КРАСНОЛИМАНСЬКИЙ ЗАОЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра „ Автоматика та комп'ютерні системи "

МЕХАНІКА. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних робіт з дисципліни
„*ФІЗИКА*"

Частина 1

Харків – 2011

Методичні вказівки до практичних робіт розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри „Автоматика і комп’ютерні системи ” 21 грудня 2009 р., протокол № 4.

Призначено для студентів заочної форми навчання.

Укладачі:

старші викладачі В.В. Гладиков,
О.І. Рудской

Рецензент

проф. Р.В. Вовк

МЕХАНІКА.
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних робіт з дисципліни
„ФІЗИКА”

Частина 1

Відповідальний за випуск Гладиков В.В..

Редактор Третьякова К.А.

Підписано до друку 12.01.10 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 1,0. Тираж 100. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.
61050, Харків - 50, пл. Фейєрбаха, 7

УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

КРАСНОЛИМАНСЬКИЙ ЗАОЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра „Автоматика та комп’ютерні системи”

МЕХАНІКА.
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних робіт з дисципліни
„ФІЗИКА”
для студентів заочної форми навчання
Частина 1

Харків - 2011

Методичні вказівки до практичних робіт розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри „Автоматика і комп’ютерні системи ” 21 грудня 2009 року протокол № 4.

Укладачі:

старші викладачі В.В. Гладиков,
О.І. Рудской

Рецензент

проф. Р.В. Вовк

ВСТУП

Дані методичні вказівки допоможуть студентам заочної форми навчання самостійно навчитися розв'язувати задачі з фізики, оскільки в них розглянуті рішення деяких типових задач з усіх розділів програми курсу загальної фізики.

Знання законів фізики припускає вміння не тільки формулювати ці закони, але й застосовувати їх у конкретних випадках при розв'язанні задач. Добре відомо, що єдиний спосіб навчитися розв'язувати задачі – намагатися розв'язувати їх самостійно. Для цього необхідні знання спеціальних методів та прийомів, загальних для розв'язання окреслених груп задач. У деяких випадках таких методів не існує. Тоді головним, крім знання теорії, стає здібність аналітичного мислення. Рівень підготовки з фізики визначається рівнем складності задач, які студент зможе розв'язати.

Наведені у методичних вказівках приклади розв'язання задач мають на меті пояснити використання деяких методів, поглибити розуміння фізичних законів та розвинути вміння розмірковувати. Для зручності та економії часу на початку кожного розділу надано зведення основних формул на відповідний матеріал. Наприкінці розділу приведені задачі для самостійного розв'язання різного ступеня складності.

І ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

1.1 Кінематика. Основні рівняння руху

Положення матеріальної точки у просторі задається радіусом – вектором

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \tag{1.1}$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори напрямків (орти);
x; y; z – координати точки.

Кінематичне рівняння руху (в координатній формі):

$$x = f_1(t);\; y = f_2(t);\; z = f_3(t), \tag{1.2}$$

де t – час.

Середня швидкість – зміна радіуса – вектора матеріальної точки за одиницю часу

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \tag{1.3}$$

де Δt - переміщення матеріальної точки за проміжок часу Δt.

Миттєва швидкість – векторна величина, що дорівнює першій похідній радіуса – вектора точки, що рухається, за часом

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}, \tag{1.4}$$

де $v_x = dx/dt$; $v_y = dy/dt$; $v_z = dz/dt$ – проекції швидкості $\vec{v}$ на осі координат.

Абсолютне значення швидкості

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\,. \tag{1.5}$$

Прискорення – векторна величина, що дорівнює першій похідній швидкості матеріальної точки за часом

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \tag{1.6}$$

де $a_x = dv_x/dt$; $a_y = dv_y/dt$; $a_z = dv_z/dt$ – проекції прискорення $\vec{a}$ на осі координат.

Абсолютне значення прискорення

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \tag{1.7}$$

При криволінійному русі прискорення

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \tag{1.8}$$

де $\vec{a}_n$ - нормальне прискорення;
$\vec{a}_\tau$ - тангенціальне прискорення.

Абсолютні значення цих прискорень

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \tag{1.9}$$

де R – радіус кривизни в даній точці траєкторії.

Кінематичне рівняння рівномірного руху матеріальної точки вздовж осі x

$$x = x_0 + vt, \tag{1.10}$$

де x_0 – початкова координата;
t – час.

При рівномірному русі $v = const$ та $a = 0$.

Кінематичне рівняння рівнозмінного руху матеріальної точки (a = const) вздовж осі x

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}, \tag{1.11}$$

де v_0 – початкова швидкість;
t – час.

Швидкість точки при рівнозмінному русі

$$v = v_0 + at. \qquad (1.12)$$

Кінематичне рівняння обертального руху

$$\varphi = f(t), \qquad (1.13)$$

де φ – кутове переміщення матеріальної точки.

Середня кутова швидкість – зміна кутового переміщення за одиницю часу

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}, \qquad (1.14)$$

де $\Delta\varphi$ - зміна кута оберту за проміжок часу Δt.

