 1.4, б). В техніці також широко розповсюджені ЗП, які утворені конічними зубчатими колесами з **криволінійними зубцями** (рисунок 1.4, в).

До просторових зубчатих механізмів відносяться також

гіперболоїдні ЗП-гіпоїдні, гвинтові та черв'ячні. Конфігурації гіперболоїдних зубчатих коліс характеризуються формою певних ділянок гіперболоїдів обертання (рисунок 1.5, *а*). Так, гіпоїдні колеса (утворюють гіпоїдну ЗП – рисунок 1.5, *б*) відповідають частині 1 гіперболоїда, а гвинтові колеса (утворюють гвинтову ЗП – рисунок 1.5, *в*) – формі горловини гіперболоїда 2.

Черв'ячні передачі утворюється черв'яком 1 і черв'ячним колесом 2 (рисунок 1.5, *г*). Основною перевагою таких передач є можливість отримання великих передаточних відношень при компактності механізму. В техніці отримали розповсюдження черв'ячні передачі з циліндричним (рисунок 1.5, *з*) і глобоїдним (рисунок 1.5, *д*) черв'яками.

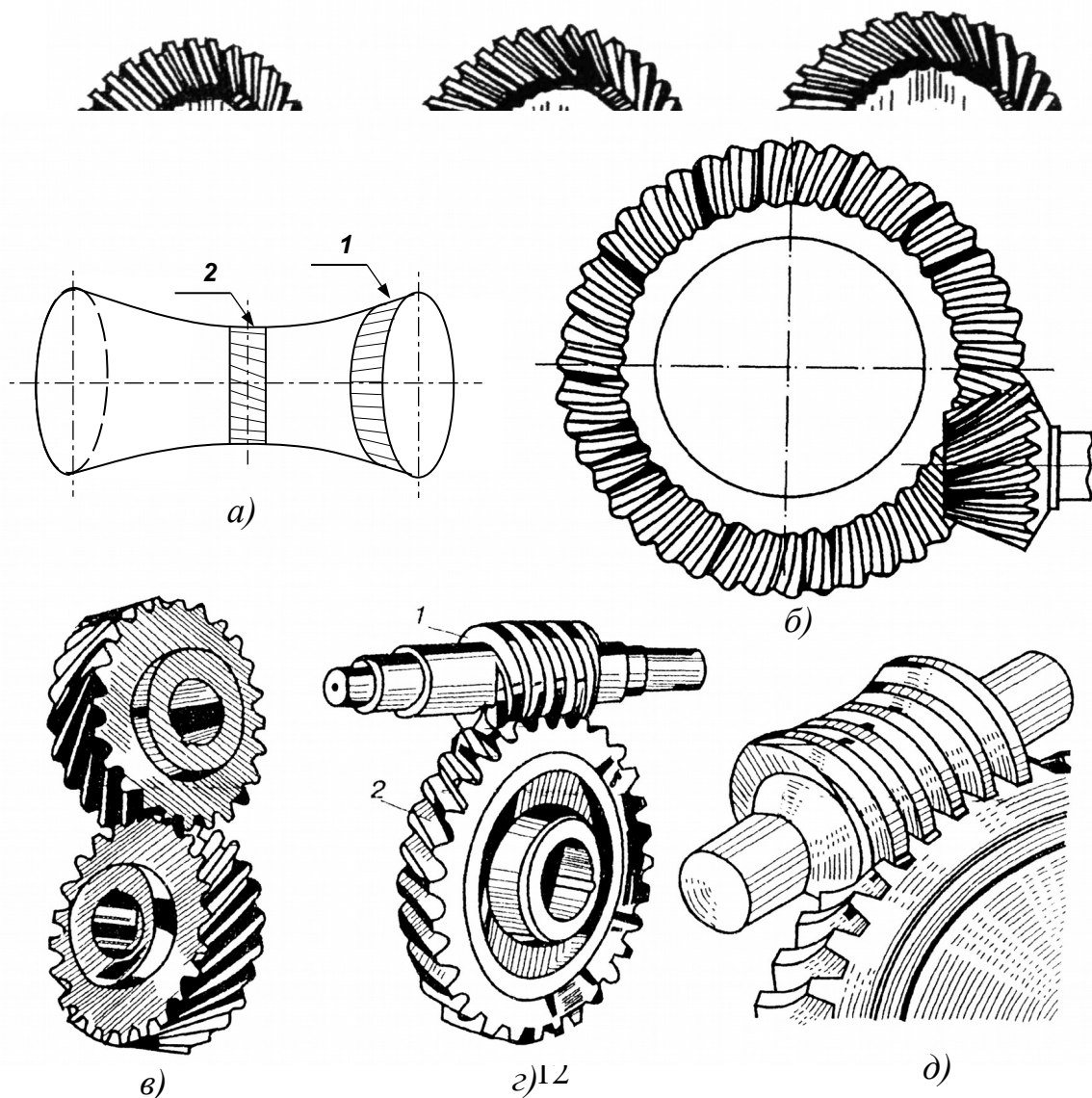


Рисунок 1.5 – Гіперболоїдні зубчаті передачі

1.3 Методи дослідження кінематики плоских механізмів з вищими кінематичними парами. Основна теорема плоского зачеплення. Спряжені профілі

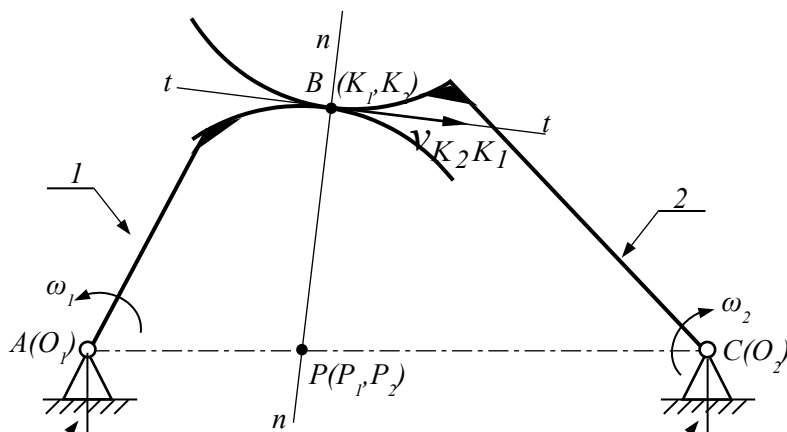
Найбільш часто в задачах дослідження кінематики плоских механізмів з вищими кінематичними парами, в яких передача обертального руху здійснюється між ланками з паралельними осями, використовується **метод центроїд**.

Нерухома центроїда – геометричне місце миттєвих центрів обертання плоскої фігури, що рухається, в нерухомій площині. **Рухома центроїда** – геометричне місце миттєвих центрів швидкостей в площині, пов'язаній з рухом плоскої фігури. *При русі плоскої фігури в її площині рухома центроїда котиться без ковзання по нерухомій, тобто довжини відповідних дуг рухомої і нерухомої центроїд рівні.* **Зворотна теорема про центроїди** – *всякий рух плоскої фігури в її площині можна здійснити шляхом обкочування без ковзання рухомої центроїди по нерухомій з відповідною в даний момент кутовою швидкістю.*

Миттєвий центр швидкостей P є точкою плоскої фігури, швидкість якої в даний момент дорівнює 0 (визначається як точка перетину перпендикулярів, встановлених з будь-яких двох

точок фігури до векторів швидкостей цих точок). В кожний момент часу з ним збігається **миттєвий центр обертання** – точка нерухомої площини, повертанням навколо якої плоска фігура переміщується з даного положення в положення, нескінченно близьке до даного.

В механізмі, кінематична схема якого подана на рисунку 1.6, ланки 1 і 2, що обертаються відносно осей A і C , утворюють вищу кінематичну пару B в точці контакту (K_1, K_2 – елементи ланок 1 і 2 відповідно).



Знайдемо центроїди як геометричні місця миттєвих центрів обертання і швидкостей. Використовуючи **метод обернення руху** (ланкам 1 і 2 додатково надається кутова швидкість « $-\omega_1$ », після чого ланка 1 розглядається як нерухома), можна вказати напрямки відносних швидкостей точок C і K_2 відносно точок нерухомої ланки 1 – швидкості \vec{v}_{CA} точки C відносно осі A , вектор якої перпендикулярний **міжосьовій відстані** AC і

швидкості ковзання $\bar{v}_{K_2K_1}$ точки K_2 , вектор якої спрямований вздовж загальної дотичної $t - t$ до профілів, що контактують в точці B . Тоді миттєвий центр швидкостей P ланки 2 і збіжний з ним миттєвий центр обертання у відносному русі знаходяться у точці перетину міжосьової відстані AC і загальної нормалі $n - n$ ($n - n \perp t - t$) до профілів, встановленої в загальній контактній точці C . Швидкість відносного руху в точці P дорівнює $0 - \bar{v}_{12} = \bar{v}_{P_1} - \bar{v}_{P_2} = 0$, де \bar{v}_{P_1} і \bar{v}_{P_2} – вектори швидкості точок P_1 і P_2 при обертанні їх навколо відповідно осей A і C . Тоді справедливим буде рівняння $|\omega_1 \cdot PA| = |\omega_2 \cdot PC|$, з якого можна виразити передаточне відношення

$$i_{12} = \frac{|\omega_1|}{|\omega_2|} = \frac{PC}{PA}. \quad (1.2)$$

Миттєвий центр швидкостей P називають **полюсом зачеплення** (термін «зачеплення» в даному випадку є синонімом терміну «вища КП»). В дослідженнях **зубчатого зачеплення** центри обертання ланок 1 і 2 найчастіше позначаються літерою O з індексами 1 і 2 – O_1 і O_2 (замість A і C на рисунку 1.6). При таких позначеннях формула (1.2) набуває вигляду

$$i_{12} = \mp \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{PO_2}{PO_1}. \quad (1.3)$$

Таким чином полюс зачеплення P ланок 1 і 2 (рисунк 1.6) у відносному русі лежить на міжосьовій лінії O_1O_2 (AC) і ділить міжосьову відстань на відрізки PO_1 (AP) і PO_2 (PC), відношення довжин яких обернено пропорційно відношенню миттєвих кутових швидкостей ланок (у тому числі і зубчатих коліс).

Позначимо міжосьову відстань O_1O_2 через a_w , а відстані PO_1 і PO_2 (радіуси центроїд) – r_{w1} і r_{w2} відповідно. При таких позначеннях

$$i_{12} = \mp \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{PO_2}{PO_1} = \mp \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{a_w \mp r_{w1}}{r_{w1}}. \quad (1.4)$$

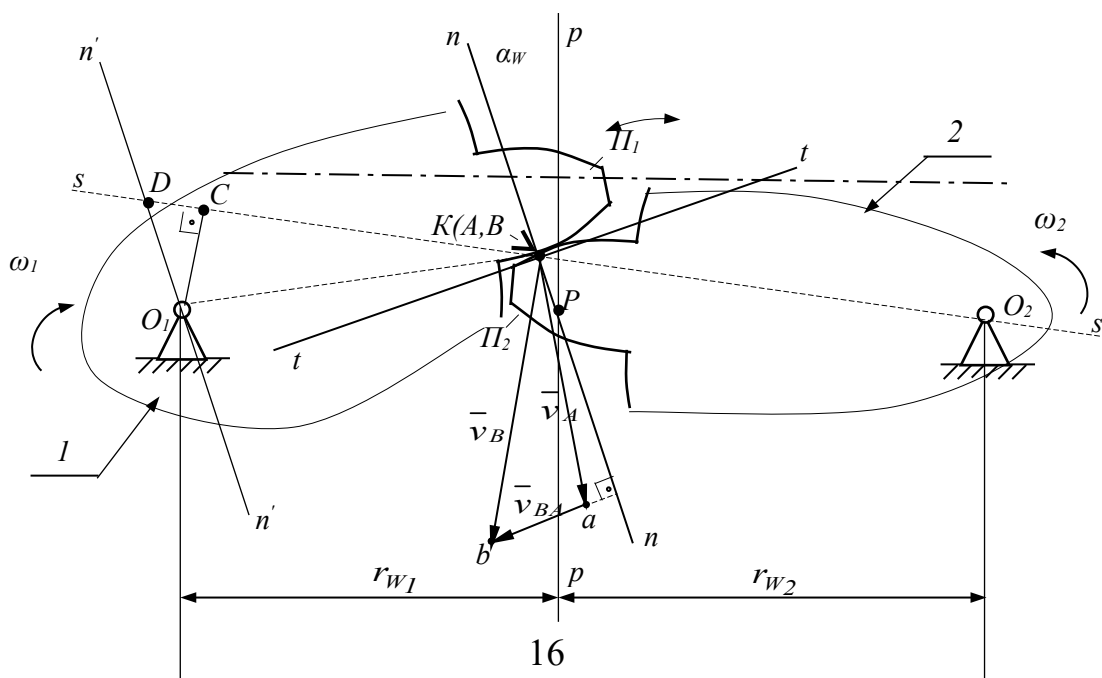
$$r_{w1} = \frac{a_w}{i_{12} \pm 1}; \quad r_{w2} = \frac{a_w \cdot i_{12}}{i_{12} \pm 1}. \quad (1.5)$$

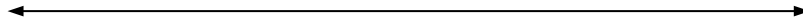
З формул (1.5) видно, що при сталому передаточному відношенні радіуси центроїд r_{w1} і r_{w2} також сталі. Отже, при передачі обертального руху між ланками з паралельними осями обертання при $a_w = r_{w1} + r_{w2} = const$ і $i_{12} = const$ центроїди є колами. В теорії зубчатих зачеплень центроїди називаються **початковими колами**.

Основна теорема плоского зачеплення (теорема Вілліса – *Willis R. Principles of mechanism. London, 1841*). Загальна нормаль в точці контакту спряжених профілів у будь-який момент зачеплення повинна проходити через полюс зачеплення P , положення якого на міжосьовій лінії визначається заданим відносним рухом ланок O_1O_2 .

З рівняння (1.5) видно, що положення полюса P однозначно визначається через радіус r_{w1} , якщо задані міжосьова відстань a_w і передаточне відношення i_{12} . Для доведення теореми Вілліса в точці контакту K профілів зубців Π_1 і Π_2 зубчатих коліс $1, 2$ (рисунок 1.7) розглядаються вектори швидкості точок A і B (належать відповідно ланкам 1 і 2 і сбігаються з точкою K) і співвідношення між ними – $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$.

Напрямки векторів визначають з умов руху точок: $\bar{v}_A \perp AO_1$; $\bar{v}_B \perp BO_2$; $\bar{v}_{BA} \parallel t-t$ або $\bar{v}_{BA} \perp n-n$. Через вісь O_1 проводиться лінія $n'-n' \parallel n-n$, яка перетинається в точці D з лінією $s-s$, що проходить через вісь O_2 , точку контакту K і точку C . Отриманий ΔO_1DK подібний ΔabK , який утворено векторами $\bar{v}_B, \bar{v}_A, \bar{v}_{BA}$.



a_w 

$t - t$ – загальна дотична до профілів Π_1 і Π_2 в точці їх контакту K ;
 $n - n$ – загальна нормаль; P – полюс зачеплення; $p - p \perp O_1O_2$;
 α_w – кут зачеплення; r_{w1} і r_{w2} – радіуси початкових кіл зубчатих коліс (центроїд); a_w – міжосьова відстань

Рисунок 1.7 – До розгляду теореми Вілліса

З подібності трикутників витікає

$$\frac{aK}{O_1K} = \frac{bK}{DK}, \text{ або } \frac{|\bar{v}_A|}{|\bar{v}_B|} = \frac{O_1K}{DK}, \text{ або } \frac{\omega_1 \cdot O_1A}{\omega_2 \cdot O_2B} = \frac{O_1A}{DK}.$$

З формули $DK/KO_2 = O_1P/PO_2$, яка витікає з умови перетинання сторін кута DO_1O_2 двома паралельними прямими, можна записати співвідношення

$$i_{12} = \mp \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{KO_2}{DK} = \mp \frac{PO_2}{PO_1} = \mp \frac{r_{w2}}{r_{w1}}. \quad (1.6)$$

Співвідношення (1.4) і (1.6) ідентичні, що є доказом проходження загальної нормалі $n - n$ через полюс зачеплення P .

Довжина початкового кола i -го зубчатого колеса в ЗП, що має **число зубців** z_i , через **початковий крок** p_w (відстань між однойменними профілями двох сусідніх зубців за дугою початкового кола) визначається як $p_w \cdot z_i = 2 \cdot \pi \cdot r_{wi}$. Звідкіля $r_{wi} = p_w \cdot z_i / (2 \cdot \pi)$. Якщо підставити даний вираз в формулу (1.6), то отримується залежність передаточного відношення ЗП від числа зубців зубчатих коліс

$$i_{12} = \mp \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \mp \frac{2 \cdot \pi \cdot p_w \cdot z_2}{2 \cdot \pi \cdot p_w \cdot z_1} = \mp \frac{z_2}{z_1}. \quad (1.7)$$

Згідно з ГОСТ 16530-83 модуль відношення чисел зубців відповідає передаточному числу ЗП u_{12}

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (1.8)$$

З теореми Вілліса витікає, що для забезпечення сталого передаточного відношення ($i_{12} = const$) в ЗП, спряжені профілі повинні розташовуватися відносно центроїд так, щоб в будь-якій точці контакту загальна нормаль $n - n$ проходила через незмінно розташований на міжосьовій лінії O_1O_2 полюс зачеплення P .

1.4 Спряжені профілі. Евольвенти кола.

Властивості евольвенти

Профілі, для яких виконується основна теорема плоского зачеплення називаються **спряженими профілями**.

Умову забезпечення в ЗП $i_{12} = const$ задовольняють спряжені профілі зубців зубчатих коліс, які окреслюються евольвентами кіл, циклоїдами (приладобудування, виробництво годинників), дугами кіл (круглогвинтове зачеплення Новикова) та ін.

В машинобудуванні найбільш поширеними є ЗП, що утворюються зубчатими колесами, профілі зубців яких окреслені евольвентами кіл.

Евольвентою кола називають траєкторію будь-якої точки прямої лінії (**твірної прямої**), яка перекочується без ковзання по колу радіуса r_b (**основному колу**). Основне коло є еволютою – геометричним місцем центрів кривизни евольвенти кола (розгортки по відношенню до еволюти). Процес побудови евольвенти кола (далі використовується термін «евольвента») показаний на рисунку 1.8, а.

Для отримання **рівнянь евольвенти в параметричному вигляді** розглядається довільне положення твірної прямої M_y , яке відповідає точці y евольвенти (рисунок 1.8, б), координатами якої є **радіус-вектор** r_y і полярний кут θ – **евольвентний кут** (кут між радіусом r_b , який проводиться в початкову точку евольвенти, і радіусом-вектором розглянутої точки). Гострий кут між дотичною до евольвенти в розглянутій точці (y) і відповідним радіусом-вектором (r_K) **називається кутом профілю** α_y . З прямокутного трикутника ΔOMy

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y} \cdot \quad (1.9)$$

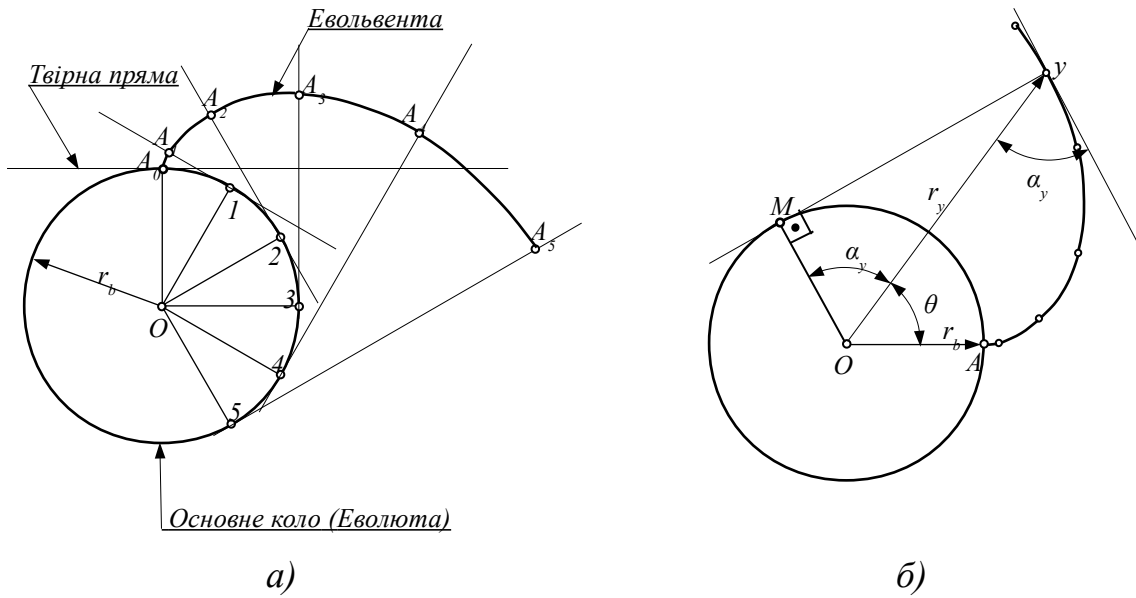


Рисунок 1.8 – До отримання евольвенти кола та її рівнянь в параметричному вигляді

Формула для визначення евольвентного кута отримується за умовами перекочування твірної по основному колу без ковзання

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y = \operatorname{inv} \alpha_y, \quad (1.10)$$

де $\operatorname{inv} \alpha_y$ - тригонометрична функція, яка називається **інволютою** кута α_y .