Миттєва кутова швидкість – це перша похідна кутового переміщення за часом

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (1.15)$$

Кутове прискорення – перша похідна кутової швидкості матеріальної точки за часом

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \qquad (1.16)$$

Кінематичне рівняння рівномірного обертання

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t, \qquad (1.17)$$

де φ_0 – початкове кутове переміщення;
t – час.

При рівномірному обертанні $\omega = const$ та $\varepsilon = 0$.

Частота обертання

$$n = \frac{N}{t} \quad \text{або} \quad n = \frac{1}{T}, \tag{1.18}$$

де N – кількість обертів, здійснених тілом за час t;

T – період обертання (час одного оберту).

Кінематичне рівняння рівнозмінного обертання (ε = const)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \tag{1.19}$$

де ω_0 – початкова кутова швидкість;

t – час.

Кутова швидкість при рівнозмінному обертанні

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t \ . \tag{1.20}$$

Зв’язок між лінійними та кутовими величинами при обертальному русі матеріальної точки виражається такими формулами:

$$s = \varphi R, \tag{1.21}$$

де s – довжина шляху, пройденого точкою по дузі кола радіуса R;

φ - кут оберту тіла;

лінійна швидкість

$$v = \omega R\,; \tag{1.22}$$

тангенціальне прискорення

$$a_\tau = \varepsilon R\,; \tag{1.23}$$

нормальне прискорення

$$a_n = \omega^2 R \,. \tag{1.24}$$

1.2 Динаміка. Основні закони та визначення

1.2.1 Динаміка матеріальної точки та тіла, що рухається поступально

Другий закон Ньютона: прискорення будь-якого тіла прямо пропорційне силі, що діє на нього, співпадає з нею за напрямком, та обернено пропорційно масі цього тіла

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \tag{1.25}$$

де $\vec{a}$ - прискорення;

$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F_i}$ - геометрична сума сил, діючих на тіло;

m – маса тіла;

в імпульсній формі

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i} \tag{1.26}$$

де $\vec{p} = m\vec{v}$ - імпульс тіла;

N – кількість сил, діючих на тіло;

у координатній формі

$$ma_x = \sum F_{x_i}, \;\; ma_y = \sum F_{y_i}, \;\; ma_z = \sum F_{z_i} \tag{1.27}$$

або

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{x_i}, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{y_i}, \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{z_i}, \tag{1.28}$$

де під знаком суми стоять проекції сил $\overrightarrow{F_i}$ на відповідні осі координат.

Сила пружності

$$F_{пруж} = -kx, \tag{1.29}$$

де k – коефіцієнт пружності (жорсткість у випадку пружини);
x – абсолютна деформація.

Сила гравітаційної взаємодії

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{1.30}$$

де $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$Нм^2/кг^2 – гравітаційна стала;
m_1 та m_2 – маси взаємодіючих тіл, що розглядаються як матеріальні точки;
r – відстань між ними.

Сила тертя ковзання

$$F_{терт} = f \cdot N, \tag{1.31}$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання;
N – сила нормального тиску.

Закон збереження імпульсу: повний вектор імпульсу замкненої системи, що є векторною сумою імпульсів всіх тіл системи, залишається незмінним

$$\sum_{i=1}^{N}\vec{P}_i = const \tag{1.32}$$

або

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = const, \tag{1.33}$$

де N – кількість матеріальних точок, що входять до системи.

Робота, яку здійснює сила F,

$$A = \int_L F(r)\cos\alpha \cdot dr, \qquad (1.34)$$

де інтегрування проводиться вдовж траєкторії, яка позначається *L*.

Середня потужність за проміжок часу Δt

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}\ . \qquad (1.35)$$

Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt} \qquad (1.36)$$

або

$$N = Fv\cos\alpha\ , \qquad (1.37)$$

де dA – робота, що здійснюється за проміжок часу dt.

Кінетична енергія матеріальної точки (або тіла, що рухається поступально)

$$T = \frac{mv^2}{2} \qquad (1.38)$$

або

$$T = \frac{P^2}{2m}\ . \qquad (1.39)$$

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла

$$П = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (1.40)$$

1.2.2 Динаміка обертального руху

Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі

$$Mdt = d(J\omega), \tag{1.41}$$

де M – момент сили, що діє на тіло протягом часу dt;
J – момент інерції тіла;
ω – кутова швидкість;
$J\omega$ – момент імпульсу.

Момент імпульсу тіла, що обертається відносно осі,

$$L = J\omega\ . \tag{1.42}$$

Момент інерції твердого тіла

$$J = \sum \Delta m_i r_i^2, \tag{1.43}$$

де r_i – відстань елемента масою Δm_i від осі обертання.

Теорема Штейнера: момент інерції тіла відносно довільної осі обертання дорівнює

$$J = J_0 + ma^2, \tag{1.44}$$

де J_0 – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр ваги тіла паралельно заданій осі;
a – відстань між осями;
m – маса тіла.

Закон збереження моменту імпульсу: момент імпульсу замкненої системи тіл зберігається, тобто не змінюється з часом

$$\sum_{i=1}^{n} L_i = const, \tag{1.45}$$

де L_i – момент імпульсу тіла з номером i, що входить до складу системи.

Робота сталого моменту сили M, що діє на тіло, яке обертається,

$$A = M\varphi, \qquad (1.46)$$

де φ – кут оберту тіла.