Рівняння (1.9) і (1.10) є рівняннями евольвенти кола в параметричному вигляді.

Слід відзначити, що евольвента має дві гілки. Додатна гілка ($\theta > 0$) отримується при перекочуванні твірної прямої проти годинникової стрілки (рисунок 1.8, б), а від'ємна ($\theta < 0$) – при перекочуванні за стрілкою годинника (рисунок 1.8, а).

Основні властивості евольвенти:

а) твірна пряма є радіусом кривизни евольвенти в розглянутій точці і відповідно нормаллю до неї;

б) евольвента на всьому протязі є плавною кривою без перегинів;

в) форма евольвенти залежить тільки від величини радіуса основного кола r_b ;

г) евольвента починається з основного кола і розташована поза його межами (не має точок в середині основного кола).

1.5 Основні елементи і геометричні параметри циліндричних зубчатих коліс з евольвентними профілями зубців

В даному параграфі основні елементи зубчатих коліс розглянуті на прикладі циліндричного зубчатого колеса (рисунок 1.9).

Відповідно до ГОСТ 16530-83 зубчате колесо складається з **тіла зубчатого колеса 1** і **зубчатого вінця 2** (рисунок 1.9, а). У свою чергу зубчатий вінець складається з **зубців 3** і **западин 4**. Циліндрична поверхня (рисунок 1.9, б), що відокремлює зубці від тіла зубчатого колеса, називається **поверхнею западин 5**, а циліндрична поверхня, яка обмежує зубці з протилежного від тіла зубчатого колеса боку – **поверхнею вершин 6**. Частина поверхні западин, що належить зубу, має назву **основи зуба 7**, а частина поверхні вершин, що належить зубу, - **вершини зуба 8**.

Поверхня, яка обмежує зуб з боку западини, називається **боковою**. Вона складається з **головної 9** і **перехідної 10** поверхонь (рисунок 1.9, в). Частина головної поверхні зуба, що взаємодіє з поверхнею зуба парного зубчатого колеса,

називається **активною** поверхнею зуба.

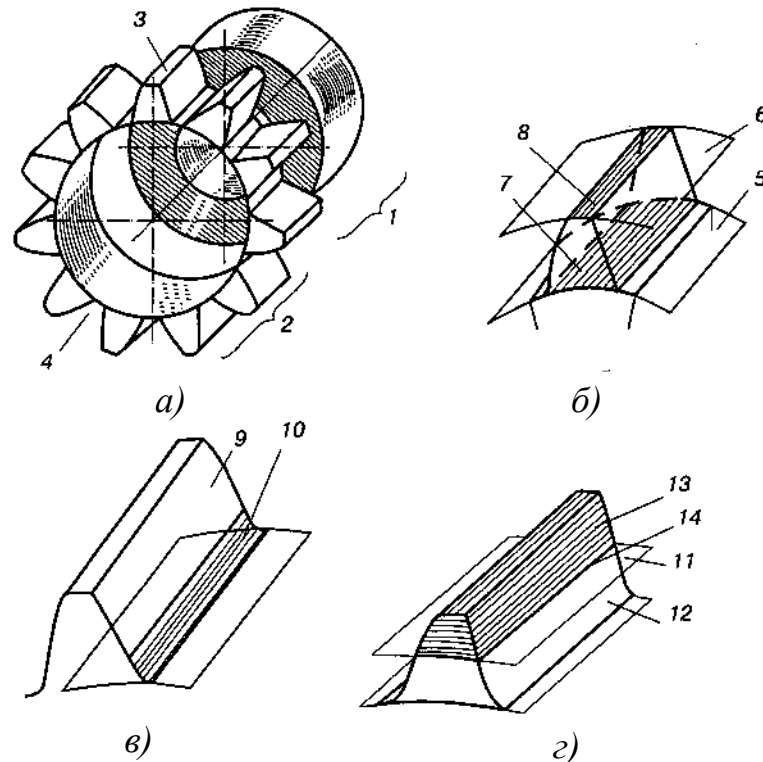


Рисунок 1.9 – Основні елементи циліндричного зубчатого колеса

На рисунку 1.9, *г* показана ділильна поверхня *11*, яка ділить зуб на ділильну ніжку *12* і ділильну голівку *13*. Лінія перетину бокової поверхні зуба з ділильною поверхнею називається лінією зуба *14*.

Враховуючи те, що циліндричні ЗП є плоскими зубчатими механізмами, їх параметри і основні параметри циліндричних зубчатих коліс доцільно розглядати в торцевому перетині (перпендикулярному до осі колеса). Тому замість згаданих вище поверхонь розглядаються відповідні кола або профілі (наприклад, замість поверхонь западин і вершин – кола западин і вершин, а замість активної поверхні зуба – активний профіль зуба).

Основні геометричні параметри циліндричного зубчатого колеса з числом зубців z у прив'язці до концентричних кіл

(кола вершин *I* радіусу r_a , початкового кола *II* радіусу r_w , основного кола *III* радіусу r_b і кола западин *IV* радіусу r_f) вказані на фрагменті його торцевого перетину (рисунок 1.10).



Початкове коло *II* радіуса r_w (центроїда) є характеристикою ЗП, яку утворює розглянуте зубчате колесо з парним k . В даному випадку з початковим колом збігається коло радіуса r ($r_w = r$). Параметри, що зв'язані з початковим колом, мають індекс «w» - початкова товщина зуба s_w , початкова ширина западини e_w , початковий крок $p_w = s_w + e_w$.

• При проектуванні ЗП розміри зубців зубчатих коліс зручно визначати в наступних основних лінійних величинах. Для пояснення вибору параметрів лінійних розмірів зубчатих коліс розглянемо довжину кола *II* через діаметр $d = 2 \cdot r$ (рисунок 1.10) і число зубців z

$$\pi \cdot d = p \cdot z,$$

де p – коловий крок – відстань між відповідними точками двох сусідніх зубців по дузі кола *II* радіуса r .

Тоді

$$d = \frac{p}{\pi} \cdot z \quad \text{або} \quad d = m \cdot z,$$

де m - відношення колового кроку до числа π , яке називається **модулем зубців** (вимірюється в міліметрах).

Для кола Π радіуса r , яке називається **ділильним**, модуль зубців призначається за ГОСТ 9563-60 з ряду раціональних чисел від 0,05 до 100 мм. Таким чином, **ділильне коло визначається як коло, для якого модуль має стандартну величину**. До ділильного кола прив'язується стандартний кут профілю $\alpha = 20^\circ$ (ГОСТ 13755 – 81). На рисунку 1.10 це кут між дотичною $t - t$ в точку d на ділильному колі і радіусом r , проведеним в цю точку.

Ділильне коло є характеристикою зубчатого колеса і діаметр його незмінний. Початкові кола дають характеристику зачеплення двох зубчатих коліс і радіуси цих кіл залежать від міжцентрової відстані a_w .

• Ділильне коло ділить зуб висотою h на дві частини: **ділильну голівку зуба** висотою h_a (частина зуба, що розташована між ділильним колом і колом вершин) і **ділильну ніжку зуба** висотою h_f (частина зуба, що розташована між ділильним колом і колом западин). Ділильна ніжка зуба більша за ділильну голівку на величину **радіального зазора** c (параметр зубчатої передачі – відстань між колом вершин одного зубчатого колеса і колом западин другого). Такі параметри визначаються за формулами

$$h_a = h_a^* \cdot m; \quad (1.11)$$

$$h_f = h_f^* \cdot m; \quad (1.12)$$

$$c = c^* \cdot m; \quad (1.13)$$

$$h = (h_a^* + h_f^*) \cdot m, \quad (1.14)$$

де h_a^* - коефіцієнт висоти голівки зуба,

c^* - коефіцієнт радіального зазора.

Дані параметри регламентуються ГОСТ 13755 – 81: $h_a^* = 1,0$; $c^* = 0,25$. Тоді коефіцієнт висоти ніжки зуба $h_f^* = h_a^* + c^* = 1,0 + 0,25 = 1,25$, а висота зуба $h = 2,25 \cdot m$.

• Відношення довжини концентричних кіл – початкового (радіуса r_w), ділильного (радіуса r), основного (радіуса r_b), довільного (радіуса r_y) – до числа зубців зубчатого колеса визначають відстань між профілями z сусідніх зубців за дугою відповідного кола, яка називається **крок**. При цьому дуги p_w, p, p_b, p_y відповідають одному й тому ж **кутовому кроку** τ

$$\tau = \frac{360^\circ}{z} \quad (1.15)$$

1.6 Основні властивості евольвентного зачеплення і елементи евольвентної зубчатої передачі

На рисунку 1.11 показано зовнішнє зачеплення двох необмежених колами вершин евольвент E_1 і E_2 , які дотикаються в точці K . З властивостей евольвенти (п.р. 1.4) випливає, що відрізок KN_1 , який проведений від точки K дотично до основного кола радіуса r_{b1} , є нормаллю до евольвенти E_1 . На підставі того ж відрізок KN_2 , який проведений від точки K дотично до основного кола радіуса r_{b2} , є нормаллю до евольвенти E_2 . Відрізки KN_1 і KN_2 складають пряму N_1N_2 , яка є дотичною до двох основних кіл. Тому пряма N_1N_2 буде загальною нормаллю до евольвент E_1 і E_2 , які з цієї причини є спряженими і мають точку контакту K , що лежить на прямій N_1N_2 . З аналогічного розглядання нового положення евольвент E_1 і E_2 , які контактують в точці K' , видно, що пряма N_1N_2 є їх загальною нормаллю, а тому точка контакту знаходиться на цій прямій. Це свідчить про те, що пряму N_1N_2 можна розглядати як геометричне місце точок контакту сполучених евольвент E_1 і E_2 . Таким чином в процесі зачеплення двох евольвентних профілів зубців їх загальна нормаль, як дотична до двох основних кіл, не змінює свого положення, а тому не змінює свого положення і полюс зачеплення P .

З цього витікає **перша (головна) властивість** евольвентного зачеплення: *евольвентне зачеплення забезпечує сталі передаточні відношення*

$$i_{12} = \mp \omega_1 / \omega_2 = \mp PO_2 / PO_1 = \text{const}.$$

Пряма N_1N_2 , яка є траєкторією точки контакту K необмежених колами вершин евольвентних профілів в її абсолютному русі, називається **лінією зачеплення (теоретичною)**. Гострий кут α_w між теоретичною лінією зачеплення і перпендикуляром $p - p$ до

міжосьової лінії O_1O_2 , проведеним через полюс зачеплення P , називається **кутом зачеплення**.

З рисунку 1.10 видно, що радіуси початкових кіл дорівнюють $r_{w1} = r_{b1} \cdot \cos \alpha_w$ і $r_{w2} = r_{b2} \cdot \cos \alpha_w$. Передаточне відношення зубчатої передачі

$$i_{12} = \mp \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{PO_2}{PO_1} = \mp \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \mp \frac{r_{b2} \cdot \cos \alpha_w}{r_{b1} \cdot \cos \alpha_w} = \mp \frac{r_{b2}}{r_{b1}}. \quad (1.16)$$

З урахуванням того, що міжосьова відстань дорівнює $a_w = r_{w1} + r_{w2}$, а кут зачеплення α_w може змінюватися в залежності від заданих на проектування ЗП параметрів, на основі отриманої формули (1.29) формулюється **друга властивість** евольвентного зачеплення: *евольвентне зачеплення (як зовнішнє, так і внутрішнє) допускає зміну міжосьової відстані із збереженням передбаченого раніше передаточного відношення*. Зміна міжосьової відстані впливає лише на величини кута зачеплення і радіусів початкових кіл.

Третя властивість евольвентного зачеплення: *при зовнішньому зачепленні евольвентні профілі є спряженими лише в межах теоретичної лінії зачеплення N_1N_2* .

На рисунку 1.12 показаний фрагмент циліндричної ЗП зовнішнього зачеплення. В точках B_1 і B_2 теоретична лінія зачеплення N_1N_2 перетинається кінцями вершин зубців зубчатих коліс радіусів r_{a1} і r_{a2} . В точці B_1 спряжені профілі зубців входять в зачеплення, а в точці B_2 виходять з зачеплення.

Процес взаємодії профілів головних поверхонь спряжених зубців відбувається на ділянці B_1B_2 теоретичної лінії зачеплення, яка називається **активною лінією зачеплення**. Зубчата передача повинна проектуватися таким чином, щоб активна лінія зачеплення B_1B_2 була розташована в межах теоретичної лінії зачеплення N_1N_2 .

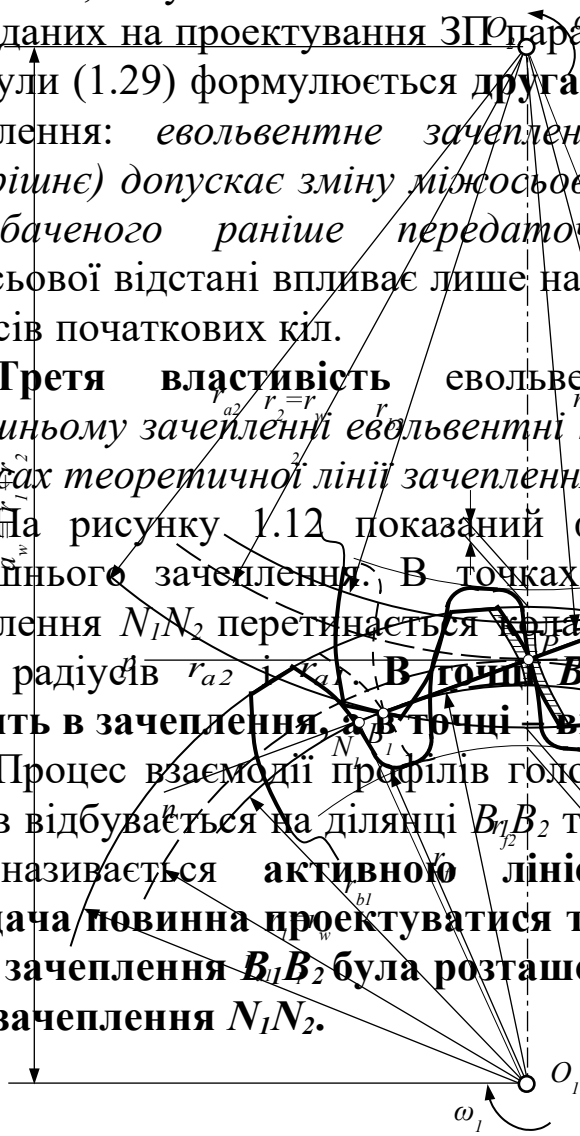
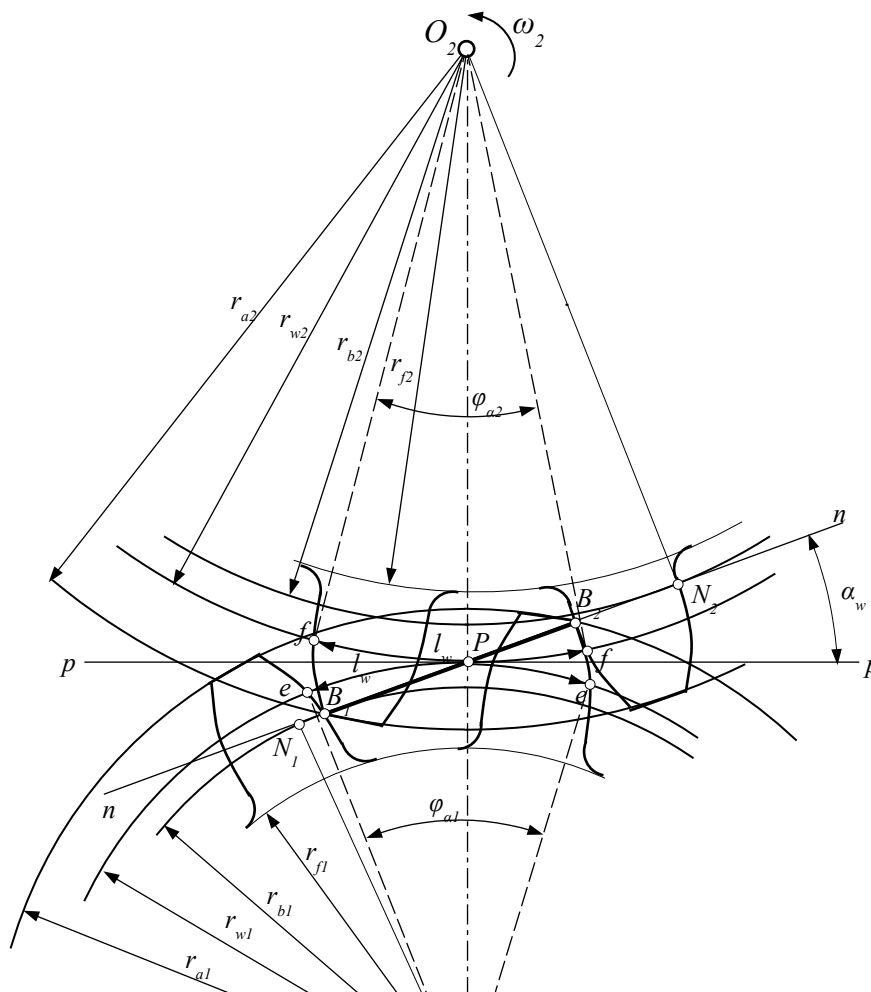


Рисунок 1.12 – Схема евольвентного зубчатого зачеплення

При заданих напрямках обертання зубчатих коліс тільки одна сторона зуба – **робоча сторона зуба** - буде передавати і сприймати зусилля. В зачепленні беруть участь **активні профілі зубців**, які розташовані на робочих сторонах зубців і відповідають активній лінії зачеплення V_1V_2 . На рисунку 1.12 активні профілі зубців зубчатих коліс, що контактують в полюсі зачеплення P , заштриховані (границі активних профілів обмежені дугами кіл радіусів $r_{O_1V_1}$ і $r_{O_2V_2}$). Теоретична лінія зачеплення N_1N_2 , активна лінія зачеплення V_1V_2 , активні профілі зубців є основними елементами евольвентної ЗП.

До основних елементів евольвентної ЗП також відносяться початкові дуги зачеплення і торцеві кути перекриття (див. рисунок 1.13). **Початковими дугами зачеплення** ($l_w = \cup ee = \cup ff$) називаються частини початкових кіл, які перекочуються одна по одній за час контакту пари зубців. **Торцевими кутами**

перекриття ($\varphi_{\alpha 1}, \varphi_{\alpha 2}$) називаються кути повороту зубчатих коліс від положення входу зубців у зачеплення (точка контакту пари зубців K збігається з точкою B_1) до їх виходу з зачеплення (точка контакту пари зубців K збігається з точкою B_2).



1.7 Якісні показники зубчатих передач

Якісні показники дають можливість оцінити зубчасту передачу, що проєдується у відношенні плавності та безшумності зачеплення, швидкості зносу та міцності зубців, а також порівняти ряд ЗП за одними і тими ж показниками. До

таких показників відносяться коефіцієнт перекриття, коефіцієнти питомих ковзань, коефіцієнт питомого тиску.

Коефіцієнт перекриття характеризує безперервність і плавність зачеплення в ЗП. Такі властивості забезпечуються перекриттям роботи однієї пари зубців роботою другої пари зубців. Для забезпечення безперервності і плавності зачеплення в ЗП кожна наступна пара зубців повинна увійти в зачеплення ще до того, як попередня пара зубців вийде з зачеплення. Величина перекриття в **циліндричній ЗП** оцінюється **коефіцієнтом торцевого перекриття** ε_α

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_{\alpha 1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha 2}}{\tau_2} = \frac{l_w}{p_w}. \quad (1.17)$$

Елементи зубчатих коліс і ЗП $\tau_1, \tau_2, p_w, l_w, \varphi_{\alpha 1}, \varphi_{\alpha 2}$ позначені на рисунках 1.10 і 1.13. Чисельно величина коефіцієнта перекриття показує число пар зубців, що можуть перебувати в зачепленні одночасно. Наприклад, якщо $\varepsilon_\alpha = 1,6$, то в зачепленні одночасно можуть перебувати одночасно дві пари зубців (60 % часу) і одна пара (40 % часу).