Миттєва потужність тіла, що обертається,

$$N = M\omega. \qquad (1.47)$$

Кінетична енергія тіла, що обертається,

$$T = \frac{1}{2}J\omega^2. \qquad (1.48)$$

Кінетична енергія тіла, що котиться по площині без ковзання,

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2, \qquad (1.49)$$

де $\frac{1}{2}mv^2$ - кінетична енергія поступального руху тіла;

$\frac{1}{2}J\omega^2$ - кінетична енергія обертального руху навколо осі, що проходить через центр інерції.

Зв'язок між роботою, що здійснюється при обертанні тіла із зміною його кінетичної енергії,

$$A = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2. \qquad (1.50)$$

1.3 Приклади розв'язання задач

Задача 1 Рух двох тіл задано рівняннями $x_1 = 0{,}75t^3 + 2{,}25t^2 + t$, $x_2 = 0{,}25t^3 + 3t^2 + 1{,}5t$. Визначити швидкості тіл та момент часу, коли їх прискорення будуть однакові, а також значення прискорення в цей момент часу.

Дано: $x_1 = 0{,}75t^3 + 2{,}25t^2 + t$, $x_2 = 0{,}25t^3 + 3t^2 + 1{,}5t$.

Знайти: v_1, v_2, t, a.

Розв'язання. Прискорення тіл:

$$a_1 = \frac{dv_1}{dt} = \frac{d^2x_2}{dt^2} = 4{,}5 + 4{,}5t;$$

$$a_2 = \frac{dv_2}{dt} = \frac{d^2x_2}{dt^2} = 6 + 1{,}5t.$$

Згідно з умовою $a_1 = a_2$ у будь-який момент часу t.

Прирівнюємо одержані вирази для a один до одного і розв'язуємо рівняння відносно часу t:

$$4{,}5 + 4{,}5t = 6 + 1{,}5t\ ;\quad 3t = 1{,}5\ ;\quad t = 0{,}5c\ .$$

Визначивши t, знаходимо значення швидкостей тіл у даний момент часу:

$$v_1 = \frac{dx_1}{dt} = 2{,}25t^2 + 4{,}5t + 1 = 2{,}25 \cdot 0{,}5^2 + 4{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1 + 1 = 3{,}81\left(\frac{м}{c}\right),$$

$$v_2 = \frac{dx_2}{dt} = 0{,}75t^2 + 6t + 1{,}5 = 0{,}75 \cdot 0{,}5^2 + 6 \cdot 0{,}5 + 1{,}5 = 4{,}59\left(\frac{м}{c}\right).$$

Прискорення тіл у цей момент часу

$$a_1 = a_2 = 6 + 1{,}5t = 6{,}75\left(\frac{м}{c^2}\right).$$

Задача 2 Тіло рухається вниз по похилій площині, залежність його шляху від часу задана рівнянням $s = 2t + 1{,}6t^2$. Визначити коефіцієнт тертя ковзання тіла k, якщо кут похилої площини дорівнює 30°.

Дано: $s = 2t + 1{,}6t^2$.

Знайти: k .

Розв'язання. Коефіцієнт тертя k визначає силу тертя при русі тіл. Для визначення k розглянемо, під дією яких сил знаходиться тіло. У даному випадку на тіло діють сили : сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції опори $\vec{N}$ та сила тертя $\vec{F}_{\text{òåðòÿ}}$ (рисунок 1.1).

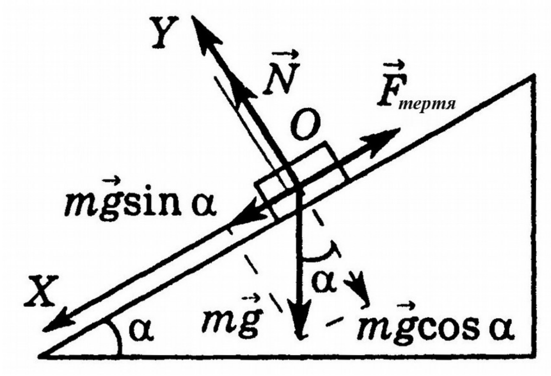

Рисунок 1.1 – Похила площина

Оберемо систему координат так, щоб вісь *OX* була паралельна похилій площині. Тоді, згідно з другим законом Ньютона, запишемо проекції сил на вісі;

на *OY*: $mgCos\alpha = N$;   на *OX*: $ma = mgSin\alpha - mgkCos\alpha$.

Із даних рівнянь одержуємо вираз для k

$$k = \frac{gSin\alpha - a}{gCos\alpha}.$$

Визначаємо величину прискорення a

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = 3{,}2\left(\frac{м}{c^2}\right).$$

Підставивши у формулу для k числові значення необхідних величин, одержуємо коефіцієнт тертя

$$k = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}5 - 3{,}2}{9{,}81 \cdot 0{,}866} = 0{,}2.$$

Задача 3 Куля масою 20г в момент удару об стінку під кутом 90° мала швидкість 300м/с, час руху у стінці до повної зупинки $5 \cdot 10^{-4}$с.

Визначити:

а)середню силу опору стінки $F_{оп}$ і відстань l, на яку занурилась куля;

б)швидкість $v_к$, з якою куля вилетить зі стінки, якщо товщина стінки буде 5см.

Дано: $m = 2\cdot10^{-2}$кг, $\alpha = 90^\circ$, $t = 5\cdot10^{-4}$с, $d = 5\cdot10^{-2}$м,
v_o = 300 м/с.
Знайти: $<F_{on}>$, l, $v_к$.

Розв'язання. Середню силу опору знаходимо за другим законом Ньютона, згідно з яким імпульс сили опору стінки дорівнює зміні імпульсу кулі:

$F_{ïï}\, dt = d(mv)$ і якщо m = const: $F_{ïï}\, dt = mdv$,

де F_{on} – сила опору стінки;
dt – час дії сили.

Так як рух кулі рівноприскорений, то другий закон Ньютона має вигляд:

$$<F_{on}>\cdot\Delta t = -m\cdot\Delta v,$$

де $<F_{on}>$ - середнє за час Δt значення сили опору;
Δv = - v_0, значення $v_к$ = 0, тому що за умовою куля зупинилась.

Тоді

$$<F_{on}>\cdot\Delta t = -mv_0; \qquad \langle F_{on.}\rangle = \frac{-mv_0}{\Delta t}.$$

Одержуємо:

$$\langle F_{on.}\rangle = \frac{-2\cdot10^{-2}\cdot300}{5\cdot10^{-4}} = -1{,}2\cdot10^{-4}H .$$

Відстань, на яку занурилась куля, знайдемо, ураховуючи, що кінетична енергія кулі пішла проти роботи сили опору стінки:

$$\frac{mv^2}{2} = F_{îï} \cdot l \cdot Cos\alpha,$$

$\alpha = 0$ – за умовою.

Тому

$$l = \frac{mv_0^2}{2F_{оп.}} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 12 \cdot 10^3} = 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ м.$$

Якщо куля вилітає із стінки зі швидкістю $v_к$, то на роботу проти сили опору $F_{оп.}$ пішла енергія, що дорівнює різниці кінетичної енергії кулі на початку та в кінці її руху у товщі стінки:

$$-F_{оп.}d = \frac{mv_k^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2};$$

$$v_k^2 = v_0^2 - \frac{2F_{оп.}d}{m},$$

звідси знаходимо

$$v_k = \sqrt{v_0^2 - \frac{2F_{îï.}d}{m}} = \sqrt{9 \cdot 10^{-4} - \frac{2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{20 \cdot 10^{-3}}} = 173\ \text{м/с}.$$

Задача 4 Металева кулька масою 5 г падає з висоти 1 м на горизонтальну поверхню стола і, відбившись від неї, піднімається на висоту 0.8 м. Визначити середню силу удару, якщо взаємодія кульки зі столом була протягом 0,01 с.

Дано: $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг; $h_1 = 1$ м; $h_2 = 0{,}8$ м; $\Delta t = 0{,}01$ с.

Знайти: F.

Розв'язання. Імпульс сили F за час Δt, з яким діє кулька на поверхню, дорівнює $F\Delta t$. Цей імпульс сили буде дорівнювати зміні імпульсу кульки

$$\Delta p = mv_2 - (- mv_1),$$

де m – маса кульки;

v_1 – швидкість, з якою кулька впала на поверхню стола;

v_2 – швидкість, з якою кулька відбилася від поверхні стола.

Знак " – " свідчить, що напрямок швидкості v_1 протилежний напрямку швидкості v_2.

При вільному падінні тіла з висоти h його швидкість на рівні $h = 0$ визначається за формулою $v = \sqrt{2gh}$, де g – прискорення вільного падіння.

Таким чином, $F\Delta t = \Delta p$, $F\Delta t = mv_2+mv_1$, звідки

$$F = \frac{m(v_1 + v_2)}{\Delta t} = \frac{m\sqrt{2g} \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})}{\Delta t};$$

$$F = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81}(\sqrt{1} + \sqrt{0{,}8})}{0{,}01} = 0{,}22(H).$$

Задача 5 Залежність кута оберту від часу для точки, що знаходиться на ободі колеса радіусом R, задана рівнянням $\varphi = t^3 + 0{,}5t^2 + 2t + 1$. У кінці третьої секунди ця точка одержала нормальне прискорення 153м/с^2. Визначити радіус колеса.

Дано: $\varphi = t^3 + 0{,}5t^2 + 2t + 1$; $t = 3$с; $a_n = 153$ м/с^2.

Знайти: R.

Розв'язання. Для визначення радіуса колеса застосовуємо формулу зв'язку нормального прискорення з кутовою швидкістю:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R,$$

звідки $R = \frac{a_n}{\omega^2}$. Кутову швидкість знайдемо, як першу похідну від кута оберту за часом

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 3t^2 + t + 2.$$

Численне значення кутової швидкості в кінці третьої секунди визначимо, підставивши в одержане рівняння для ω час $t = 3$ с.

$$\omega = (3 \cdot 3^2 + 3 + 2) = 32 \text{ с}^{-1}.$$

Радіус колеса дорівнює

$$R = \frac{a_n}{\omega^2} = \frac{153}{32^2} = 0{,}15 \text{ м}.$$

Задача 6 Тіло обертається навколо нерухомої вісі за законом $\varphi = 10 + 20t - t^2$.