Уявімо, що на рисунку 1.13 для циліндричної ЗП поданий випадок, коли в момент виходу з зачеплення попередньої пари зубців (точка контакту їх профілів збігається з точкою B_1) починає контактувати наступна пара зубців (точка контакту профілів збігається з точкою B_2). Такій ситуації відповідає рівняння $l_w = p_w$ і розрахункова величина коефіцієнта торцевого перекриття складає $\varepsilon_\alpha = 1$. Але в експлуатації внаслідок спрацьовування активних профілів зубців умови безперервності і плавності зачеплення в такій ЗП будуть порушені (дійсний коефіцієнт перекриття $\varepsilon_\alpha < 1$). Тому проектування ЗП загального призначення проводиться за умов $\varepsilon_\alpha \geq 1,1$ (забезпечення безперервності процесу зачеплення з 10-відсотковим запасом), а відповідальних ЗП - $\varepsilon_\alpha \geq 1,4$.

Коефіцієнт перекриття косозубої ЗП ε_γ розраховується за формулою

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta, \quad (1.18)$$

де ε_β - осьовий коефіцієнт перекриття

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \sin \beta}{m \cdot \pi}, \quad (1.19)$$

де β - кут нахилу зубців зубчатих коліс косозубої ЗП;

b – прийнята при проектуванні ЗП ширина зубчатого колеса.

Рівняння (1.31) і (1.32) свідчать, що коефіцієнт перекриття ε_γ косозубої ЗП ($\beta \neq 0$) більший від коефіцієнта перекриття ε_α прямозубої ЗП ($\beta = 0$), що є суттєвою перевагою косозубої ЗП.

Коефіцієнти питомих ковзань λ_1 і λ_2 ураховують вплив геометричних і кінематичних факторів на величину проковзування профілів у процесі зачеплення. Наявність ковзання при одночасному натисканні зубця шестірні на зуб колеса приводить до зносу їх профілів. Такий знос в окремих частинах профілів буде різний і його інтенсивність оцінюється величиною коефіцієнтів λ_1 і λ_2 .

На рисунку 1.14 в області, близькій до точки контакту K сполучених профілів, виділені елементарні дуги $\cup K'_1 K''_1$ (довжиною ds_1) і $\cup K'_2 K''_2$ (довжиною ds_2), які котяться одна по другій з проковзуванням. Точки K'_1 , K'_2 і K''_1 , K''_2 є спряженими точками. З причин взаємного проковзування профілів довжини показаних дуг не однакові і їх різниця являє собою дугу ковзання ($ds_{12} = ds_1 - ds_2$). Коефіцієнти питомих ковзань визначаються за такими залежностями

$$\lambda_1 = \lim_{ds_1 \rightarrow 0} \frac{ds_{12}}{ds_1}; \quad \lambda_2 = \lim_{ds_2 \rightarrow 0} \frac{ds_{12}}{ds_2}. \quad (1.20)$$

Порівняння інтенсивності зносу зубців шестірні і колеса ЗП, що проектується, доцільно проводити за **діаграмами питомих ковзань** – графіками, які показують зміну коефіцієнтів λ_1 і λ_2 для різних точок спряжених профілів за період їх зачеплення.

Приклад діаграм питомих ковзань показаний на рисунку 1.15. Для їх побудови поточні значення коефіцієнтів λ_1 і λ_2 розраховуються за поданими нижче формулами:

$$\lambda_1 = I + \frac{I}{i_{12}} - \frac{W}{x} \cdot \frac{I}{i_{12}}; \quad \lambda_2 = I + i_{12} - \frac{W}{W-x} \cdot i_{12}, \quad (1.21)$$

де W – довжина теоретичної лінії зачеплення N_1N_2 ;

x – поточна відстань від точки N_1 до розглянутої точки спряжених профілів (K), яка відраховується в напрямку точки N_2 $x \in N_1N_2[0;W]$.

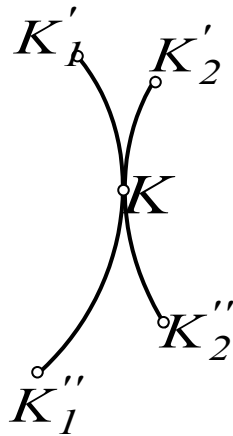


Рисунок 1.14 – До визначення коефіцієнтів питомих ковзань

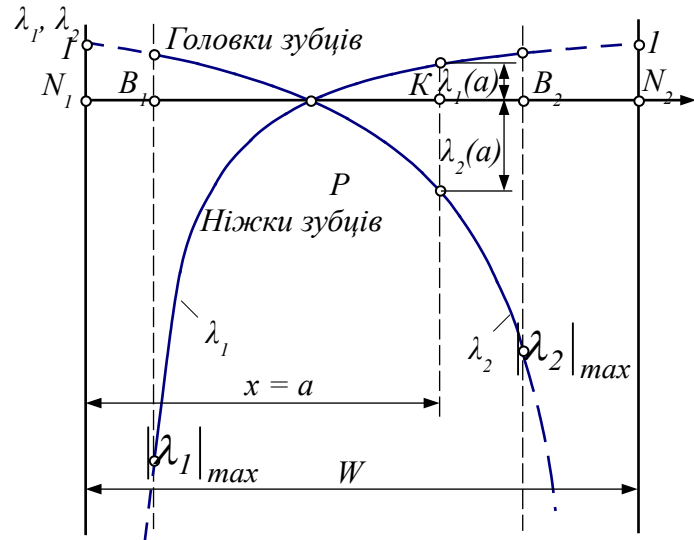


Рисунок 1.15 – Приклад діаграми питомих ковзань

Аналіз поданих на рисунку 1.15 діаграм питомих ковзань обґрунтовує такі висновки (лінії, проведені через точки B_1 і B_2 паралельно осі ординат, виділяють робочі ділянки діаграм):

а) у полюсі зачеплення P коефіцієнти питомих ковзань λ_1 і λ_2 дорівнюють нулю (кочення спряжених профілів один по одному без ковзання);

б) при віддаленні від полюса зачеплення коефіцієнти питомих ковзань λ_1 і λ_2 збільшуються, причому на ніжках зубців більш інтенсивно, ніж на головках.

в) в експлуатації ЗП знос на ніжках зубців зубчатих коліс буде значно вищий, ніж на головках.

Коефіцієнт питомого тиску ν урахує вплив геометрії зубців (радіусів кривизни їх профілів) на величину контактних напружень σ_H , що виникають в місцях контактування зубців. При передачі великих навантажень напруження σ_H можуть бути настільки суттєвими, що спричинять викришування матеріалу на робочій поверхні зубців.

Контактні напруження визначаються за формулою Герца

$$\sigma_H = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{F_n \cdot E}{b \cdot \rho}}, \quad (1.22)$$

де E – зведений модуль пружності 1-го роду матеріалів зубчатих коліс, $E = 2 \cdot E_1 \cdot E_2 / (E_1 + E_2)$;

ρ – зведений радіус кривизни евольвентних профілів у відповідній точці контакту K , поточна величина якого визначається за формулою

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \cdot \rho_2}. \quad (1.23)$$

З урахуванням відповідних властивостей евольвенти

$$\frac{1}{\rho} = \frac{W}{N_{1K} \cdot N_{2K}}. \quad (1.24)$$

Поточна величина коефіцієнта питомого тиску ν у відповідній точці контакту профілів K визначається за співвідношенням

$$\nu_K = \frac{m}{\rho} = \frac{m \cdot W}{N_{1K} \cdot N_{2K}}. \quad (1.25)$$

При підстановці в формулу Герца співвідношення (1.25) контактні напруження в місцях контактування зубців, що відповідають точці K ,

$$\sigma_{HK} = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{F_n \cdot E}{b \cdot m}} \cdot \sqrt{\nu_K}. \quad (1.26)$$

На рисунку 1.16 показаний приклад графіка зміни

коефіцієнта ν для різних точок спряжених профілів ЗП за період їх зачеплення (лінії, проведені через точки B_1 і B_2 паралельно осі ординат, виділяють робочу ділянку графіка).

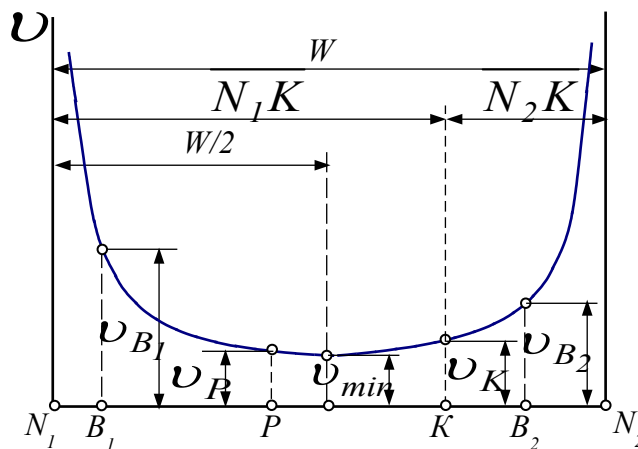


Рисунок 1.16 – Приклад графіка зміни коефіцієнту питомого тиску в ЗП

1.8 Методи виготовлення зубчатих коліс

В нинішній час зубчаті колеса можуть виготовлятися нарізанням, литтям і пластичною деформацією (штампуванням, накатуванням). При цьому найвища точність виготовлення зубчатих коліс досягається при нарізанні. Найбільш розповсюдженими методами нарізання зубчатих коліс є копіювання і обкатка (огинання).

Метод копіювання. При такому методі зубчаті колеса нарізають інструментом, конфігурація осьового перетину якого повністю відповідає профілю западин (рисунок 1.17). У ролі **різального інструменту** використовуються **модульні фрези**

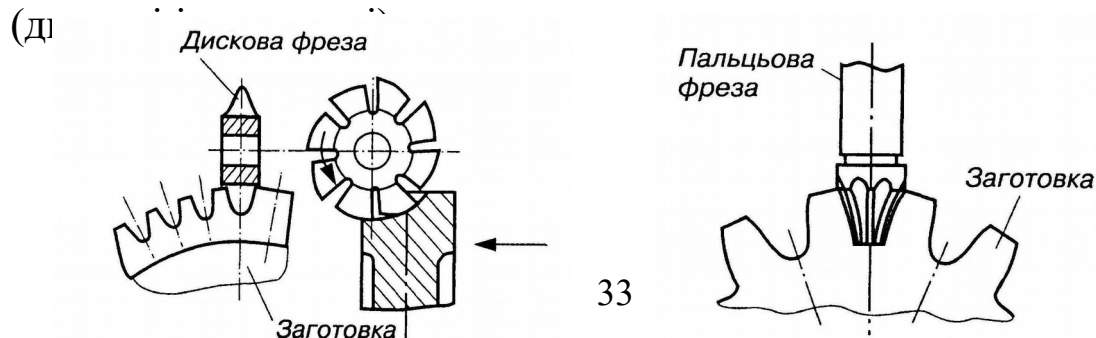


Рисунок 1.17 – Виготовлення зубчатих коліс методом копіювання

В процесі виготовлення зубчатого колеса забезпечується відносне переміщення вздовж зуба заготовки і модульної фрези, що обертається. За кожний хід фреза нарізає одну западину. Після цього заготовка повертається на кутовий крок $\tau = 360^\circ / z$. З використанням такого методу нарізаються прямозубі, косозубі та шевронні зубчаті колеса.

До **основних недоліків методу** відносяться:

- а) мала продуктивність;
- б) низька точність зубчатих коліс (складні криволінійні різальні кромки інструменту виготовляються з неминучими похибками, які визначають неточність зубчатих коліс, що ним нарізаються);
- в) потреба у великій кількості різального інструменту (окрема фреза для кожного сполучення m і z).

Тому метод копіювання доцільно використовувати при індивідуальному або дрібносерійному виготовленні зубчатих коліс для малонавантажених і тихохідних ЗП.

Метод обкатки (огинання). Метод базується на тому, що заготовка, з якої виготовляється зубчате колесо, і інструмент зубчатої форми (довбач, інструментальна рейка, черв'ячна фреза) здійснюють відносні рухи, які **відтворюють процес зачеплення - перекочування без ковзання початкових ліній інструменту і колеса, що виготовляється**. Таке зачеплення називається **верстатним**. Окрім руху, що відтворює процес зачеплення, інструменту надається технологічний рух різання. При цьому різальні кромки інструменту окреслюють зубчасту поверхню, яка називається **твірною**.

На рисунку 1.18, а показано процес нарізання зуборізальним довбачем з числом зубців z_1 зубчатого колеса (число зубців z_2) із зовнішніми зубцями. Довбач здійснює зворотно-поступальний рух паралельно осі заготовки колеса, що нарізується (технологічний рух). Одночасно з цим довбачеві і заготовці надаються обертальні рухи з таким же співвідношенням кутових швидкостей, яке б мали довбач і колесо при знаходженні в зачепленні (відтворення зачеплення з передаточним числом $u_{12} = z_2/z_1$). Евольвентний профіль нарізаного зуба є обвідною всіх положень різальної кромки довбача. Слід зазначити, що з використанням довбачів нарізуються зубчаті колеса із внутрішніми зубцями (рисунки 1.18, б).

В процесі нарізання зубців зубчатих коліс інструментальною рейкою (гребінкою) остання здійснює зворотно-поступальний рух вздовж осі заготовки (рисунки 1.19). Заготовка в горизонтальній площині здійснює обертальний рух навколо власної осі і поступальний рух вздовж гребінки. Отже, заготовка здійснює рух зубчатого колеса, що котиться по зубчатій рейці, і профілі зубців отримують процесом обкатки. З урахуванням того, що бокові профілі зубців гребінок прямі лінії, їх виготовлення не викликає труднощів і може бути виконане з високою точністю. Проте процес нарізання гребінкою зубців зубчатого колеса не може бути безперервним, оскільки число зубців гребінки обмежене. Після того як заготовка прокатиться по всій довжині гребінки, обк заготовка повертається у вихідне і

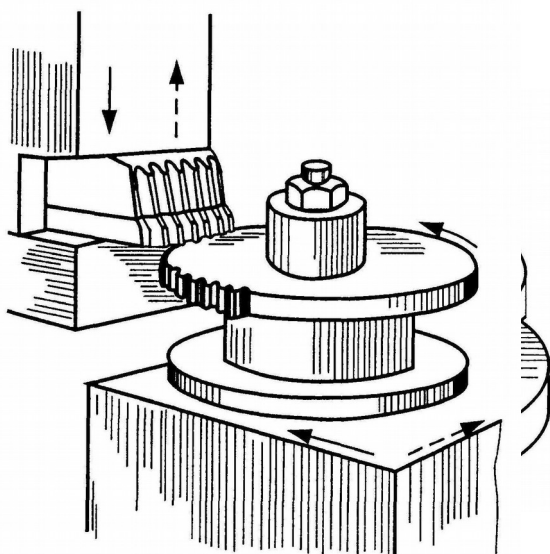


Рисунок 1.18 – Нарізання зубчатих коліс довбачем а)

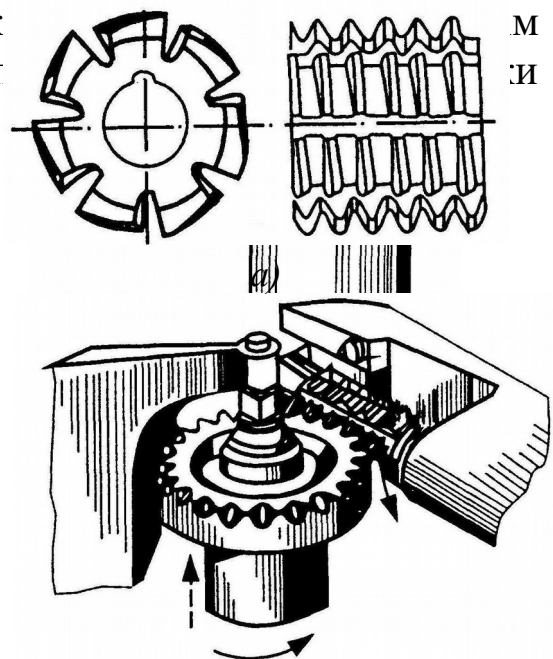


Рисунок 1.20 – Нарізання зубчатих коліс черв'ячною фрезою

Рисунок 1.19 – Нарізання зубчатих коліс інструментальною рейкою

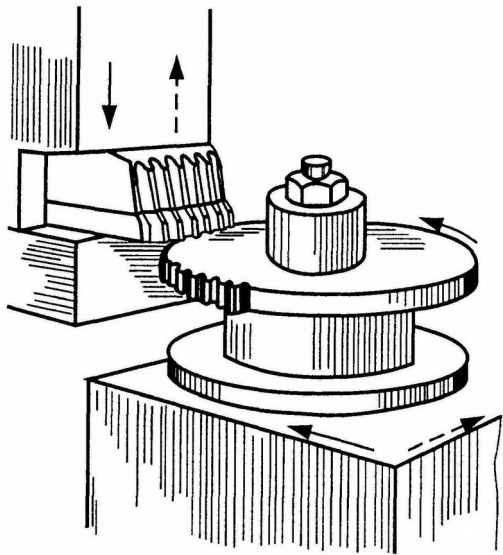


Рисунок 1.19 – Нарізання зубчатих коліс інструментальною рейкою

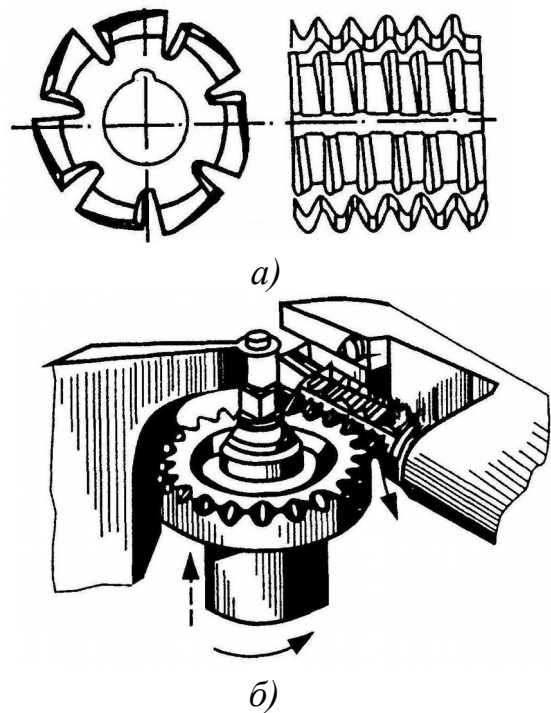


Рисунок 1.20 – Нарізання зубчатих коліс черв'ячною фрезою

Безперервність процесу обкатки забезпечується при нарізанні зубчатих коліс **черв'ячними фрезами**. Черв'ячна фреза (рисунок 1.20, *a*) – це черв'як, профіль нарізки якого у нормальній перетині повністю відповідає профілю твирного рейкового контуру. Для утворення ріжучих кромки на черв'ячній фрезі вздовж осі виконуються декілька канавок.

В процесі обкатки (рисунок 1.20, *б*) черв'ячна фреза і зубчате колесо, що нарізується, здійснюють обертальний рух (відтворення зубчатого зачеплення). Для нарізання колеса за всією шириною зубчатого вінця, фреза (або заготовка) здійснює також технологічний рух вздовж лінії зубця.

1.9 Рейковий вихідний твірний контур. Рейкове верстатне зачеплення. Зміщення зуборізного інструменту при виготовленні зубчатих коліс.

При перетинанні твірної поверхні зуборізального інструменту площиною, яка перпендикулярна осі заготовки зубчатого колеса, в перетині отримується **вихідний твірний контур (ВТК)**. ВТК евольвентного рейкового інструменту називають контуром зубців інструментальної рейки, яка заповнює (як відливка форму) западини **теоретичного вихідного контуру (ТВК)**. Форма і геометричні параметри рейкового ВТК регламентуються ГОСТ 13755 – 81 (рисунок 1.21): кут профілю $\alpha = 20^\circ$; коефіцієнт висоти головки зубців $h_a^* = 1,0$; коефіцієнт радіального зазора $c^* = 0,25$; коефіцієнт радіуса перехідної кривої $\rho_f^* = 0,384$.

Перехід прямолінійних евольвентних частин профілю зубця рейкового ВТК (ділянка *C-D* на рисунку 1.21) до основи западин і до вершин здійснюється відповідно за дугами *A-C* і *C-D* радіуса $\rho = \rho_f^* \cdot m$. На рейковому ВТК відмічаються п'ять прямих ліній: *1-1* – ділильна пряма; *2-2* і *3-3* – прямі граничних точок; *4-4* – пряма вершин і *5-5* – пряма западин. Для того щоб поверхня западин різального інструменту не брала участі в процесі різання, між прямою вершин ТВК і прямою западин ВТК зберігається радіальний зазор $c = c^* \cdot m$. Для забезпечення в зубчатому зачепленні радіального зазора ділильна головка ВТК виготовляється вищою за головку ТВК, на величину $c = c^* \cdot m$. Колесо із зовнішніми зубцями, яке нарізане рейковим ВТК при збереженні на ділильному колі теоретичної товщини зуба $s = \pi \cdot m / 2$ і теоретичного радіального зазора $c = c^* \cdot m$ у западині рейки називається **твірним зубчатим колесом**.