Визначити величину і напрям повного прискорення точки, що знаходиться на відстані 0,1м від осі обертання для моменту часу t = 4с.

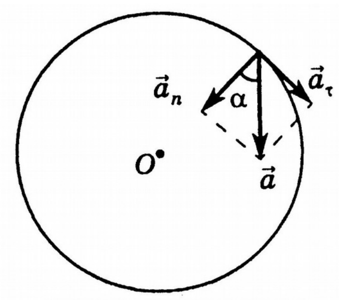

Рисунок 1.2 – Обертальний рух точки

Дано: $\varphi = 10 + 20t - t^2$;

$r = 0{,}1 м$; $t = 4с$.

Знайти: a, α.

Розв'язання. Точка описує коло радіусом r. Повне прискорення $\vec{a}$ точки, що рухається по криволінійній траєкторії, дорівнює геометричній сумі векторів тангенціального $\vec{a}_\tau$ та нормального прискорень $\vec{a}_n$ (рисунок 1.2), кут між якими дорівнює π/2,

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Модуль повного прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Тангенціальне та нормальне прискорення задаються формулами:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r;$$

$$a_n = \omega^2 \cdot r,$$

де ω – кутова швидкість тіла;

ε – кутове прискорення;

r – відстань точки від осі обертання.

Підставляючи ці вирази у формулу для повного прискорення, одержуємо

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Кутова швидкість є першою похідною від кута оберту за часом

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 20 - 4t.$$

При t = 4с значення кутової швидкості $\omega = 4$ с$^{-1}$.

Кутове прискорення – перша похідна від кутової швидкості за часом:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -4\ c^{-2}.$$

Тоді

$$a = 0{,}1\sqrt{(-4)^2 + 4^2} = 1{,}65\ \frac{м}{c^2}.$$

З рисунка 1.2 бачимо, що s*in* кута α між напрямками $\vec{a}$ та $\vec{a}_n$ дорівнює

$$\sin\alpha = \frac{a_\tau}{a} = \frac{\varepsilon \cdot r}{a} = \frac{4 \cdot 0{,}1}{1{,}65} = 0{,}242. \quad .$$

Кут $\alpha = arcsin 0{,}242 = 14^\circ$.

Кут між $\vec{a}$ і $\vec{a}_\tau$ дорівнює $90^\circ - 14^\circ = 76^\circ$.

Задача *7* Невагома нитка із закріпленим на ній вантажем масою 2 кг намотана на суцільний вал радіусом 10 см. При розмотуванні нитки вантаж опускається з прискоренням 0,5 м/с^2. Визначити масу та момент інерції вала.

Дано: m_1 = 2 кг; r = 0,1 *м*; a = 0,5 м/с^2.

Знайти: m_2, J.

Розв'язання. Вал починає обертатися під дією моменту сили

M, який дорівнює $M = m_1(g\text{-}a)r$, де m_1 – маса вантажу, що опускається з прискоренням a; r – радіус вала. Згідно з рівнянням динаміки обертального руху

$$M = J\varepsilon,$$

де J – момент інерції вала;

$\varepsilon = \frac{a}{r}$ - кутове прискорення.

Звідси

$$J = \frac{Mr}{a} = \frac{m_1(g-a)r^2}{a} = m_1 r^2 (\frac{g}{a} - 1);$$

$$J = 2 \cdot 10^{-2} (\frac{9{,}81}{0{,}5} - 1) = 0{,}37 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції суцільного циліндра (вала) визначається за формулою

$$J = m_2 \frac{r^2}{2},$$

звідки

$$m_2 = \frac{2J}{r^2}; \quad m_2 = \frac{2 \cdot 0{,}37}{1 \cdot 10^{-2}} = 74 \text{ кг}.$$

Задача 8 Людина, маса якої 70 кг, стрибає з нерухомого візка зі швидкістю 7 м/с. Визначити силу тертя візка по землі, якщо візок після штовхання зупинився через 5 с. Перед стрибком візок був у стані спокою відносно землі.

Дано: m = 70 кг, t = 5 с, v = 7 м/с.

Знайти: $F_{тертя}$.

Розв'язання. Людина та візок складають ізольовану систему і в момент стрибка їх імпульс дорівнює нулю. За законом збереження імпульсу після стрибка імпульс залишається сталим, тобто дорівнює нулю:

$$mv + m_1v_1 = 0, \quad m_1v_1 = - mv ,$$

де m_1 і m – маси візку і людини;
v_1 і v – швидкості людини і візка в момент стрибка.

Під дією сили тертя візок зупинився, тому його імпульс дорівнює нулю. За другим законом динаміки

$$F_{\text{тертя}}t = m_1v_\text{к} - m_1v_1.$$

Так як кінцева швидкість візка дорівнює нулю $v_\text{к} = 0$, то

$$F_{\text{тертя}}t = - m_1v_1,$$

де $F_{\text{терт.}}$ – сила тертя.

Знак " – " показує, що сила $F_{\text{тертя}}$ та швидкість v_1 мають протилежні напрями.

$$F_{\text{тертя}}t = mv, \text{ звідки}$$

$$F_{\text{тертя}} = \frac{mv}{t};$$

$$F_{\text{тертя}} = \frac{70 \cdot 7}{5} = 98(H).$$

Задача 9 Платформа у вигляді суцільного диска радіусом 1,5 м і масою 180 кг обертається за інерцією навколо вертикальної осі з частотою n = 10 хв$^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою 60 кг. Яку лінійну швидкість відносно підлоги буде мати людина, якщо вона перейде на край платформи?

Дано: m_1 = 180 кг; R = 1,5 м; n = 10 хв$^{-1}$; : m_2 = 60 кг.

Знайти: v.

Розв'язання. Так як платформа обертається за інерцією, то момент зовнішніх сил, відносно осі обертання Z, що співпадає з геометричною віссю платформи, дорівнює нулю. При цій умові момент імпульсу L_z системи «платформа – людина» залишається сталим

$$L_z = J_z \omega = \text{const},$$

де J_z – момент інерції платформи з людиною відносно осі Z;
ω – кутова швидкість платформи.

Момент інерції системи дорівнює сумі моментів інерції тіл, що входять до складу системи, тому $J_z = J_1 + J_2$, де J_1 – момент інерції платформи; J_2 – момент інерції людини. Тому рівняння за законом зберігання моменту імпульсу матиме вигляд

$$(J_1 + J_2)\,\omega = \text{const},$$

або

$$(J_1 + J_2)\omega = (J_1' + J_2')\omega',$$

де нештриховані значення величин відносяться до початкового стану системи, а штриховані – до кінцевого стану.

Момент інерції платформи (суцільного диска) відносно осі Z при переході людини залишається сталим

$$J_1 = J_1' = \frac{1}{2} m_1 R^2.$$

Момент інерції людини буде змінюватися. Якщо розглядати людину як матеріальну точку, то її момент інерції J_2 у початковому положенні (в центрі платформи) можна вважати рівним нулю. У кінцевому положенні (на краю платформи) момент інерції людини

$$J_2' = m_2 R^2.$$

Підставимо у формулу знайдені вирази моментів інерції, а також виразимо початкову кутову швидкість ω обертання платформи з людиною через частоту обертання n ($\omega = 2\pi\ n$) та кінцеву кутову швидкість ω' - через лінійну швидкість v людини відносно платформи $\left(\omega' = \frac{v}{R}\right)$

$$\left(\frac{1}{2}m_1R^2 + 0\right)2\pi n = \left(\frac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2\right)\frac{v}{R}.$$

Після скорочення на R^2 та нескладних перетворень знаходимо швидкість

$$v = 2\pi nR\frac{m_1}{m_1 + 2m_2}.$$

Враховуючи, що $n = 10хв^{-1} = \frac{1}{6}c^{-1}$, одержуємо

$$v = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1{,}5 \cdot \frac{180}{180 + 2 \cdot 60} = 0{,}942\ м/с\ .$$

Задача 10 На кулю масою 1 кг, що котиться по горизонтальній поверхні, подіяли силою 1 Н і зупинили її. Гальмівний шлях склав 1 м. Визначити швидкість кулі до початку гальмування.

Дано: m = 1 кг; F = 1 Н; s = 1 м.

Знайти: v.

Розв'язання. Кінетична енергія кулі, що котиться, складається з енергії поступального і обертального рухів

$$E_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

де m – маса кулі;

J – момент інерції;

v і ω – лінійна та кутова швидкості, які зв'язані відношенням $J = 0{,}4mr^2$.

Тому

$$E_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{0{,}4mr^2}{2} \cdot \frac{v^2}{r^2} = 0{,}7mv^2.$$

Робота A гальмуючої сили F на шляху s

$$A = Fs\ ,$$

вона буде дорівнювати зміні кінетичної енергії кулі, яка за умовою задачі дорівнює $E_к$ (кінетична енергія кулі, що зупинилася дорівнює нулю).

$$A = E_к;$$

$$Fs = 0{,}7mv^2,$$

звідки

$$v = \sqrt{\frac{Fs}{0{,}7m}}\ ;$$

$$v = \sqrt{\frac{1 \cdot 1}{0{,}7}} = 1{,}2\ м/с.$$

1.4 Задачі до самостійного розв'язання

1 Рух точки задається рівнянням $s = 2t^3 - 10t^2 + 8.$ Визначити швидкість та прискорення точки в момент часу $t = 4$ с. Відповідь: 16 м/с; 28 м/с^2.

2 Рівняння обертання твердого тіла $\varphi = 3t^2 + t.$ Визначити частоту обертання твердого тіла, кутову швидкість і прискорення через 10 с після початку обертання. Відповідь:9,71 с$^{-1}$; 61 рад/с; 6 с$^{-2}$.

3 Матеріальна точка, що знаходилась у стані спокою, почала рухатись по колу зі сталим тангенціальним прискоренням 0,6 м/с^2. Визначити нормальне та повне прискорення точки в кінці п'ятої секунди після початку руху. Скільки обертів зробить точка за цей час, якщо радіус кола 5 см? Відповідь: 180 м/с^2; 180,001 м/с^2; 24.

4 Диск, обертаючись навколо осі, що проходить через його середину, робить 180об/хв. Визначити лінійну швидкість обертання точок зовнішнього кола диска та його радіус, якщо точки, що

знаходяться ближче до осі обертання на 8 см, мають швидкість 2,8 м/с. Відповідь: 4,33 м/с; 0,23 м.