Рейковий вихідний твірний контур

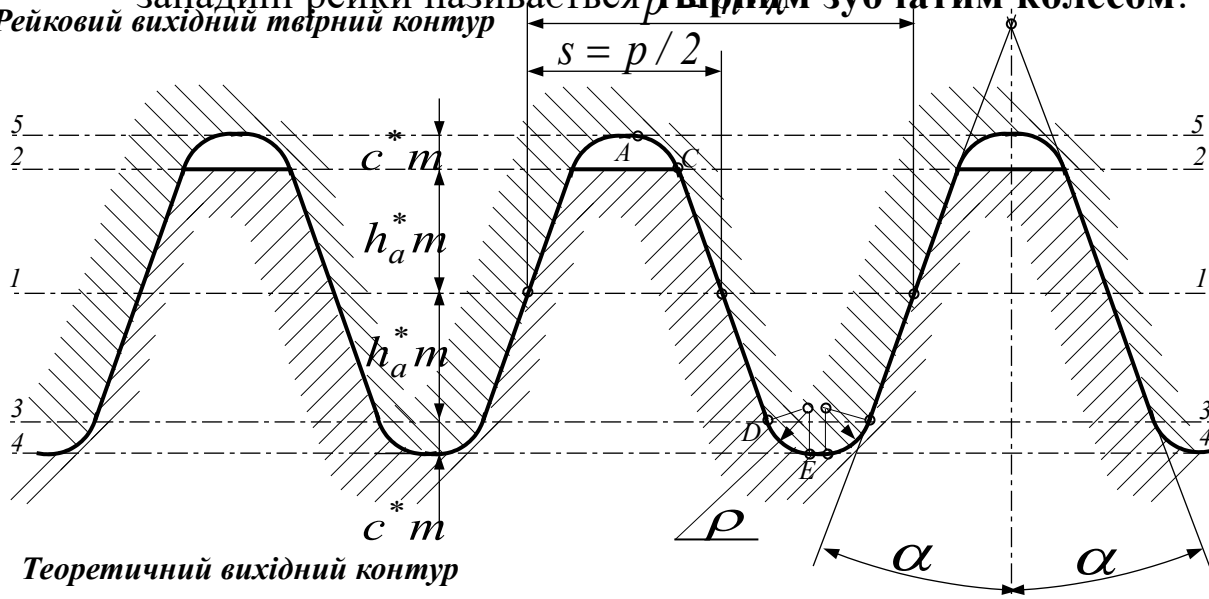


Рисунок 1.21 – Основні параметри рейкового вихідного твірного контуру

В рейковому верстатному зачепленні початковими лініями, які котяться одна по одній без ковзання, є верстатно-початкова пряма інструменту і верстатно-початкове коло зубчатого колеса, що нарізується. Радіус верстатно-початкового кола r_{w0} дорівнює радіусу ділильного кола зубчатого колеса. Кут рейкового верстатного зачеплення α_{w0} дорівнює куту профілю ВТК $\alpha = 20^\circ$.

При виготовленні зубчатих коліс методом обкатки можливе різне установлення зуборізального інструменту на верстаті відносно заготовки. Відповідно до цього в рейковому верстатному зачепленні ділильна пряма ВТК (пряма 1-1 на рисунку 1.21) може по-різному розташуватися відносно ділильного кола зубчатого колеса:

- дотикатися до ділильного кола колеса – **нульове** установлення інструменту (відповідає виготовленню **нульових** зубчатих коліс);

- зміщуватися від осі заготовки (від ділильного кола) – **додатне** установлення інструменту (відповідає виготовленню **додатних** зубчатих коліс);

- зміщуватися до осі заготовки (перетинати ділильне коло) – **від’ємне** установлення інструменту (відповідає виготовленню **від’ємних** зубчатих коліс).

Відстань l між ділильною прямою зуборізальної рейки і ділильним колом зубчатого колеса, що виготовляється, називається **зміщенням** інструменту. Величина l має знак і визначається за формулою

$$l = m \cdot x, \quad (1.27)$$

де x - **коефіцієнт зміщення**.

При **нульовому** установленні інструменту $l = 0$, $x = 0$; при

додатному установленні $l > 0, x > 0$; при від'ємному - $l < 0, x < 0$.

На рисунку 1.22 показано рейкове верстатне зачеплення при нарізанні зубчатого колеса з додатним зміщенням інструменту. **Лінія верстатного зачеплення** починається в точці N_1 і через полюс зачеплення P_0 уходить в нескінченність. Граничні точки активної лінії зачеплення B_1 і B_2 знаходяться на перетинанні лінії верстатного зачеплення з прямою граничних точок 3-3 рейки і колом вершин зубчатого колеса. Відстань між колом вершин зубців колеса і прямою западин рейки 5-5 є верстатним зазором c_0 , який визначається як $c_0 = c \cdot m$, де c - коефіцієнт зрівняльного зміщення.

З рисунку 1.22 видно, що товщина зубців колеса за ділильним колом s дорівнює ширині западини $a-a$ між зубцями рейки за верстатно-початковою прямою, яка складається з ширини западини ВТК $e = \pi \cdot m / 2$ і двох катетів $r_{w0}^{ab} = x \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

Таким чином, для нульових зубчатих коліс ($l = 0, x = 0$) $s = \pi \cdot m / 2$, для додатних ($l > 0, x > 0$) - $s > \pi \cdot m / 2$, а для від'ємних ($l < 0, x < 0$) - $s < \pi \cdot m / 2$.



Рисунок 1.22 - Рейкове верстатне зачеплення при нарізанні зубчатого колеса з додатним зміщенням інструменту.

На рисунку 1.23 подане порівняння профілів зубців зубчатих коліс 1, 2 і 3, що мають однакове число зубців і нарізані одним і тим же інструментом, але з різним його зміщенням – $l_1 < l_2 < l_3$ ($x_1 < x_2 < x_3$). Колеса мають однакові радіуси ділильних і основних кіл, тому профілі їх зубців окреслені за однією і тією ж евольвентою. Але товщини зубців за ділильним колом s_1 (дуга $a-b$), s_2 (дуга $a-c$), s_3 (дуга $a-d$) і радіуси кіл вершин r_{a1} , r_{a2} , r_{a3} у зубчатих коліс різні. Із збільшенням l товщина зубців у основи збільшується, а при вершині зменшується ($s_{a1} > s_{a2} > s_{a3}$), тобто величина коефіцієнта зміщення суттєво впливає на форму зубців. Таким чином, із розглянутих на рисунку 1.23 коліс найбільш міцними будуть зубці у третього. Окрім того, радіуси кривизни евольвенти зубців третього колеса більші, що сприяє зменшенню зносу їх бокових поверхонь. Тому при проектуванні зубчатих передач слід урахувувати, що **величини коефіцієнтів зміщення x відповідним чином впливають на форму зубців зубчатих коліс і якісні показники зубчатої передачі.**

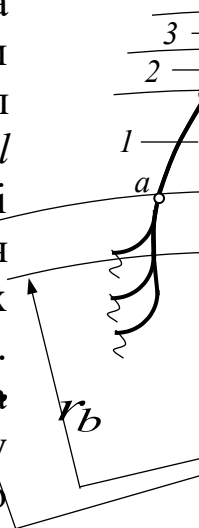


Рисунок 1.23 – Аналіз зміщення x на геометрію

1.10 Підрізання та загострення зубців. Вибір розрахункових коефіцієнтів зміщення

У відповідності до властивостей евольвентного зачеплення (п.р.1.6) прямолінійна (евольвентна) частина ВТК і евольвентна частина профілю зубця колеса, що виготовляється, дотикаються одна до одної на лінії верстатного зачеплення, яка починається в точці N_1 (рисунк 1.22). У випадку, коли точка B_1 активної лінії зачеплення розташовується лівіше точки M , прямолінійна ділянка ВТК не дотикається до евольвентного профілю зубця, а перетинає його (рисунк 1.24, а). З урахуванням того, що ВТК фізично являє собою слід, що залишають ріжучі кромки інструменту на матеріалі заготовки, вказане перетинання приводить до підрізання зубців колеса у їх основи (рисунк 1.24, б). Підрізання зменшує евольвентну частину профілів зубців зубчатого колеса і ослаблює зубці в небезпечних перерізах.

Умовою відсутності підрізання зубців при виготовленні зубчатих коліс є розташування точки B_1 між точкою N_1 і полюсом верстатного зачеплення P_0 ($N_1P_0 \geq B_1P_0$). З урахуванням цієї умови кількість зубців зубчатого колеса, при якій вони будуть виготовлені без підрізання з відповідним установленням інструменту (значенням коефіцієнту зміщення x), визначається за формулою

$$z \geq 2 \cdot (h_a^* - x) / \sin^2 \alpha. \quad (1.28)$$

При виготовленні нульових зубчатих коліс зуборізальною рейкою ($x=0$; $h_a^*=1,0$; $\alpha=20^\circ$) мінімальна кількість зубців зубчатого колеса, при якій вони будуть без підрізання, $z_{min}=2 \cdot h_a^* / \sin^2 \alpha = 17$. Для уникнення підрізання при $z < z_{min}$ виготовлення зубчатих коліс повинно виконуватись при зміщенні інструменту, мінімальна величина якого дорівнює $l_{min} = m \cdot x_{min}$. Залежність для визначення мінімального значення коефіцієнта зміщення x_{min} отримується з перетворення формули (1.28)

$$x_{min} = (z_{min} - z) / z_{min} . \quad (1.29)$$

З аналізу співвідношення (1.29) можна зробити такі висновки:

- зубчаті колеса з числом зубців $z > z_{min}$ без підрізання можливо виготовляти при додатному ($x > 0$), нульовому ($x = 0$) і від'ємному ($x < 0$) зміщенні інструменту;
- зубчаті колеса з числом зубців $z = z_{min}$ без підрізання можливо виготовляти при додатному ($x > 0$) і нульовому ($x = 0$) зміщенні інструменту;
- зубчаті колеса з числом зубців $z < z_{min}$ без підрізання можливо виготовляти тільки при додатному ($x > 0$) зміщенні інструменту.

З матеріалу, що подано у п.р. 1.9, видно, що при збільшенні коефіцієнта зміщення x товщина зуба при вершині s_a зменшується. При деякому коефіцієнті зміщення,

який називається **максимальним** (x_{max}), настає **загострення зуба** ($s_a = 0$). Для уникнення руйнування вершин загострених зубців в експлуатації, при проведенні розрахунків величини коефіцієнтів зміщення x повинні призначатися за умов забезпечення товщини зубців при вершинах $s_a \geq 0,2 \cdot m$.

При розв'язанні певних інженерних задач з проектування ЗП, що утворена зубчатими колесами з числом зубців z_1 і z_2 , розрахункові коефіцієнти зміщення x_1 і x_2 вибираються з інтервалу $x_{1,2min} \leq x_{1,2} \leq x_{1,2max}$ з урахуванням впливу їх величин на основні параметри зубчатих коліс, зубчастої передачі та її якісні показники:

- збільшення коефіцієнтів x_1 і x_2 приводить до зниження величини коефіцієнта перекриття ε_α . Тому при проектуванні ЗП загального призначення вибір x_1 і x_2 виконується за умов $\varepsilon_\alpha \geq 1,1$;

- величини коефіцієнтів зміщення впливають на значення питомих ковзань λ_1 і λ_2 . За рахунок відповідного вибору x_1 і x_2 можливе проектування ЗП з величинами λ_1 і λ_2 , що відповідають умовам її експлуатації (наприклад, для відкритих ЗП оптимальним є співвідношення $|\lambda_1|_{max} = |\lambda_2|_{max}$, при якому забезпечується найменше спрацювання активних поверхонь зубців);

- збільшення коефіцієнтів x_1 і x_2 приводить до зниження величини коефіцієнта питомого тиску v ;

- за рахунок відповідного підбору коефіцієнтів x_1 і x_2 розв'язуються задачі з вписування ЗП в задану міжосьову відстань a_w для випадків, коли $a_w \neq r_1 + r_2$ (див. рисунок 1.12). Прикладом такої задачі є проектування тягових зубчатих передач тягового рухомого складу залізниць.

На даний час існують такі методи вибору розрахункових коефіцієнтів зміщення x_1 і x_2 :

- **для проектування ЗП з максимальною контактною міцністю** за таблицями, складеними проф. Кудрявцевим В.М.. Для відповідних чисел зубців z_1 і z_2 з таблиць вибираються коефіцієнти зміщення x_1 і x_2 , сума яких ($x_\Sigma = x_1 + x_2$) максимально

можлива за умов відсутності підрізання та загострення зубців, а також забезпечення вимоги $\varepsilon_\alpha \geq 1,1$;

- для проектування ЗП з мінімальним спрацюванням активних профілів зубців за таблицями, складеними у Центральному конструкторському бюро редукторобудування (ЦКБР). Для відповідних чисел зубців z_1 і z_2 ($z_1 + z_2 \geq 34$) з таблиць вибираються коефіцієнти зміщення x_1 і x_2 ($x_1 = -x_2$) за умов забезпечення $|\lambda_1|_{max} = |\lambda_2|_{max}$, відсутності підрізання та загострення зубців, а також забезпечення вимоги $\varepsilon_\alpha \geq 1,1$;

- для розв'язання комплексних задач при проектуванні ЗП коефіцієнти зміщення x_1 і x_2 для відповідних чисел зубців z_1 і z_2 вибираються з графіків («блокувальних контурів»), альбом яких міститься в додатках до стандартів на зубчаті передачі (ГОСТ 16531-83, 16532-70).

Відповідно до вибраних значень розрахункових коефіцієнтів зміщення x_1 і x_2 , розрізняють такі зубчаті передачі:

- нульові ЗП: $x_1 = x_2 = 0$; міжосьова відстань $a_w = r_1 + r_2$, кут зачеплення $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$;

- рівнозміщені ЗП: $x_1 = -x_2$; $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$, міжосьова відстань $a_w = r_1 + r_2$, кут зачеплення $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$;

- додатні ЗП: $x_\Sigma = x_1 + x_2 > 0$, міжосьова відстань $a_w > r_1 + r_2$, кут зачеплення $\alpha_w > 20^\circ$;

- від'ємні ЗП: $x_\Sigma = x_1 + x_2 < 0$, міжосьова відстань $a_w < r_1 + r_2$, кут зачеплення $\alpha_w < 20^\circ$.

1.11 Порядок геометричного розрахунку евольвентної циліндричної зубчатої передачі з прямозубими колесами

Для геометричного розрахунку циліндричної ЗП, що проектується при вільному виборі міжосьової відстані, ураховуються такі вихідні дані: вихідний контур зубонарізального інструменту – рейковий; модуль зубців m ; числа зубців зубчатих коліс z_1, z_2 ; кут головного профілю вихідного контуру $\alpha = 20^\circ$; коефіцієнт висоти головки зубців

$h_a^* = 1,0$; коефіцієнт радіального $c^* = 0,25$.

Нижче наведено рекомендовану послідовність геометричного розрахунку ЗП, що утворена циліндричними зубчатими колесами, ділильні кола яких збігаються з початковими:

- з урахуванням задач, що розв'язуються при проектуванні ЗП, за відповідним методом вибираються розрахункові коефіцієнти зміщення x_1 і x_2 .

- кут зачеплення

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \operatorname{inv}\alpha + \frac{2 \cdot (x_1 + x_2) \cdot \operatorname{tg}\alpha}{(z_1 + z_2)}. \quad (1.30)$$

Після визначення $\operatorname{inv}\alpha_w$ величина кута зачеплення визначається з таблиці інволютних функцій;

- міжосьова відстань

$$a_w = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}; \quad (1.31)$$

- коефіцієнт зміщення, що сприймається

$$y = \frac{(z_1 + z_2)}{2} \cdot \left(\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} - 1 \right). \quad (1.32)$$

Величина $y \cdot m$ відповідає відстані між ділильними колами зубчатих коліс 1 і 2;

- коефіцієнт зрівняльного зміщення

$$\Delta y = (x_1 + x_2) - y; \quad (1.33)$$

- радіуси ділильних кіл

$$r_{1,2} = \frac{m \cdot z_{1,2}}{2}; \quad (1.34)$$

- радіуси початкових кіл

$$r_{w1,2} = \frac{m \cdot z_{1,2}}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} ; \quad (1.35)$$

- радіуси основних кіл

$$r_{b1,2} = \frac{m \cdot z_{1,2}}{2} \cdot \cos \alpha . ; \quad (1.36)$$

- радіуси кіл вершин

$$r_{a1,2} = m \cdot (z_{1,2} / 2 + h_a^* + x_{1,2} - \Delta y) . ; \quad (1.37)$$

- радіуси кіл западин

$$r_{f1,2} = m \cdot (z_{1,2} / 2 - h_a^* + x_{1,2} - c^*) ; \quad (1.38)$$

- висота зубців зубчатих коліс

$$h = m \cdot (2 \cdot h_a^* + c^* - \Delta y) ; \quad (1.39)$$

- коловий ділительний крок

$$p = \pi \cdot m ; \quad (1.40)$$

- товщина зубців за дугою ділительного кола

$$s_{1,2} = \pi \cdot m / 2 + 2 \cdot x_{1,2} \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha . \quad (1.41)$$

- товщина зубців за дугою кола вершин

$$s_{a1,2} = 2 \cdot r_{a1,2} \cdot \left(\frac{\pi}{2 \cdot z_{1,2}} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1,2} \right) . ; \quad (1.42)$$

Значення $\operatorname{inv} \alpha_{a1}$ і $\operatorname{inv} \alpha_{a2}$ визначаються за таблицею інволютних функцій відповідно для кутів α_{a1} і α_{a2} , які знаходяться за формулою

$$\alpha_{a1,2} = \arccos \left(\frac{r_{b1,2}}{r_{a1,2}} \right) ; \quad (1.43)$$

- товщина зубців за дугою основного кола

$$s_{b1,2} = 2 \cdot r_{b1,2} \cdot \left(\frac{\pi}{2 \cdot z_{1,2}} + \text{inv}\alpha \right). \quad (1.44)$$

Для випадків, коли необхідно визначити товщину зубців зубчатих коліс 1 і 2 за дугами довільних концентричних кіл радіусів r_y (такі кола можуть проводитись між основним колом і колом вершин відповідного колеса), використовується формула

$$s_y = 2 \cdot r_y \cdot \left(\frac{\pi}{2 \cdot z} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_y \right). \quad (1.45)$$

Значення $\text{inv}\alpha_y$ визначається за таблицею інволютних функцій для кута α_y , який розраховується з урахування радіусу r_b основного кола відповідного зубчатого колеса

$$\alpha_y = \arccos\left(\frac{r_b}{r_y}\right). \quad (1.46)$$

Величина торцевого коефіцієнта перекриття ЗП, що проектується, визначається за формулою

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1 \cdot \text{tg}\alpha_{a1} + z_2 \cdot \text{tg}\alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \cdot \text{tg}\alpha_w}{2 \cdot \pi}. \quad (1.47)$$

2 БАГАТОЛАНКОВІ ЗУБЧАТІ МЕХАНІЗМИ

У п.р. 1.2 була наведена класифікація одноступінчатих зубчатих механізмів (зубчатих передач), які складаються з пари зубчатих коліс відповідного зачеплення. В машинобудуванні такі ЗП застосовуються найчастіше при передаточних відношеннях $i_{12} \leq 6$, тому що при більших передаточних відношеннях їх габаритні розміри, маса, а відповідно і вартість будуть вищими, ніж у більш складних зубчатих механізмів.

Для забезпечення передачі обертання з великими передаточними відношеннями або при значних міжосьових відстанях використовуються багатоланкові зубчаті механізми (БЗМ), які складаються з декількох з'єднаних послідовно одноступінчатих ЗП (ступенів). БЗМ, в якому кутова

швидкість обертання вихідного вала знижується порівняно із вхідним, називається **редуктором**, а якщо підвищується – **мультиплікатором**.

Багатоланкові механізми поділяються на два основних види:

- а) БЗМ з нерухомими осями всіх зубчатих коліс;
- б) БЗМ, осі окремих зубчатих коліс яких переміщуються відносно стояка (зубчато-важільні механізми).

Нижче розглянуто особливості проведення кінематичного аналізу таких БЗМ, метою якого є визначення їх загального передаточного відношення.

2.1 Багатоланкові зубчаті механізми з нерухомими осями зубчатих коліс

Найчастіше багатоланкові зубчаті механізми з нерухомими осями всіх зубчатих коліс проектуються **неспіввісними**. Структурно такі БЗМ розділяються на **ступінчаті** та **рядові** (зубчаті ряди з розгорнутою схемою). В ступінчатих БЗМ (рисунок 1.25, а) кожне колесо входить тільки в одне зубчате зачеплення - колесо 1 перебуває в зачепленні тільки з колесом 2, колесо 3 – тільки з колесом 4 і т.д. В рядових БЗМ (рисунок 1.25, б) є зубчаті колеса, що входять одночасно в два або більше зачеплень - колесо 2 – з колесами 1 і 3, колесо 3 – з колесами 2 і 4 (зубчаті колеса 2 і 3 називаються **паразитними шестірнями**).

Загальне передаточне відношення таких БЗМ дорівнює добутку передаточних відношень окремих механізмів (ступенів), що включені в їх склад

$$i_{1n} = (-1)^k \cdot |i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)n}|, \quad (2.1)$$

де n – загальна кількість зубчатих коліс, що входить до складу БЗМ;

k – число пар зовнішнього зубчатого зачеплення, уведення

множника $(-1)^k$ дає можливість визначити знак загального передаточного відношення (відносний напрямок кутових швидкостей вхідного ω_1 і вихідного ω_n зубчатих коліс) без урахування знаків передаточних відношень окремих ступенів.