5 Частинка масою $6 \cdot 10^{-23}$ кг пружно ударяється з частинкою масою $1{,}1 \cdot 10^{-23}$ кг, що була у стані спокою. Після взаємодії перша частинка рухається у зворотному напрямку. У скільки разів змінилася енергія першої частинки? Відповідь: 0,8.

6 Циліндр масою 2 кг, що котиться, зупинено силою 9,81 Н на шляху 0,5 м. Визначити швидкість циліндра до гальмування. Відповідь:2,21 м/с.

7 Маховик та легкий шків насаджені на горизонтальну вісь. До шківа за допомогою нитки прив'язано вантаж, який, опускаючись рівноприскорено, пройшов 2 м за 4 с. Момент інерції маховика 0,05 кг·м^2. Визначити масу вантажу, якщо радіус шківа 6 см. Масою шківа знехтувати. Відповідь: 0,36 кг.

8 Визначити період обертання штучного супутника Землі, якщо відомо, що він обертається по коловій орбіті радіусом 7800 км. Відповідь: 1,9 год.

9 Точка рухається із сталим прискоренням по колу радіусом 15 см. У кінці четвертого оберту після початку руху лінійна швидкість точки 15 м/с. Визначити нормальне прискорення точки через 16 с. Відповідь: 1,5 см/с^2.

10 Тіло масою 5 кг падає з висоти 20 м. Визначити суму його потенціальної та кінетичної енергії у точці, що знаходиться на висоті 5 м від поверхні Землі. Відповідь: 981 Дж.

11 Матеріальна точка масою 20 г рухається по колу радіусом 10 см з постійним тангенціальним прискоренням. У кінці п'ятого оберту після початку руху його кінетична енергія дорівнює 6,3 Дж. Визначити тангенціальне прискорення. Відповідь: 0,1 м/с^2.

12 Повна кінетична енергія диска, що котиться по горизонтальній поверхні, дорівнює 24 Дж. Визначити кінетичну енергію поступального та обертального руху диска. Відповідь: 16 Дж; 8 Дж.

II МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

2.1 Закони ідеальних газів

Рівняння стану ідеальних газів (рівняння Менделєєва – Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{M}RT, \text{ або } PV = \nu RT \qquad (2.1)$$

де m – маса газу;

M – його молярна маса;
R – молярна газова стала;
$\nu = \dfrac{m}{M}$ – кількість речовини;
T – термодинамічна температура.

Закон Дальтона: тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, що в неї входять,

$$P = \sum_{i=1}^{n} P_i, \tag{2.2}$$

де P – тиск суміші газів;
P_i – парціальний тиск i-го компонента суміші;
n – кількість компонентів суміші.

Молярна маса суміші газів

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i}{\sum_{i=1}^{k} \nu_i}, \tag{2.3}$$

де m_i – маса i-го компонента суміші;
ν_i – кількість речовини i-го компонента суміші;
k – кількість компонентів суміші.

2.2 Молекулярно – кінетична теорія газів

Концентрація молекул, атомів

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho N_A}{M}, \tag{2.4}$$

де V – об’єм системи;
ρ – густина речовини.

Основне рівняння кінетичної теорії газів

$$P = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_П \rangle, \qquad (2.5)$$

де $\langle \varepsilon_П \rangle$ - середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Середня кінетична енергія, що приходиться на один ступінь свободи молекули,

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT, \qquad (2.6)$$

а на всі ступіні свободи (повна енергія молекули)

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \qquad (2.7)$$

де k – стала Больцмана;
T – термодинамічна температура.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\langle \varepsilon_П \rangle = \frac{3}{2} kT. \qquad (2.8)$$

Залежність тиску від концентрації молекул та температури

$$p = nkT. \qquad (2.9)$$

Швидкість молекул: середня квадратична

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} \text{ або } \langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \qquad (2.10)$$

середня арифметична

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} \text{ або } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \qquad (2.11)$$

де m_1 – маса однієї молекули.

2.3 Фізичні основи термодинаміки

Зв’язок між молярною C_m та питомою c теплоємностями газу

$$C_m = cM \quad . \tag{2.12}$$

Молярні теплоємності при сталому об’ємі і сталому тиску відповідно дорівнюють

$$C_V = \frac{iR}{2}; \quad C_p = \frac{(i+2)R}{2} \quad . \tag{2.13}$$

Питомі теплоємності при сталому об’ємі і сталому тиску відповідно дорівнюють

$$c_V = \frac{iR}{2M}; \quad c_p = \frac{(i+2)R}{2M} \quad . \tag{2.14}$$

Рівняння Р. Майєра

$$C_p - C_V = R . \tag{2.15}$$

Показник адіабати

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} \text{ або } \gamma = \frac{(i+2)}{i} . \tag{2.16}$$

Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = N\langle\varepsilon\rangle \text{ або } U = \nu C_V N . \tag{2.17}$$

Робота газу при ізобарному процесі (P = const)

$$A = p(V_2 - V_1), \tag{2.18}$$

при ізотермічному процесі (T = const)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right),$$

при адіабатному процесі

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2), \text{ або } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right], \qquad (2.19)$$

де T_1 та T_2 – початкова і кінцева температури газу.