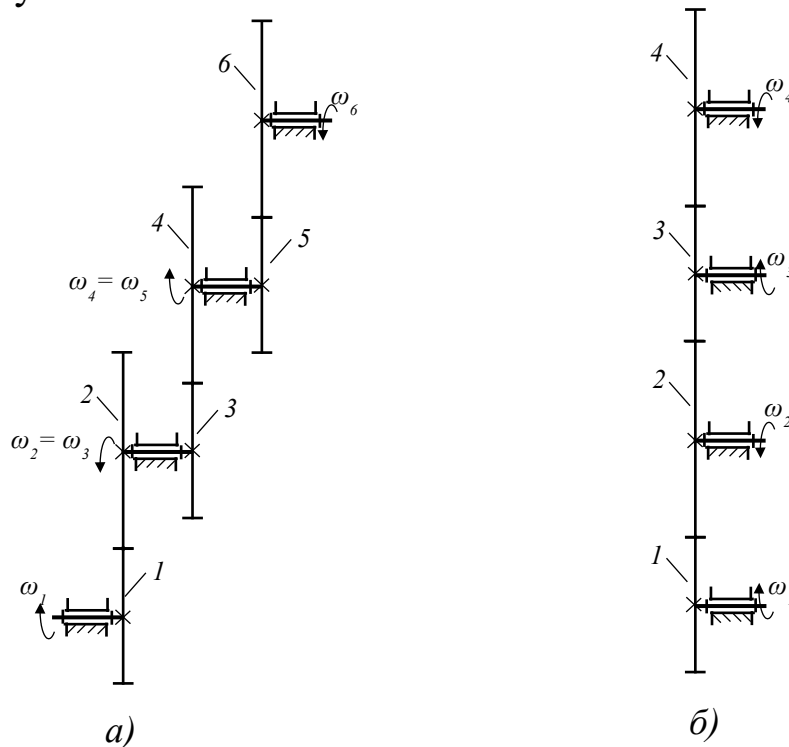


Рисунок 2.1 – Схеми БЗМ з нерухомими осями зубчатих коліс

Для ступінчатого БЗМ, схема якого подана на рисунку 2.1, *а* (при $i_{23} = \omega_2 / \omega_3 = 1$ і $i_{45} = \omega_4 / \omega_5 = 1$), загальне передаточне відношення може визначатися через числа зубців коліс

$$i_{16} = (-1)^k \cdot \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5}.$$

Таким чином, у загальному випадку **формула для визначення загального передаточного відношення ступінчатого БЗМ** має вигляд

$$i_{1n} = (-1)^k \cdot \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 \cdot \dots \cdot z_n}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \cdot \dots \cdot z_{n-1}}. \quad (2.2)$$

Для рядового БЗМ, схема якого подана на рисунку 1.25, *б*,

загальне передаточне відношення через числа зубців коліс визначається з формули

$$i_{14} = (-1)^k \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = (-1)^k \cdot \frac{z_n}{z_1}.$$

у загальному випадку **формула для визначення загального передаточного відношення рядового БЗМ** має вигляд

$$i_{1n} = (-1)^k \cdot \frac{z_n}{z_1}. \quad (2.3)$$

2.2 Багатоланкові зубчато-важільні механізми

У конструкції технічних засобів досить широко застосовуються багатоланкові зубчато-важільні механізми, що обов'язково мають колеса з рухомими геометричними осями. Такі зубчаті колеса називаються **планетарними**, або **сателітами**. Рухома важільна ланка, в якій розташовуються осі сателітів, називається **водилом** (на кінематичних схемах водило зазвичай позначається літерою *H*). Зубчате колесо, що обертається навколо нерухомої осі і по якому обкочуються сателіти, називається **центральним**, або **сонячним**. Нерухоме центральне колесо називається **опорним**.

Серед багатоланкових зубчато-важільних механізмів розрізняють:

а) **планетарні механізми** - мають одну рухомість ($W = 1$), в склад їх конструкції обов'язково входить опорна ланка. Використовуються в зубчатих редукторах як механізми для виконання складного руху робочих органів машин (наприклад, для обертання лопаток мішалок, шпинделів машин в легкій промисловості);

б) **диференціальні механізми** – мають дві або більше рухомостей ($W \geq 2$), в складі конструкції опорної ланки зазвичай не мають. Широко застосовуються в автомобілях, сільськогосподарській техніці, металорізальних верстатах.

На рисунку 1.26,*a* зображено диференціальний механізм, в якому рухомі ланки 1 і 3 – центральні колеса (з нерухомими осями O_1 і O_3), ланка 2 – сателіт (з рухомою віссю O_2), ланка H – водило (з нерухомою віссю O_H), ланка 0 – стояк (нерухома ланка). Рухомі ланки 1, 2, 3 і H обертаються з кутовими швидкостями ω_1 , ω_2 , ω_3 і ω_H відповідно. Ступінь рухомості W механізму визначається за структурною формулою Чебишева для плоских механізмів при таких даних: $n = 4$ – кількість рухомих ланок; $p_5=4$ – кількість кінематичних пар 5-го класу (оберткові кінематичні пари A_5, B_5, C_5, D_5 , що утворені відповідно ланками 0 - 1, 0 - 3, 0 - H , H - 2); $p_4=2$ – кількість кінематичних пар 4-го класу (вищі кінематичні пари E_4 і F_4 , що утворені 1 - 2 і 2 - 3)

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

Таким чином, у випадку поданого на рисунку 1.26,*a* диференціального механізму, потрібно надати незалежних рухів двом ланкам ($W = 2$), щоб отримати визначеність з рухом усіх інших ланок.

Для визначення загального передаточного відношення механізму, поданого на рисунку 2.2, *a*, використовується **метод оборотності руху** – всім ланкам умовно надається додаткова кутова швидкість “ $-\omega_H$ ” навколо осі O_H , яка за величиною дорівнює кутовій швидкості водила H ω_H , але протилежна їй за напрямком.

Відносний рух ланок при цьому не змінюється. Тоді ланки будуть мати такі кутові швидкості: ланка 1 - $\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$; ланка 2 - $\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$; ланка 3 - $\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$; водило H - $\omega_H = \omega_H - \omega_H = 0$ (у верхньому індексі кутових швидкостей вказується ланка, яка при визначенні загального передаточного відношення взята за нерухому). Після надання всім рухомих ланкам додаткового обертання з кутовою швидкістю “ $-\omega_H$ ” водило H буде нерухомим і диференціальний механізм може розглядатися як рядовий зубчатий механізм з нерухомими осями O_1 , O_2 і O_3 . Для такого випадку загальне передаточне відношення визначається за формулою

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = (-1)^2 \cdot \frac{z_3}{z_1} \quad (2.4)$$

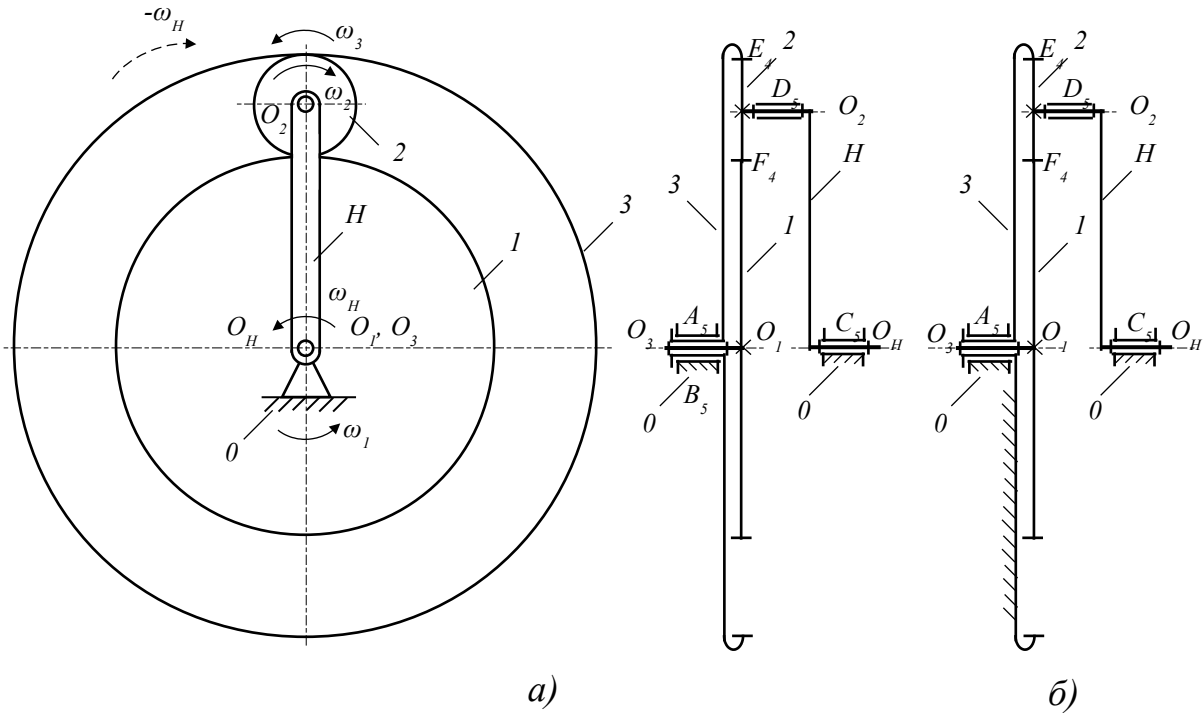


Рисунок 2.2 – Кінематичні схеми багатоланкових зубчато-важільних механізмів

Формула (2.4) називається **формулою Вілліса для диференціального механізму**. У загальному випадку, коли до складу конструкції диференціального механізму входять n зубчатих коліс, формула Вілліса має вигляд

$$i_{1n}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} \quad (2.5)$$

Планетарні механізми є окремим випадком диференціальних механізмів. Якщо в диференціальному механізмі (рисунок 2.2, а) центральне колесо 3 зробити нерухомим, то отримується планетарний механізм (рисунок 2.2, б), в якому кількість рухомих ланок $n = 3$; кількість кінематичних пар 5-го класу $p_5=3$; кількість кінематичних пар 4-го класу $p_4=2$. Ступінь рухомості механізму

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

Передаточне відношення такого механізму визначимо з формули Вілліса (2.4) з урахуванням того, що $\omega_3 = 0$

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H}.$$

Приймається, що $i_{1H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_H}$

$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^H,$$

де $i_{13}^H = \frac{z_3}{z_1}$.

Слід відзначити, що кожна конкретна схема планетарного механізму має свою, цілком визначену формулу для визначення передаточного відношення. Основними перевагами планетарних механізмів є їх компактність, а також забезпечення передаточних відношень в широких діапазонах їх значень за рахунок відповідного підбору чисел зубців зубчатих коліс.

3 КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

3.1 Загальні відомості

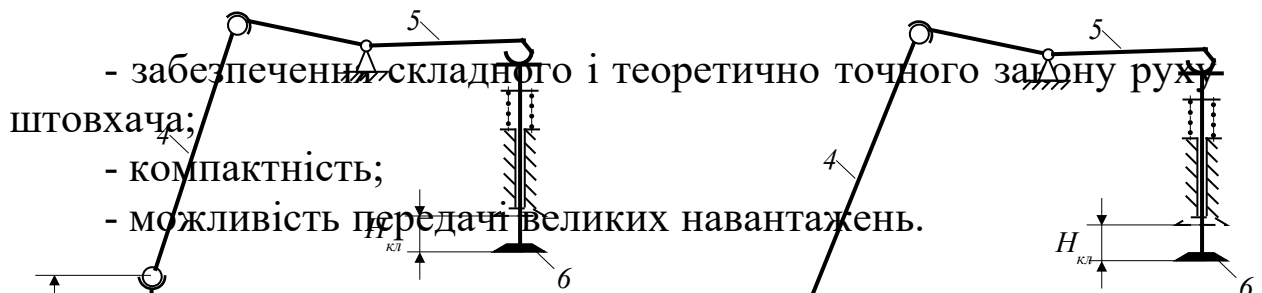
Особливості протікання робочого процесу багатьох машин обумовлюють необхідність наявності в їх конструкції механізмів, рух вихідних ланок яких повинний виконуватися за заданим складним законом (як правило, з проміжними зупинками) в узгодженості з рухами інших механізмів. Найбільш простими, компактними та надійними механізмами для виконання таких задач є кулачкові механізми (КМ), вхідна ланка яких називається **кулачком**, а вихідна – **штовхачем**.

Кулачковий механізм – це механізм з вистоем (тривалою проміжною зупинкою) вихідної ланки, в склад якого входить вища КП, один з елементів якої утворюється поверхнею змінної кривизни. **Кулачок** – ланка, якій належить елемент вищої КП,

утворений поверхнею змінної кривизни.

Закон руху штовхача, що задається передавальною функцією положення, швидкості або прискорення, визначається конфігурацією **робочого профілю кулачка** і є основною характеристикою КМ, від якої залежать його функціональні, динамічні та інші властивості. Робочий профіль кулачка є своєрідною «програмою» функціонування виконавчої ланки механізму.

Розповсюдження КМ в складі конструкції багатьох технічних засобів визначили такі їх **позитивні якості**:



Водночас при проектуванні КМ потрібно обов'язково урахувати такі їх **недоліки**:

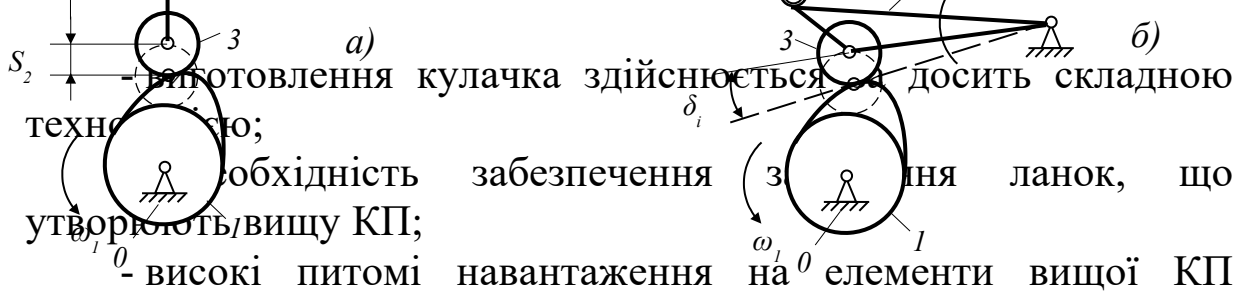


Рисунок 3.1 – Кінематичні схеми кулачкових механізмів газорозподілу тепловозних дизелів; 1 – кулачок; 2 – штовхач; 3 – ролик штовхача; 4 – штанга; 5 – важіль; 6 – клапан з комплектом клапанних пружин

Загальне уявлення про кінематичні схеми КМ можна отримати на прикладі газорозподільних механізмів тепловозних дизелів типів Д49 (подано на рисунку 3.1, а) і високооборотних транспортних дизелів типів Д11 і ДТНА2 (рисунки 3.2, а, б). Такі механізми призначені для щільного та надійного закриття клапанів, що дозволяє здійснювати надійне ізолювати камеру згоряння від зовнішнього середовища під час тактів стискування і робочого ходу.

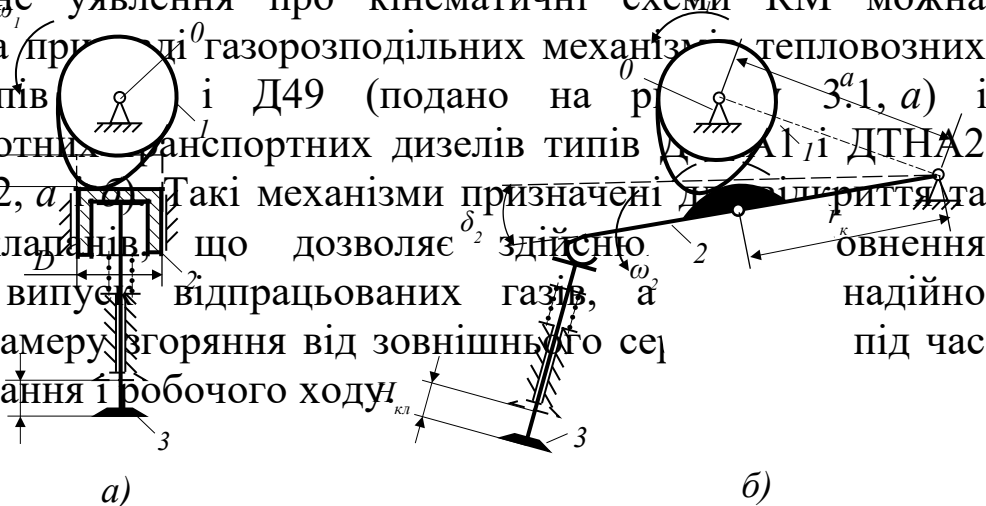


Рисунок 3.2 – Кінематичні схеми кулачкових механізмів газорозподілу високооборотних дизелів: 1 – кулачок; 2 – штовхач; 3 – клапан з комплектом клапанних пружин

3.2 Основні типи кулачкових механізмів

Кулачкові механізми, як і важільні або зубчаті механізми, можуть бути **плоскими і просторовими**. Найбільшого

поширення в технічних засобах дістали плоскі КМ. Тому в даній навчально-методичній розробці розглядаються саме плоскі КМ, які за видом руху кулачка і штовхача поділяються в основному на такі типи (рисунок 3.3):

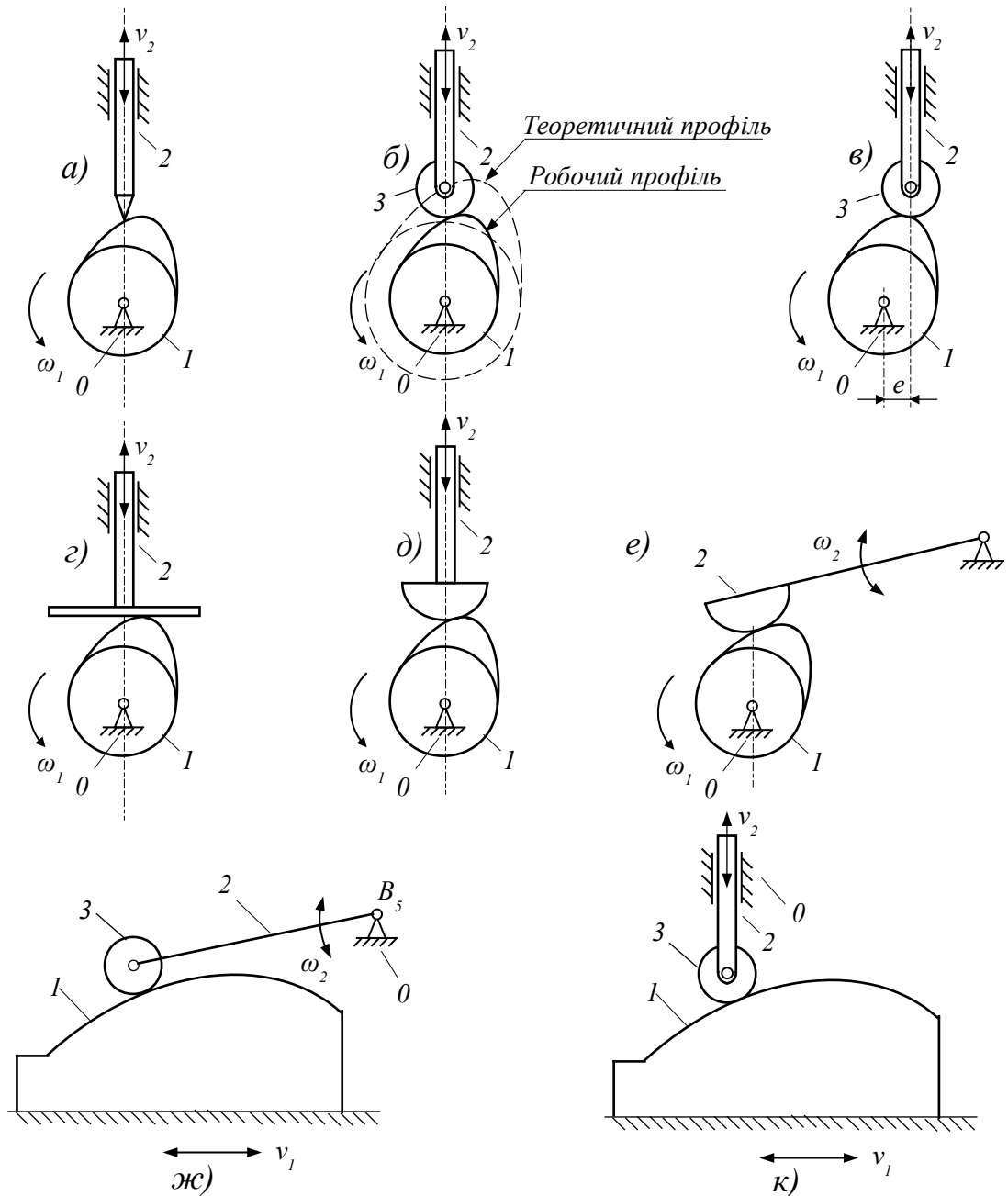


Рисунок 3.3 – До розглядання основних типів плоских кулачкових механізмів

- КМ, в яких обертальний рух кулачка 1 перетворюється в зворотно-поступальний рух штовхача 2 (рисунок 3.3, а - д);
- КМ, в яких обертальний рух кулачка 1 перетворюється в зворотно-обертальний рух штовхача (коромисла) 2 (рисунок 3.3,

е);

- КМ, в яких зворотно-поступальний рух кулачка *1* перетворюється в зворотно-обертальний рух штовхача (коромисла) *2* (рисунок 3.3, ж);

- КМ, в яких зворотно-поступальний рух кулачка *1* перетворюється в зворотно-поступальний рух штовхача (коромисла) *2* (рисунок 3.3, к).

Вихідна ланка КМ (штовхач) може мати різну форму частини, що контактує із кулачком: **загострену** (рисунок 3.3, а), **плоску** (рисунок 3.3, г), **циліндричну** (рисунок 3.3, д, е). КМ із загостреним штовхачем (елемент вищої КП - точка) з причин низької зносостійкості елементів вищої кінематичної пари використовуються тільки при незначних швидкостях і передачі малих навантажень. Більшу навантажувальну здатність мають КМ із плоскими та циліндричними штовхачами (елемент вищої КП - лінія). Проте при передачі суттєвих навантажень їх функціонування може супроводжуватися інтенсивним зносом контактуючих поверхонь внаслідок прояву тертя ковзання у вищій КП «кулачок-штовхач».

Для усунення тертя ковзання у вищій КП в конструкцію КМ вводиться проміжна ланка – ролик *3* (рисунок 3.3, б, в, ж, к), який утворює зі штовхачем *2* обертальну КП *V* класу. Причому місцева рухомість ролика (обертання навколо власної осі) не впливає на закони руху штовхача. В КМ з роликівим штовхачем розрізняють **робочий (практичний) профіль** і **теоретичний (центровий) профіль** кулачка (рисунок 3.3, б). Теоретичний профіль кулачка відповідає траєкторії центру ролика *3* при його обкочуванні по робочому профілю кулачка *1*. Заміна робочого профілю кулачка на теоретичний не змінює характеру відносного руху вхідної і вихідної ланок механізму, але зручна при проведенні аналізу та синтезу КМ.

При проектуванні КМ, що подані на рисунку 3.3, а - д, в деяких випадках доцільним є зміщення осі руху штовхача відносно осі обертання кулачка на величину *e*, яка називається

зміщенням або ексцентриситетом. КМ, в якому величина ексцентриситету $e \neq 0$, називається **зміщеним кулачковим механізмом**.

3.3 Замкнення в кулачкових механізмах

Для забезпечення постійного контакту вхідної та вихідної ланок, що утворюють вищу КП, в КМ використовується **силове** або **геометричне** замкнення. При силовому замкненні постійне дотикання ланок забезпечується, як правило, дією пружини 4 (рисунок 3.4, а).

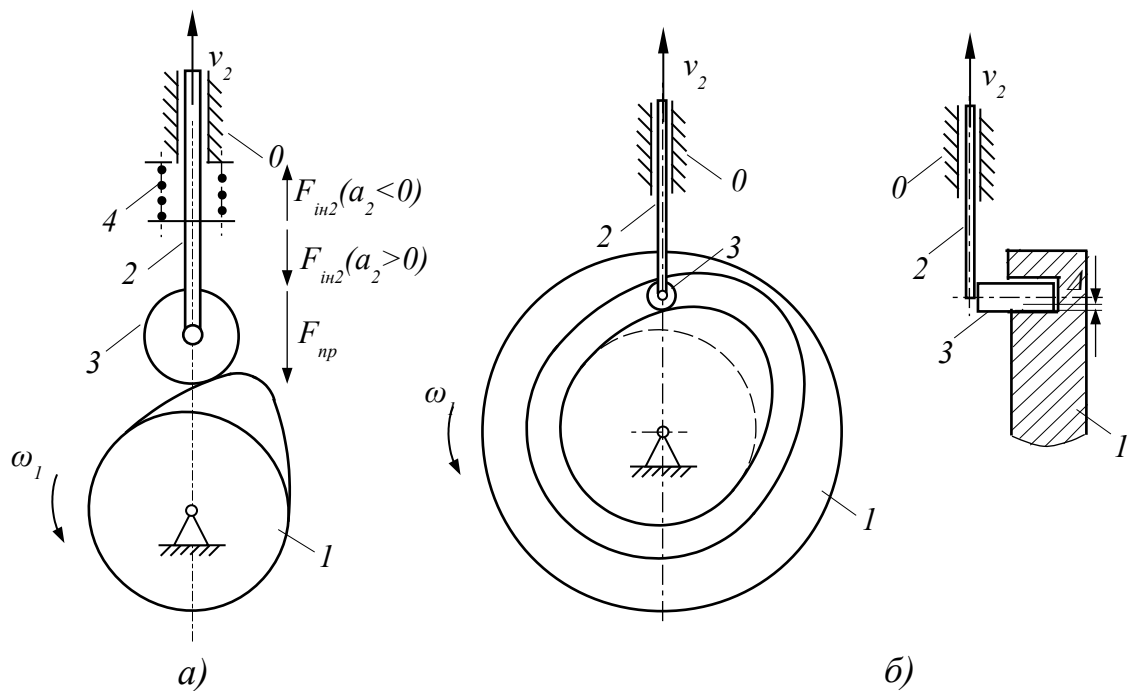


Рисунок 3.4 – До розгляду видів замкнення вищої кінематичної пари в кулачкових механізмах

Незважаючи на те, що виконання силового замкнення з використанням пружини конструктивно не становить складності, воно має ряд **недоліків**:

- сила пружності пружини F_{np} створює додаткові навантаження на ланки КМ;
- швидкість обертання кулачка ω_1 обмежується обумовленими від'ємними прискореннями штовхача ($a_2 < 0$)

величинами сил інерції F_{in2} (див. схему сил на рисунку 3.4 а), що прагнуть порушити контакт у вищій КП. Для забезпечення замкнення при будь-якому положенні кулачка повинна виконуватися умова $F_{np} + F_{in2} > 0$;

- невелике переміщення пружини при найбільшому стисканні визначає відповідні обмеження максимального переміщення штовхача.

В КМ деяких технічних засобів використовується геометричне замкнення ланок, що утворюють вищу КП. На рисунку 3.4 б показаний КМ, в якому з'єднаний із штовхачем 2 ролик 3 взаємодіє з профільним пазом кулачка 1, що забезпечує їх постійний контакт. Працездатність такого КМ забезпечується при наявності фіксованого зазора Δ між роликом і одною або другою стінками паза. Але при роботі механізму в результаті зміни сил інерції, що діють на штовхач, можуть виникнути деформації (розбивання) пазу та збільшення зазорів. Як наслідок цього, при подальшій експлуатації механізму не забезпечуються потрібні закони руху штовхача. Це визначає **недолік** наведеного прикладу геометричного замкнення вищої КП «кулачок-ролик».

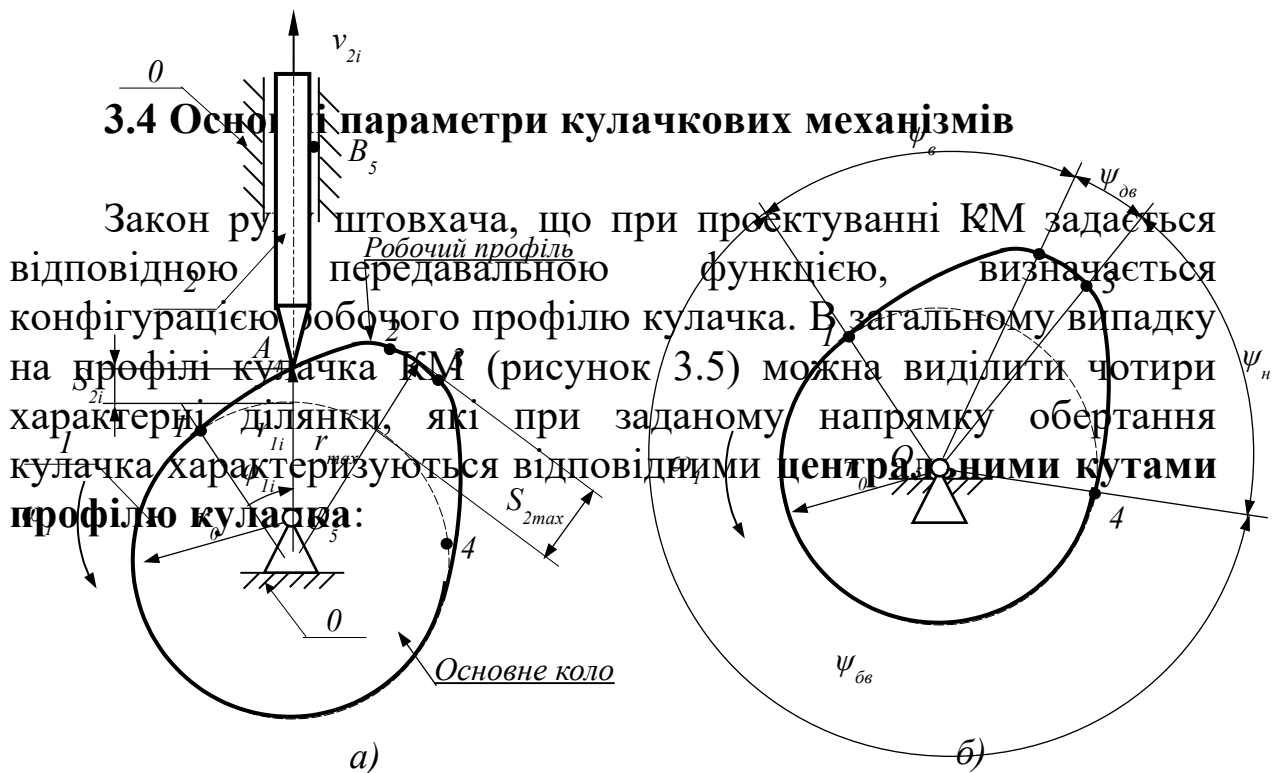


Рисунок 3.5 – До розгляду основних параметрів КМ

- ділянка 1 - 2 – крива змінної кривизни, поточні полярні координати якої описуються зростаючими радіусами-векторами r_{li} і полярними кутами ψ_{li} (у випадку такого КМ поточне значення кута ψ_i збігається з кутом обертання кулачка φ_{li}) – характеризується кутом профілю ψ_{δ} ;
- ділянка 2 - 3 – дуга кола радіуса r_{max} (найбільше значення радіуса-вектора) – характеризується кутом профілю $\psi_{\delta\delta}$;
- ділянка 3 - 4 – крива змінної кривизни, поточні полярні координати якої описуються радіусами-векторами r_{li} , що зменшуються, і полярними кутами ψ_{li} – характеризується кутом профілю ψ_{δ} ;
- ділянка 4 - 1 – дуга **основного кола робочого профілю кулачка** радіусу r_o (найменше значення радіуса-вектора) – характеризується кутом профілю $\psi_{\delta\delta}$; основне коло є базою для формування робочого профілю кулачка.

Кожній з зазначених ділянок відповідає певна **фаза руху штовхача**. Кут повороту кулачка, за який вона здійснюється, називається **фазовим кутом**.

На рисунку 3.6 подано графік зміни переміщень штовхача 2 (S_2) в залежності від кута повороту кулачка 1 (φ_1) для циклу КМ (одного оберту кулачка), який показано на рисунку 3.5, а.

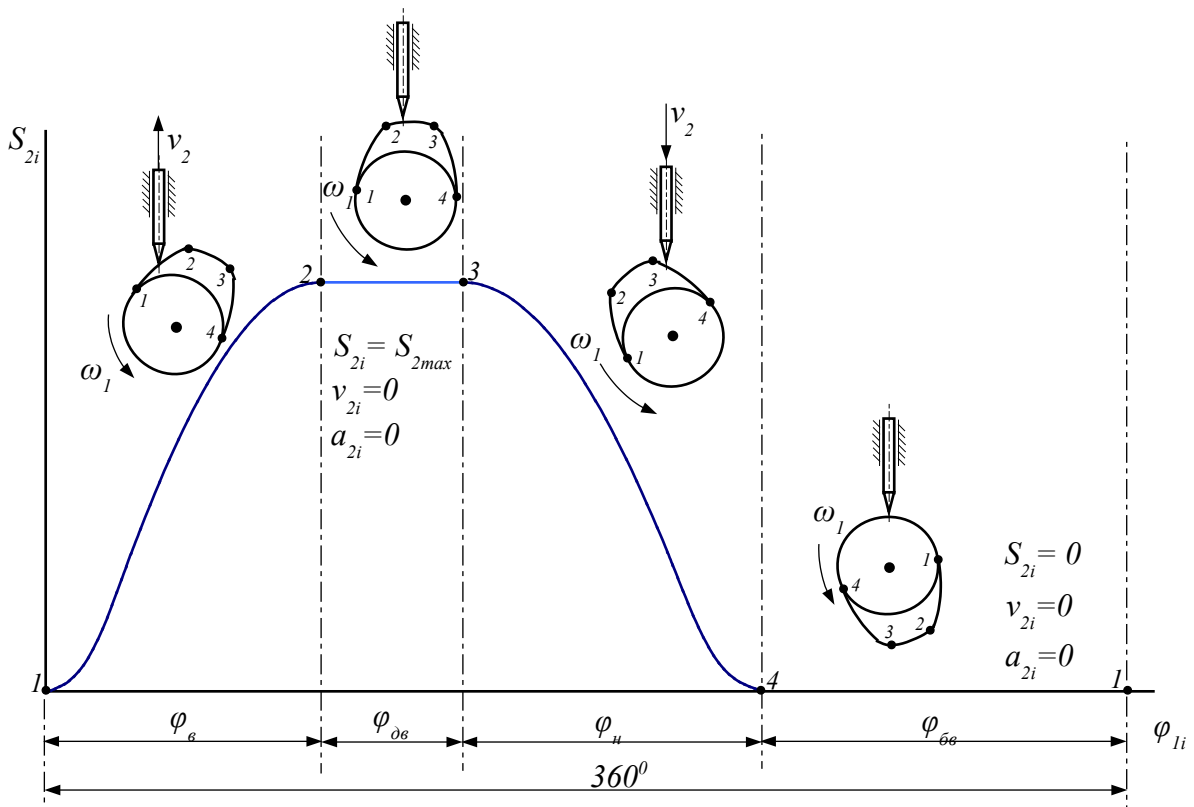


Рисунок 3.6 –Фази руху штовхача

При контактуванні з вказаними ділянками робочого профілю кулачка для штовхача на графіку можливо виділити такі фази руху:

- **фаза віддалення** (відповідає ділянці 1-2) – при повороті кулачка на фазовий **кут віддалення** $\varphi_{\text{в}}$, штовхач здійснює поступальний рух, віддаляючись від центру обертання кулачка з початкового положення $S_{2i}=0$ (в точці 1) до положення, яке відповідає його максимальному переміщенню $S_{2i}=S_{2\text{max}}$ (в точці 2);
- **фаза дальнього вистою** (відповідає ділянці 2-3) – впродовж повороту кулачка на фазовий **кут дальнього вистою** $\varphi_{\text{дв}}$, штовхач, який здійснив максимальне переміщення $S_{2\text{max}}$, залишається нерухомим (швидкість $v_{2i}=0$, прискорення $a_{2i}=0$);
- **фаза наближення** (відповідає ділянці 3-4) – при повороті кулачка на фазовий **кут наближення** $\varphi_{\text{н}}$, штовхач здійснює поступальний рух, наближаючись від центру обертання кулачка з положення $S_{2i}=S_{2\text{max}}$ (в точці 3) до початкового положення $S_{2i}=0$

(в точці 4);

- **фаза ближнього вистою** (відповідає ділянці 4-1) – впродовж повороту кулачка на фазовий кут **ближнього вистою** $\varphi_{\delta\epsilon}$ штовхач знаходиться у початковому положенні $S_{2i}=0$ нерухомим (швидкість $v_{2i}=0$, прискорення $a_{2i}=0$).

Очевидно, що сума фазових кутів дорівнює 360^0

$$\varphi_{\epsilon} + \varphi_{\delta\epsilon} + \varphi_{\eta} + \varphi_{\delta\epsilon} = 360^0.$$

Сума фазових кутів φ_{ϵ} , $\varphi_{\delta\epsilon}$ і φ_{η} складає кут дії кулачка φ_{δ}

$$\varphi_{\epsilon} + \varphi_{\delta\epsilon} + \varphi_{\eta} = \varphi_{\delta}. \quad (3.1)$$

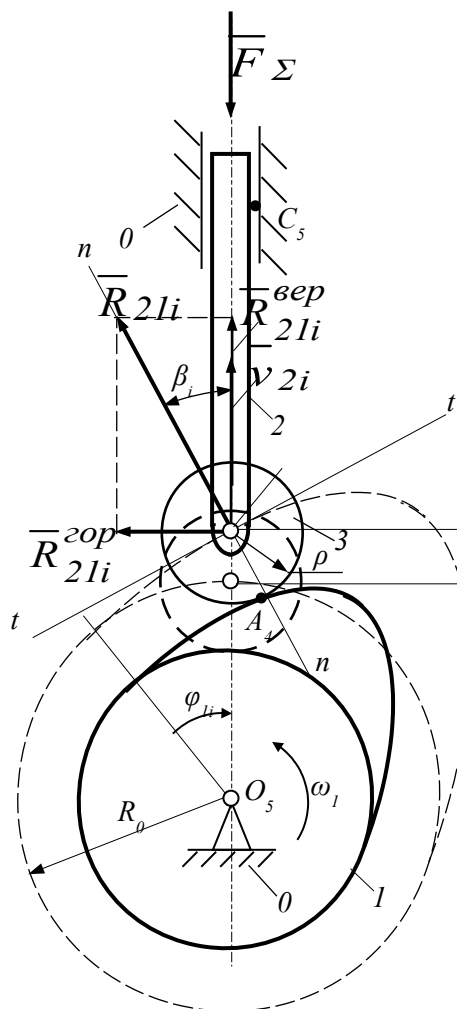
Для поданого на рисунку 3.5, а центрального КМ ($e=0$) центральні кути профілю кулачка дорівнюють відповідним фазовим кутам - $\psi_{\epsilon} = \varphi_{\epsilon}$; $\psi_{\delta\epsilon} = \varphi_{\delta\epsilon}$; $\psi_{\eta} = \varphi_{\eta}$; $\psi_{\delta\epsilon} = \varphi_{\delta\epsilon}$. Максимальне переміщення штовхача, що здійснює поступальний рух, визначається різницею найбільшого і найменшого значень радіусів-векторів робочого профілю кулачка

$$S_{2\max} = r_{\max} - r_0. \quad (3.2)$$

3.5 Урахування кутів тиску кулачка на штовхач при проектуванні кулачкових механізмів

При проведенні проектування КМ основні розміри кулачка вибираються за умов виконання певних вимог, основною з яких є обмеження за максимальною величиною **кута тиску кулачка на штовхач**. На рисунку 3.7 показано кінематичну схему центрального КМ з роликівим штовхачем, що здійснює зворотно-поступальний рух. Поточні кути повороту кулачка 1 φ_{1i} і переміщення штовхача 2 S_{2i} відраховуються від положення початку фази віддалення – найнижчого положення центру ролика, який знаходиться на відстані R_0 від центру обертання кулачка. Така відстань називається **радіусом основного кола теоретичного профілю кулачка**. Кут тиску β кулачка на штовхач дорівнює куту між нормаллю $n-n$, яка проведена до робочого (або теоретичного) профілю кулачка, і вектором

лінійної швидкості штовхача.



Для поданого на рисунку 3.7 кулачкового механізму поточна величина кута тиску визначається за формулою

$$\beta_i = \arctg\left(\frac{v_{2i}/\omega_1}{R_0 + s_{2i}}\right). \quad (3.3)$$

В розглянутому КМ з боку кулачка 1 на штовхач 2 діє сила (реакція) \bar{R}_{21i} , що прикладена в точці B і напрямком якої збігається з нормаллю n-n. Розкладемо силу \bar{R}_{21i} на дві складові: $\bar{R}_{21i}^{вер}$ -направлену вздовж осі штовхача, $\bar{R}_{21i}^{гор}$ -направлену перпендикулярно осі руху штовхача. Складова $R_{21i}^{вер} = R_{21} \cdot \cos \beta_i$ приводить штовхач у рух (є рушійною силою). Ця сила повинна подолати діюче на штовхач сумарне навантаження

Рисунок 3.7 – Визначення кута тиску, величина якого ураховує всі тиску в кулачкових механізмах: зовнішні сили (наприклад, сили t – дотична до центрального профілю тертя в КП; сили пружності в точці B (визначає положення клапанних пружин; сили інерції центру ролика); n-n – нормаль до ланок та ін.). центрального профілю в точці B ()

Складова $R_{21i}^{гор} = R_{21} \cdot \sin \beta_i$ прагне відхилити штовхач від його осі, притискає до напрямної 0 і визначає сили тертя в поступальній кінематичній парі C_5 , які будуть спрямовані протилежно вектору швидкості штовхача \bar{v}_{2i} . І при високих значеннях кута тиску β_i величина складової $R_{21i}^{гор}$ може обумовити настільки суттєві сили тертя в поступальній КП C_5 , що настане заклинювання штовхача 2 в напрямній 0. Тому для забезпечення нормальної роботи КМ необхідно, щоб величина

максимального кута тиску β_{max} кулачка на штовхач не перевищувала допустимого значення $[\beta]$. Для КМ, який показано на рисунку 3.7, така умова відповідає формулі

$$\beta_{max} = \arctg \left(\frac{v_{2max} / \omega_1}{R_0 + s_{2v_{2max}}} \right) \leq [\beta], \quad (3.4)$$

де v_{2max} - максимальна швидкість штовхача в циклі роботи КМ;
 $s_{2v_{2max}}$ - переміщення штовхача для положення КМ, при якому досягається v_{2max} .

З формули (3.4) видно, що при заданих законах руху штовхача зменшити максимальний кут тиску β_{max} можливо лише за рахунок збільшення величини радіуса R_0 . Це визначає небажане збільшення габаритів всього КМ.

З метою забезпечення невеликих габаритів КМ при досягненні високих значень їх механічного коефіцієнта корисної дії (малих величин сил тертя в КП) при проектуванні ураховуються такі величини допустимих значень кутів тиску кулачка на штовхач:

- для КМ з роликівим штовхачем, що здійснює зворотно-поступальний рух $[\beta]=30^0$;
- для КМ з роликівим штовхачем, що здійснює зворотно-обертальний рух $[\beta]=45^0$.

Тоді з урахуванням співвідношення (3.4) для КМ, який показано на рисунку 3.7, величина мінімального радіуса основного кола теоретичного профілю кулачка R_{0min} може визначатися з умови $\beta_{max} = [\beta]$ за формулою

$$R_{0min} = \frac{v_{2max} / \omega_1}{\tg [\beta]} - s_{2v_{2max}}. \quad (3.5)$$

Величину радіуса ролика штовхача ρ (рисунок 3.7) при визначеному радіусі R_0 рекомендується приймати з урахуванням співвідношення

$$\rho \leq 0,28 \cdot R_0. \quad (3.6)$$

3.6 Удари в кулачкових механізмах

Під ударами в КМ розуміють прояв миттєвих змін величини та напрямку сил інерції F_{in} , що обумовлено відповідними змінами прискорень штовхача a масою m ($\bar{F}_{in} = -m \cdot \bar{a}$). В залежності від характеру зміни за цикл прискорень штовхача розрізняють такі умови роботи КМ:

- **робота КМ з «жорсткими ударами»** - відповідає наявності в циклі КМ миттєвої зміни прискорень штовхача a (сил інерції F_{in}) на нескінченну величину;
- **робота КМ з «м'якими ударами»** - відповідає наявності в циклі КМ миттєвої зміни прискорень штовхача a (сил інерції F_{in}) на скінченну величину;
- **безударний характер роботи КМ** - характеризується відсутністю в циклі КМ миттєвих змін прискорень штовхача a (сил інерції F_{in}).

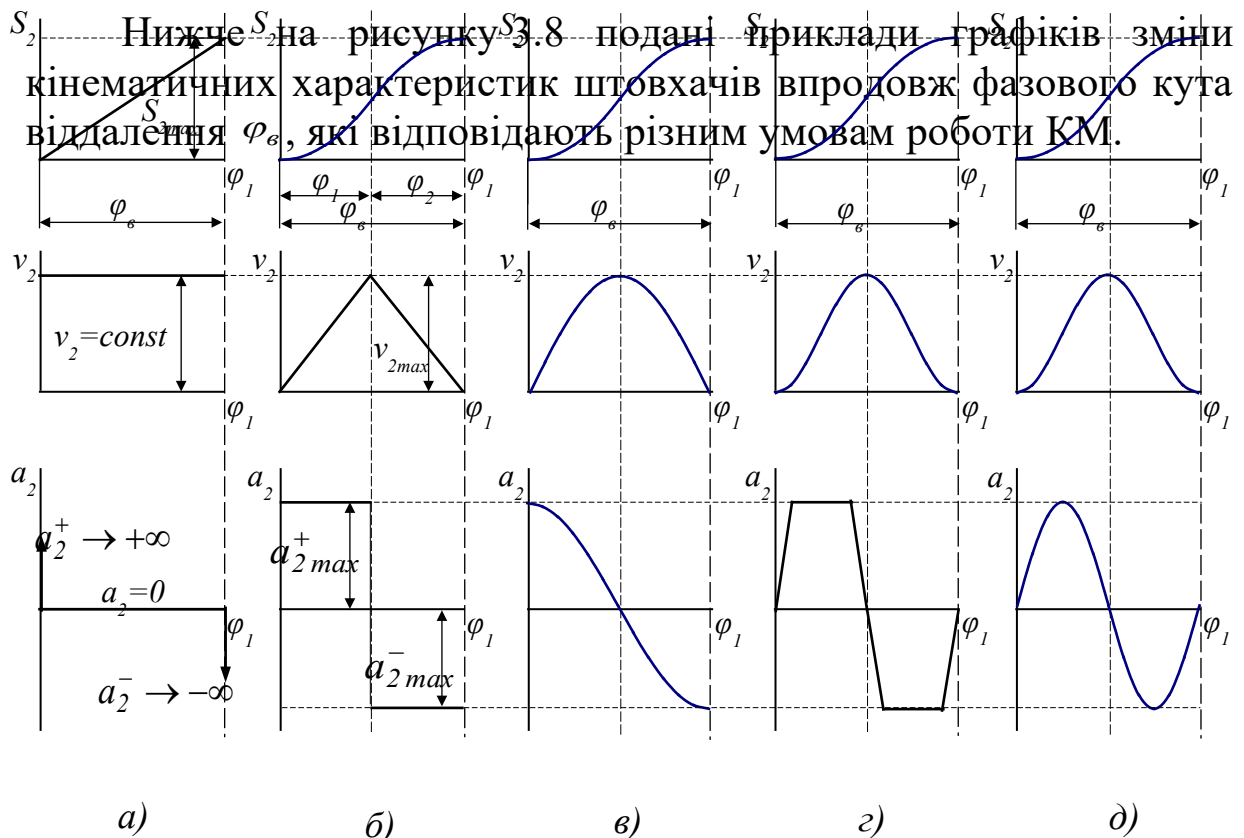


Рисунок 3.8 – До розгляду умов роботи КМ

На рисунку 3.8, а подані кінематичні характеристики штовхача, який впродовж фазового кута віддалення φ_6 здійснює рівномірний рух ($v_2 = const$, $a_2 = 0$). Переміщення штовхача $S_2 = f(\varphi_1)$ змінюються за прямою лінією. Такі закони руху відповідають роботі КМ з «жорсткими» ударами. В моменти початку ($\varphi_1 = 0$) і кінця руху ($\varphi_1 = \varphi_6$) прискорення штовхача (і сили інерції F_{in}) прагнуть до нескінченності, що може привести до розмикання вищої КП, утвореної штовхачем і кулачком, а також їх співударяння. Тому такі КМ можуть функціонувати при невисоких частотах обертання кулачка ($n_{1max} < 50 \text{ об/хв}$).

Більш сприятливі умови роботи КМ будуть у випадках, коли додатні і від'ємні прискорення штовхача впродовж відповідних ділянок φ_1 і φ_2 є сталими (рисунок 3.8, б). Але робота такого КМ супроводжується «м'якими ударами», оскільки прискорення штовхача змінюються миттєво на кінцеву величину (від 0 до максимального додатного значення a_{2max}^+ , від a_{2max}^+ до максимального від'ємного значення a_{2max}^- і від a_{2max}^- до 0). Також роботі з «м'якими» ударами відповідає КМ, в якому прискорення штовхача впродовж фазового кута віддалення φ_6 змінюється за косинусоїдою (рисунок 3.8, в). Для таких КМ також обмежується частота обертання кулачка - $n_{1max} \leq 1200 \text{ об/хв}$.

Умові безударної роботи відповідають КМ, в яких прискорення штовхача впродовж фазових кутів віддалення φ_6 і наближення φ_n змінюються поступово. Прикладом таких механізмів є КМ, в яких прискорення штовхача мають трапецоїдальний (рисунок 3.8, г) і синусоїдальний (рисунок 3.8, д) характер зміни.

У практиці проектування КМ привода клапанів чотиритактних транспортних дизелів широкого розповсюдження

набули підходи, що передбачають задання комбінованих законів руху штовхача, для яких на різних ділянках фаз віддалення та наближення зміна прискорень може описуватися різними функціональними залежностями. Це дозволяє синтезувати такі профілі кулачків, при яких забезпечуються потрібні кінематичні та динамічні характеристики ланок механізмів, а також виконання заданих вимог і обмежень на проектування КМ.

3.7 Кінематичний аналіз кулачкових механізмів

Задача кінематичного дослідження КМ полягає у визначенні законів руху штовхача (залежностей переміщень, швидкостей та прискорень від кута обертання кулачка) при заданій формі робочого профілю кулачка та геометричних параметрах інших ланок механізму. Найчастіше такі дослідження проводяться у випадках, коли робочий профіль кулачка окреслено сполученими дугами кіл (дуговий випуклий або увігнутий профіль) або дугами кіл і прямими (тангенціальний профіль). Розв'язання таких задач може виконуватись за допомогою графічних, графоаналітичних (метод замінних механізмів) або аналітичних методів.

Практична реалізація аналітичного методу розглянута нижче на прикладі дослідження кінематики штовхача 2 (рисунок 3.8), який здійснює зворотно-поступальний рух при взаємодії ролика 3 з тангенціальним профілем кулачка 1 (форма робочого профілю газорозподільних кулачків, яка розповсюджена в чотиритактних тепловозних дизелях).

Робочий профіль тангенціального кулачка окреслюється:

- дугою початкового кола $A-A'$ радіуса r_0 ;
- двома відрізками прямих $A-B$ і $B'-A'$ - відповідають ділянці додатних прискорень штовхача кутової протяжності Φ_{12} ;
- двома дугами окружності $B-C$ і $C'-B'$ радіуса r - відповідають ділянці від'ємних прискорень штовхача кутової протяжності Φ_{23} (сума кутів Φ_{12} і Φ_{23} визначає величину кута віддалення $\varphi_6 = \Phi_{12} + \Phi_{23}$);
- дугою окружності $C-C'$ радіуса $R_1 = r_0 + S_{max}$ - фаза

дальнього вистою штовхача кутової протяжності $\varphi_{\partial\epsilon}$ (S_{max} – максимальне переміщення штовхача за профілем кулачка).

При виконанні розрахунків кінематики поступального роликового штовхача, що взаємодіє з тангенціальним кулачком, задаються такі геометричні параметри КМ: максимальне переміщення штовхача за профілем кулачка S_{max} ; радіус ролика штовхача ρ ; радіуси дуг окружностей, що окреслюють робочий профіль кулачка r_0, r ; кут дії кулачка $\varphi_{\partial} = \varphi_{\epsilon} + \varphi_{\partial\epsilon} + \varphi_n$, кутова швидкість обертання кулачка ω_1 .

За прийнятими початковими даними попередньо визначаються величини додаткових геометричних параметрів і коефіцієнтів

$$a = R_1 - r; \quad k = \frac{r + \rho}{a}.$$

Попередньо визначаються граничні кути $\varphi_{\epsilon}, \Phi_{12}$ і Φ_{23} .
Фазовий кут віддалення

$$\varphi_{\epsilon} = \arccos\left(\frac{r_0 - r}{a}\right). \quad (3.7)$$

Кутова протяжність ділянки додатних прискорень штовхача Φ_{12}

$$\Phi_{12} = \frac{a}{(r_0 + \rho)} \cdot \sin \varphi_{\epsilon}. \quad (3.8)$$

Кутова протяжність ділянки від'ємних прискорень штовхача Φ_{23}

$$\Phi_{23} = \varphi_{\epsilon} - \Phi_{12}. \quad (3.9)$$

Після визначення кутових довжин відповідних ділянок контролюється виконання умови

$$\varphi_{\epsilon} \leq \varphi_{\partial} / 2. \quad (3.10)$$

Кутова протяжність ділянки дальнього вистою $\varphi_{\partial\epsilon}$ (при $\varphi_{\epsilon} = \varphi_n$)

$$\varphi_{\partial e} = \varphi_{\partial} - 2 \cdot \varphi_e. \quad (3.11)$$

При контакті ролика штовхача з кулачком в точці i на ділянці $A-B$ (див. рисунок 3.9) величина поточного переміщення штовхача S_{2i} в залежності від кута повороту кулачка φ_{1i} визначається з прямокутного трикутника $O_1 A_i O_{3i}$

$$S_{2i} = H_i - (r_0 + \rho) = (r_0 + \rho) \cdot \left(\frac{1}{\cos \varphi_{1i}} - 1 \right). \quad (3.12)$$

Формула для розрахунків поточних швидкостей штовхача v_{2i} знаходиться з диференціювання за dt рівняння (3.12)

$$v_{2i} = \frac{dS_{2i}}{dt} = (r_0 + \rho) \frac{\sin \varphi_{1i}}{\cos^2 \varphi_{1i}} \cdot \omega_1. \quad (3.13)$$

Поточні прискорення штовхача a_{2i} знаходяться з диференціювання за dt рівняння (3.13)

$$a_{2i} = \frac{dv_{2i}}{dt} = (r_0 + \rho) \cdot \frac{(\lambda - \cos^2 \varphi_{1i})}{\cos^3 \varphi_{1i}} \cdot \omega_1^2. \quad (3.14)$$

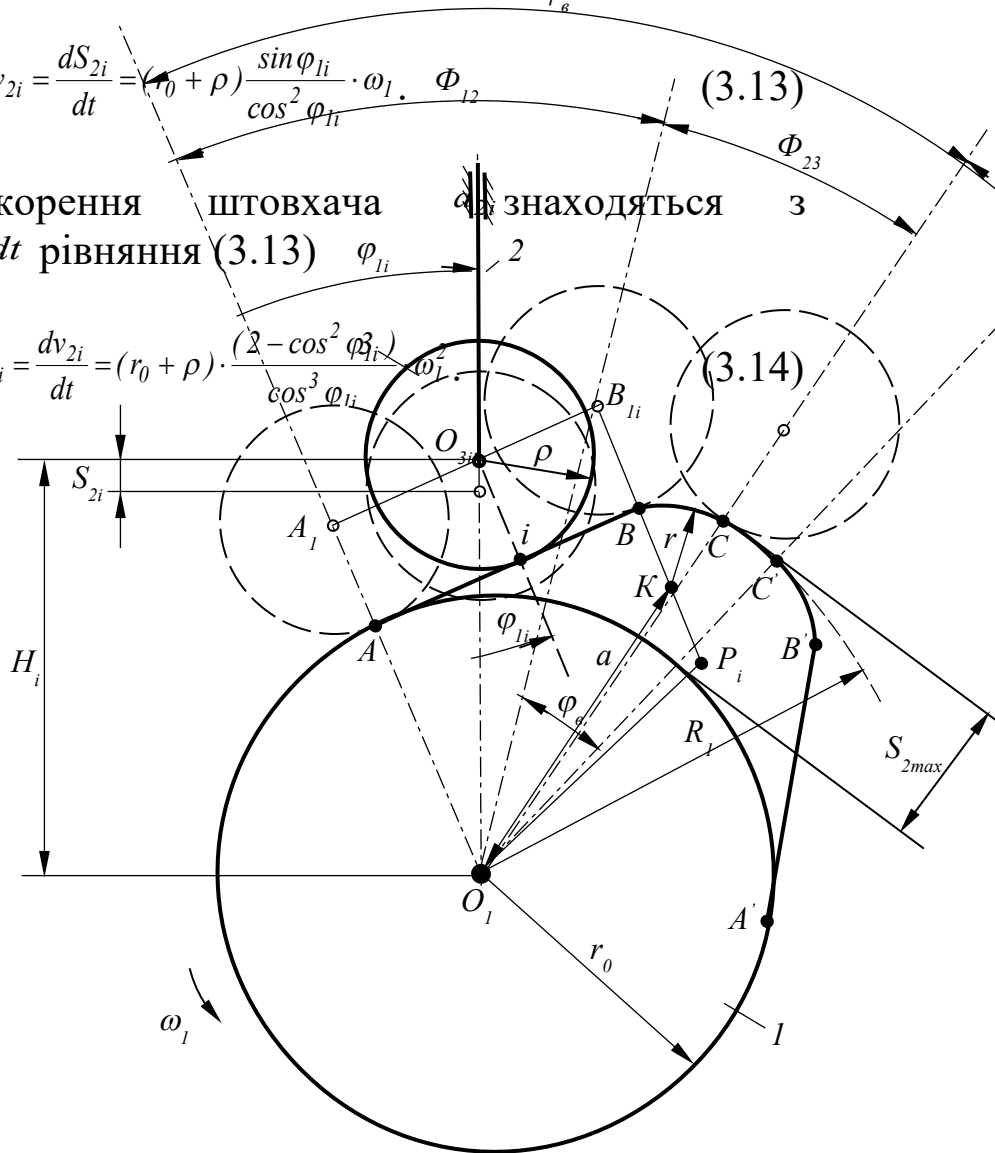


Рисунок 3.9 - До розрахунку кінематичних характеристик поступального роликів штовхача КМ з тангенціальним кулачком

Додатне прискорення штовхача в момент початку руху при контакті ролика з робочим профілем кулачка в точці A ($\varphi_{1i} = 0$)

$$a_{2A} = (r_0 + \rho) \cdot \omega_1^2. \quad (3.15)$$

Максимальне додатне прискорення штовхача при контакті ролика з робочим профілем кулачка в точці B ($\varphi_{1i} = \Phi_{12}$)

$$a_{2i} = (r_0 + \rho) \cdot \frac{(2 - \cos^2 \Phi_{12})}{\cos^3 \Phi_{12}} \cdot \omega_1^2. \quad (3.16)$$

При контакті ролика штовхача з кулачком в точці i на ділянці $B-C$ (див. рисунок 3.9) величина поточного переміщення штовхача S_{2i} в залежності від кута повороту кулачка φ_{1i} визначається з розглядання трикутника $O_1B_{1i}P_i$

$$S_{2i} = a \cdot [\cos(\Phi_{13} - \varphi_i) + \sqrt{k^2 - \sin^2(\Phi_{13} - \varphi_i)} - (r_0 + \rho)] \quad (3.17)$$

Формула для розрахунку поточної швидкості штовхача з диференціювання за dt рівняння (3.17)

$$v_{2i} = a \cdot \sin(\varphi_e - \varphi_{1i}) \cdot [1 + \cos(\varphi_e - \varphi_{1i}) / \sqrt{k^2 - \sin^2(\Phi_{13} - \varphi_i)}] \cdot \omega_1. \quad (3.18)$$

Формула для розрахунку поточного прискорення штовхача з диференціювання за dt рівняння (3.18)

$$a_{21} = -a \cdot \{ \cos(\varphi_a - \varphi_{11}) + \sqrt{k^2 - \sin^2(\varphi_a - \varphi_{11})} + k^2(1 - k^2) / [k^2 - \sin^2(\varphi_a - \varphi_{11})]^{3/2} \} \cdot \omega_1^2 \quad (3.19)$$

Від'ємне прискорення штовхача при контакті ролика з робочим профілем кулачка в точці B ($\varphi_{1i} = \varphi_{12}$)

$$a_{2B} = -a \cdot \{ \cos(\varphi_a - \varphi_{12}) + \sqrt{k^2 - \sin^2(\varphi_a - \varphi_{12})} + k^2(1 - k^2) / [k^2 - \sin^2(\varphi_a - \varphi_{12})]^{3/2} \} \cdot \omega_1^2 \quad (3.20)$$

Максимальне від'ємне прискорення штовхача при контакті ролика з робочим профілем кулачка в точці C ($\varphi_{1i} = \varphi_a$)

$$a_{2C} = -a \cdot \frac{(k+1)}{k} \cdot \omega_1^2 \quad (3.21)$$

Як приклад на рисунку 3.10 подано кінематичні характеристики поступального роликового штовхача КМ газорозподілу вітчизняного тепловозного дизеля типу Д80 при таких геометричних параметрах серійного тангенціального кулачка і КМ (кінематична схема показана на рисунку 3.1, а): максимальне переміщення штовхача за профілем кулачка $S_{max}=21,1$ мм; радіус ролика $\rho = 28$ мм; радіуси дуг окружностей, що окреслюють робочий профіль кулачка, - $r_0=39,5$ мм; $r=18$ мм і $R_I = r_0 + S_{max} = 60,6$ мм; кут дії кулачка $\varphi_0=154,5^\circ$ (з урахуванням ділянки теплового зазора); частота обертання розподільного вала $n_{рв} = 500 \text{ хв}^{-1}$. З графіка прискорень видно, що такий КМ працює з «м'якими» ударами.



Рисунок 3.10 - Кінематичні характеристики поступального роликового штовхача кулачкового механізму газорозподілу тепловозного дизеля типу Д80 з тангенціальним кулачком

3.8 Сучасні підходи до синтезу кулачкових механізмів

Синтез КМ, які функціонують в складі сучасних машин як механізми керування відповідними виконавчими ланками, є складною науково-технічною задачею. Результати її розв'язання визначають якість робочих процесів, а також надійність і довговічність технічного засобу в цілому. Нижче, на прикладі механізмів газорозподілу сучасних транспортних дизелів, подано послідовність синтезу КМ привода клапанів:

а) розробляється кінематична схема КМ газорозподілу (див. рисунки 3.1, 3.2). За характеристиками двигуна встановлюється максимальна кутова швидкість обертання кулачка ω_{1max} , яка буде ураховуватися в подальших дослідженнях;

б) для розробленої кінематичної схеми КМ визначаються геометричні параметри КМ: наприклад, ширина кулачка b , довжина штанги штовхача l (рисунок 3.1, а); діаметр плоского штовхача D (рисунок 3.2, а); радіус коромисла r_k , відстань між осями обертання кулачка і коромисла a (рисунок 3.2, б);

в) призначається максимальне переміщення штовхача S_{2max} (або максимальний кут повороту коромисла δ_{2max}), що відповідає потрібному максимальному ходу клапана $H_{кл.мах}$;

г) з урахуванням заданих фаз газорозподілу двигуна визначається кут дії кулачка φ_δ ;

д) визначається радіус початкового кола робочого профілю

кулачка r_0 . Для механізмів, схеми яких подані на рисунках 3.1, а, б і 3.2, б, ролика ρ розраховується за співвідношенням (3.6);

е) формується комплекс умов і обмежень на проектування, які ураховують вимоги до якості газообмінних процесів в циліндрах, протікання динамічних процесів і механічної напруженості в приводі клапанів, а також технологічності ланок КМ;

ж) з урахуванням особливостей конструкції кулачкового механізму газорозподілу і його швидкохідності (величини ω_{1max}) із науково-технічних джерел вибирається вид комплексної (безударної) кривої зміни прискорень штовхача;

к) виконується комплексне дослідження з раціонального визначення основних параметрів кривої прискорень штовхача за умов забезпечення всіх умов на проектування КМ за п.5;

л) з використанням відповідного математичного описання розраховуються кінематичні характеристики штовхача – для заданого кроку $\Delta\varphi_1$ визначаються поточні значення переміщень, швидкостей та прискорень штовхача при обертанні кулачка на кут дії φ_δ ;

м) за результатами розрахунків кінематики штовхача виконуються дослідження з контролю забезпечення вимог на проектування КМ за п.5 при обертанні кулачка з кутовою швидкістю ω_{1max} ;

н) з використанням відомих математичних залежностей розраховуються координати робочих профілів кулачків, які є основою для їх виготовлення.

Як приклад практичної реалізації сучасних підходів до синтезу кулачкових механізмів газорозподілу транспортних двигунів нижче наведено описання етапів процесу проектування КМ привода випускного клапана вітчизняного високооборотного дизеля типу 4ДТНА1.

Розроблена кінематична схема такого КМ з плоским штовхачем подана на рисунку 3.2, а (п.1 послідовності синтезу КМ). Основні параметри КМ, а також вимоги на його проектування (п.п.2...6 послідовності здійснення синтезу КМ) подані в таблиці 3.1.

Для проведення подальших досліджень за п.7 на кафедрі «Механіка і проектування машин» УкрДАЗТ під керівництвом проф. Мороза В.І. було синтезовано показану на рисунку 3.10 комплексну безударну криву зміни прискорень штовхача a_2 в залежності від кута повороту кулачка φ_1 .

КМ з новим патенто захищеним робочим профілем кулачка привода клапанів високооборотних транспортних дизелів, який відповідає представлений на рисунку 3.11 кривій, поданий на рисунку 3.12. Такий профіль утворено дугою початкового кола $a-a'$ радіуса r_0 , яка з'єднуються двома профільними координатними кривими $a-b-c-d-e$ та $a'-b'-c'-d'-e$, що, наприклад, можуть бути симетричні, і в які входять дві ділянки компенсації теплового зазора $a-b$ і $a'-b'$.

Таблиця 3.1 - Основні параметри КМ привода впускного клапана дизеля типу 4ДТНА1 і вимоги на його проектування

Найменування параметра КМ, відповідної вимоги до проектування	Позначення	Розмірність	Величина
1 Максимальна кутова швидкість обертання кулачка	ω_{1max}	Рад/с	219,91
2 Ширина кулачка	b	мм	13
3 Діаметр плоского штовхача	D	мм	33
4 Максимальне переміщення штовхача	S_{2max}	мм	8,8
5 Величина теплового зазора	S_0	мм	0,2
6 Кут дії кулачка (без урахування довжини ділянки вибирання теплового зазора Φ_{S_0}).	φ_0	градус	128
7 Радіус початкової окружності кулачка	r_0	мм	16
8 Мінімальний допустимий радіус кривизни профілю кулачка	$[r_{кр\ min}]$	мм	3
9 Максимальне допустиме значення швидкості		м/с	

штопхача (з урахуванням гарантованого забезпечення ширини лінії контакту плоского штопхача з профілем кулачка $b = 13 \text{ мм}$)	$[V_{max}]$		3,33
10 Мінімальний допустимий коефіцієнт запасу клапанних пружин за силами інерції	$[K_{3min}]$	-	1,7

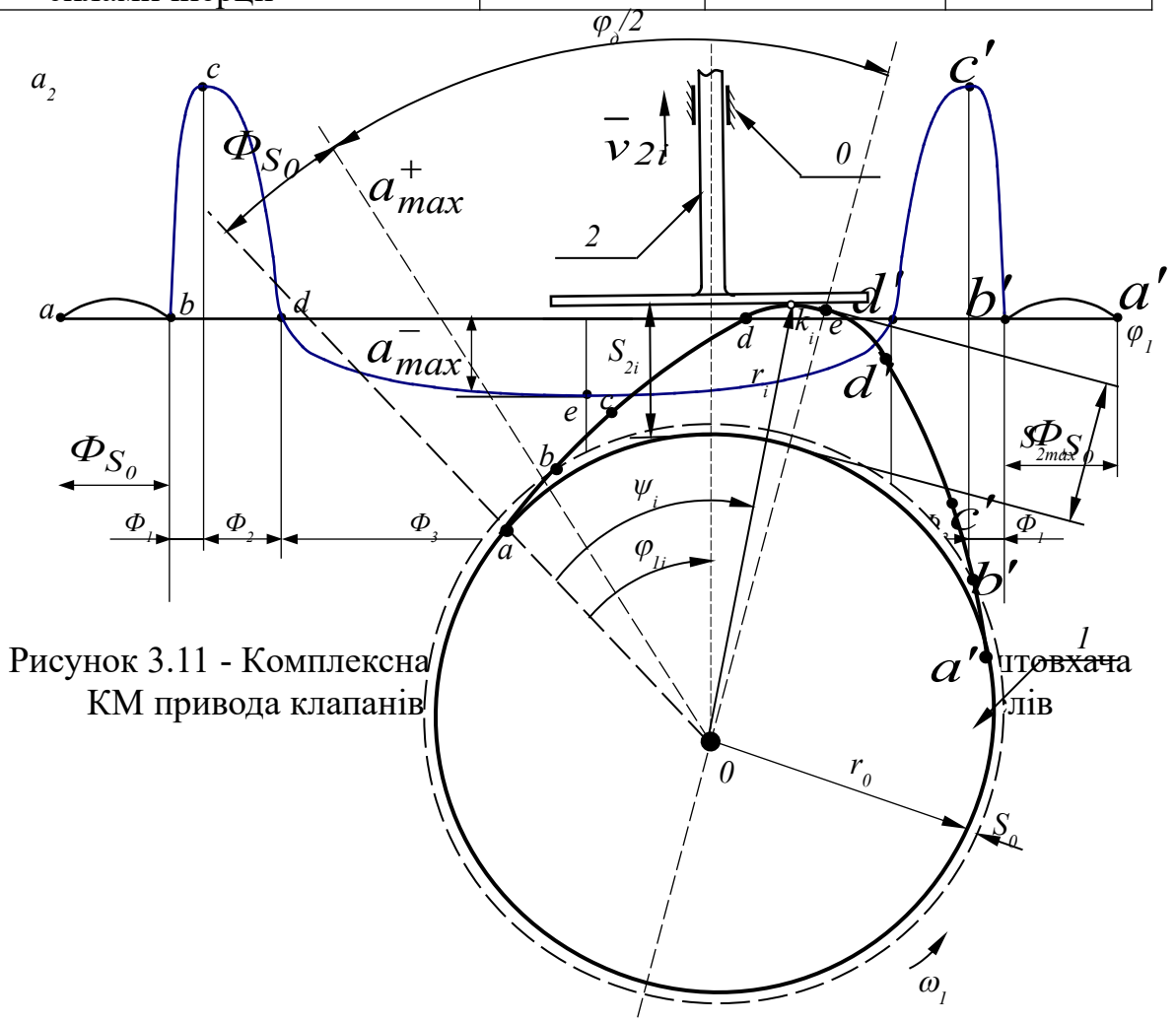


Рисунок 3.11 - Комплексна КМ привода клапанів

Рисунок 3.12 – Кінематична схема КМ привода клапанів дизеля типу 4 ДТНА1 з новим профілем кулачка

Профільна поверхня підйому $a-b-c-d-e$ на першій ділянці $a-b-c-d$ ($a_i > 0$) визначається кривою прискорень штовхача (рисунок 3.10), яка складається з півхвилі синусоїди $a-b$ та кривих ступеневих функцій $b-c$ ступеня n_1 і $c-d$ ступеня n_2 , що сполучаються в точках b і c , і мають нульові ординати в точках a , b і d , а в точці c прискорення штовхача досягають максимального значення a_{max}^+ , яке контролюється за умовою забезпечення контактної міцності в парі кулачок 1-штовхач 2, а на другій ділянці $d-e$ ($a_i < 0$) визначається кривою прискорень штовхача, яка відповідає ступеневій функції ступеня n_3 і характеризується нульовою ординатою в точці d і максимальним прискоренням a_{max}^- в точці e , величина якого контролюється за умовою забезпечення потрібного коефіцієнта запасу клапанних пружин за силами інерції. Також в точці e контролюється забезпечення максимального заданого підйому штовхача S_{max} і нульового значення швидкості штовхача. При заданих величинах максимального підйому штовхача S_{max} , теплового зазору S_0 , кутових довжин відрізків Φ_{S_0} і φ_∂ (таблиця 3.1) основними параметрами комплексної кривої штовхача (рисунок 3.10) є: кутові протяжності ділянок Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 і показників ступеня ступеневих функцій n_1 , n_2 і n_3 .

Нижче наведені формули для розрахунку поточних значень аналогів прискорень $a_{2qi} = d^2 S_{2i} / d\varphi_{li}^2$, аналогів швидкості $v_{2qi} = dS_{2i} / d\varphi_{li}$, а також висоти підйому S_{2i} штовхача при його взаємодії з відповідними ділянками профілю кулачка.

Ділянка компенсації теплового зазору $a-b$: $0 \leq \varphi_i \leq \Phi_{S_0}$

$$a_{2qi} = \frac{S_0 \cdot \pi}{\Phi_{S_0}^2} \sin\left(\frac{\pi}{\Phi_{S_0}} \varphi_{li}\right); \quad (3.22)$$

$$v_{2qi} = \frac{S_0}{\Phi_{S_0}} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{\Phi_{S_0}} \varphi_{li} \right) \right]; \quad (3.23)$$

$$S_{2i} = \frac{S_0}{\Phi_{S_0}} \left[\varphi_{li} - \sin \left(\frac{\pi}{\Phi_{S_0}} \varphi_{li} \right) \right]. \quad (3.24)$$

Ділянка *b-c*: $0 \leq \varphi_i \leq \Phi_1$

$$a_{2qi} = A_1 \cdot \varphi_{li}^{n_1} + B_1 \cdot \varphi_{li}; \quad (3.25)$$

$$v_{2qi} = \frac{A_1}{(n_1 + 1)} \cdot \varphi_{li}^{n_1+1} + 0,5 \cdot B_1 \cdot \varphi_{li}^2 + v_{2q}^{ab}; \quad (3.26)$$

$$S_{2i} = \frac{A_1}{(n_1 + 1) \cdot (n_1 + 2)} \varphi_{li}^{n_1+2} + \frac{B_1}{6} \cdot \varphi_{li}^3 + v_{2q}^{ab} \cdot \varphi_{li} + S_0. \quad (3.27)$$

Ділянка *c-d*: $0 \leq \varphi_i \leq \Phi_2$

$$a_{2qi} = A_2 \varphi_{li}^{n_2} + C_2; \quad (3.28)$$

$$v_{2qi} = \frac{A_2}{(n_2 + 1)} \varphi_{li}^{n_2+1} + C_2 \cdot \varphi_{li} + v_{2q}^{bc}; \quad (3.29)$$

$$S_{2i} = \frac{A_2}{(n_2 + 1) \cdot (n_2 + 2)} \varphi_{li}^{n_2+2} + \frac{C_2}{2} \varphi_{li}^2 + v_{2q}^{bc} \cdot \varphi_{li} + S_2^{bc}. \quad (3.30)$$

Ділянка *d-e*: $0 \leq \varphi_i \leq \Phi_3$

$$a_{2qi} = A_3 \varphi_{li}^{n_3} + B_3 \cdot \varphi_{li}; \quad (3.31)$$

$$v_{2qi} = \frac{A_3}{(n_3 + 1)} \varphi_{li}^{n_3+1} + \frac{B_3}{2} \varphi_{li}^2 + v_{2q}^{cd}; \quad (3.32)$$

$$S_{2i} = \frac{A_3}{(n_3 + 1) \cdot (n_3 + 2)} \varphi_{li}^{n_3+2} + \frac{B_3}{6} \varphi_{li}^3 + v_{2q}^{cd} \cdot \varphi_{li} + S_2^{cd}. \quad (3.33)$$

У поданих формулах постійні інтегрування S_0 , S_2^{bc} , S_2^{cd} , v_{2q}^{ab} , v_{2q}^{bc} , v_{2q}^{cd} визначаються за умов плавного сполучення ділянок профілю кулачка, тобто рівняння підйомів S_2 штовхача, а також першої v_{2q} та другої a_{2q} похідної за кутом обертання кулачка в точках сполучення окремих кривих на ділянках.

Зв'язок між поточними величинами аналогів прискорень a_{2qi}

і дійсними значеннями прискорень штовхача a_{2i} , а також поточними величинами аналогів швидкостей v_{2qi} і дійсними значеннями швидкостей штовхача v_{2i} , визначається формулами

$$a_{2i} = a_{qi} \cdot \omega_1^2; \quad (3.34)$$

$$v_i = v_{qi} \cdot \omega_1. \quad (3.35)$$

Проведені у відповідності до п.8 дослідження дозволили визначити параметри комплексної кривої прискорень штовхача, при яких виконуються усі вимоги на проектування КМ, що сформовані на етапах 2...6: $\Phi_1=7^\circ$, $\Phi_2=12^\circ$, $\Phi_3=45^\circ$ і показників ступеня ступеневих функцій $n_1=0,8$, $n_2=0,4$ і $n_3=0,6$. Кінематичні характеристики випускного клапана (п.9) дизеля типу 4 ДТНА1 при обертанні нового газорозподільного кулачка з кутовою швидкістю ω_{1max} подані на рисунку 3.13. Їх аналіз засвідчив виконання умов на проектування, що подані в таблиці 3.1 (п.10).

Форма профілю запропонованого кулачка 1 привода клапанів (рисунок 3.12) при контактуванні з плоским штовхачем 2 визначається поточними значеннями полярних координат точок дотикання k_i – радіус-вектора r_i і полярного кута ψ_i , величини яких залежать від потрібних за певних умов на проектування поточних значень кінематичних характеристик штовхача S_{2i} , v_{2qi} , a_{2qi} і визначаються за формулами

$$r_i = \sqrt{S_{2i}^2 + v_{2qi}^2}; \quad (3.36)$$

$$\psi_i = \varphi_{1i} + \arctg(v_{2qi} / S_{2i}). \quad (3.37)$$

Визначені з потрібним заданим кроком $\Delta\varphi_1$ поточні величини координат робочого профілю нового кулачка r_i і ψ_i (п.11) використовуються в технологічній підготовці для розрахунків векторів різьби інструменту.

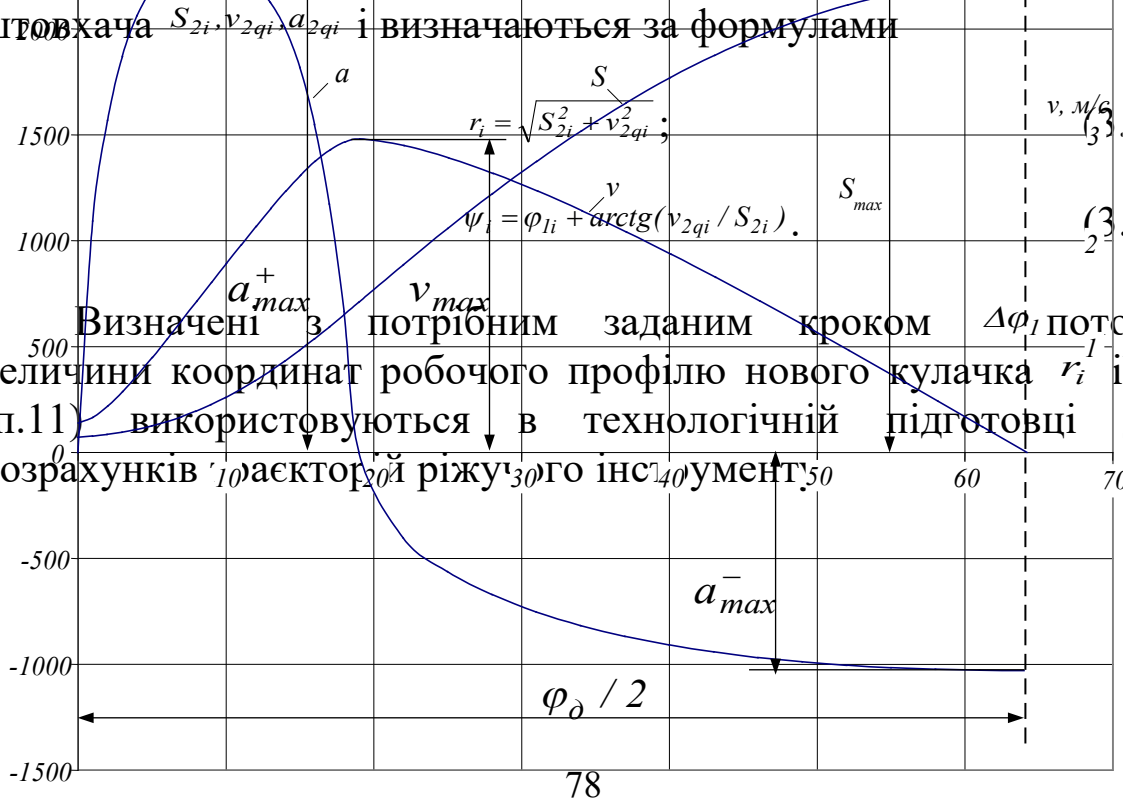


Рисунок 3.13 - Кінематичні характеристики випускного клапана дизеля типу 4 ДТНА1 з новим газорозподільним кулачком

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Фролов К.В. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.

- 2 Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1979. – 576 с.
- 3 Киницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Видавництво “Наукова думка”, 2002. – 660 с.
- 4 Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
- 5 Озол О.Г. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1984. – 432 с.
- 6 Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 584 с.
- 7 Заблонский К.И., Белоконов И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин. – К.: Вища школа, 1989. – 349 с.
- 8 Прикладная механика / Под ред. К.И. Заблонского. – К.: Вища школа, 1979. – 280 с.
- 9 Авиационные поршневые двигатели: кинематика, динамика и расчет на прочность/ Под ред. Т.М. Мелькумова. – М.: - Оборонгиз, 1950. – 870 с.
- 10 Мороз В.І., Іщенко В.І., Ярошок Ю.О., Карпенко Н.П., Братченко О.В. Основи розрахунків на міцність: Опорний конспект лекцій з дисципліни “Прикладна механіка”.– Харків: УкрДАЗТ, 2004. - Ч.1. - 58 с.
- 11 Мороз В.І., Захарченко В.В., Братченко О.В., Надтока О.В. Основи конструювання деталей машин: Опорний конспект лекцій з дисципліни “Прикладна механіка”.– Харків: УкрДАЗТ, 2005. - Ч.2. - 137 с.