Рівняння Пуассона (рівняння стану газу при адіабатному процесі)

$$pV^{\gamma} = const\ . \qquad (2.20)$$

Зв'язок між початковим та кінцевим значеннями параметрів стану газу при адіабатному процесі:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \qquad (2.21)$$

Перший закон термодинаміки: надана системі теплота йде на збільшення її внутрішньої енергії, а також на роботу проти зовнішніх сил

$$Q = \Delta U + A, \qquad (2.22)$$

де Q – кількість теплоти, одержана газом;
ΔU – зміна його внутрішньої енергії;
A – робота, яка здійснює газ проти зовнішніх сил.

Перший закон термодинаміки при ізобарному процесі

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R\Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T, \qquad (2.23)$$

при ізохорному процесі ($A = Q$)

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T, \qquad (2.24)$$

при ізотермічному процесі ($\Delta U = 0$)

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \qquad (2.25)$$

при адіабатному процесі ($Q = 0$)

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T\ . \qquad (2.26)$$

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу в загальному випадку

$$\eta = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_1}, \qquad (2.27)$$

де Q_1 - кількість теплоти, одержана газом від нагрівача;
Q_2 – кількість теплоти, передана газом холодильнику.

ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_1} \text{ або } \eta = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1}, \qquad (2.28)$$

де T_1 – температура нагрівача,
T_2 – температура холодильника.

2.5 Приклади розв'язання задач

Задача 1 Визначити скільки молей та молекул водню знаходиться в об'ємі 50 м^3 під тиском 767 мм рт. ст. при температурі 18°С. Яка густина та питомий об'єм газу?

Дано: V = 50 м^3; p = 767 мм рт. ст. = 767·133 Па; T = 291 К;
$M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.
Знайти: ν, N, ρ, d.

Розв’язання. З рівняння Менделєєва – Клапейрона

$$PV = \nu RT$$

визначаємо кількість молей ν, що знаходяться в об’ємі V. Знаючи, що p – тиск, T – температура газу, R – молярна газова стала, визначаємо:

$$\nu = \frac{pV}{RT}; \qquad \nu = \frac{767 \cdot 133 \cdot 50}{8{,}31 \cdot 291} = 2{,}11 \cdot 10^3 \, \textit{моль}.$$

Кількість молекул знаходимо, застосовуючи число Авогадро N_A (яке визначає кількість молекул, що знаходиться в одному молі). Загальна кількість молекул визначається за формулою

$$N = \nu N_A.$$

Підставляючи у формулу кількість молей, визначаємо кількість молекул, що знаходяться в об’ємі *V,*

$$N = 2{,}11 \cdot 10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 12{,}7 \cdot 10^{26}.$$

Густину газу $\rho = \frac{m}{V}$ визначаємо з рівняння Менделєєва – Клапейрона

$$pV = \nu RT;$$

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Підставляючи числові значення в одиницях СІ у формулу, визначаємо густину газу

$$\rho = \frac{767 \cdot 1{,}33 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 291} = 8{,}44 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3.$$

Питомий об’єм газу d визначаємо з рівняння Менделєєва– Клапейрона

$$d = \frac{V}{m} = \frac{RT}{pM};$$

$$d = \frac{8{,}31 \cdot 291}{767 \cdot 133 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 11{,}9 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Задача 2 У посудині ємністю 8,3 л знаходиться повітря при нормальному тиску і температурі 300 К. У посудину вводять 3,6 г води і закривають кришкою. Визначити тиск у посудині при 400 К, якщо вся вода при цій температурі перетворюється у пару.

Дано: V = 8,3 л = $8{,}3 \cdot 10^{-3}$ м^3; T_0= 300 К; m = 3,6 г = $3{,}6 \cdot 10^{-3}$ кг;

T_1= 400 К.

Знайти: *p*.

Розʼязання. Тиск у посудині складається із тиску повітря, що нагріли до температури T_1, і тиску водяної пари при тій же температурі.

З обʼєднаного газового закону

$$\frac{p_0 V}{T_0} = \frac{p_1 V}{T_1}$$

знаходимо тиск повітря

$$p_1 = \frac{p_0 T_1}{T_0}.$$

З рівняння Менделєєва–Клайперона

$$\frac{p_2 V}{T_1} = \frac{mR}{M}$$

знайдемо тиск водяної пари

$$p_2 = \frac{m T_2 R}{MV},$$

де $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярна маса водяної пари;

$R = 8{,}31$ Дж/(моль$\cdot$К) – універсальна газова стала.

За законом Дальтона для суміші газів знайдемо тиск газу в посудині

$$p = p_1 + p_2;$$

$$p = p_0\frac{T_1}{T_0} + R\frac{mT_1}{MV},$$

де $p_0 = 1{,}013\cdot 10^5$ Па.

Тоді

$$p = \frac{1{,}013\cdot 10^5\cdot 400}{300} + \frac{8{,}31\cdot 3{,}6\cdot 10^{-3}\cdot 400}{18\cdot 10^{-3}\cdot 8{,}3\cdot 10^{-3}} = 2{,}15\cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Задача 3 У балоні знаходиться кисень m_1 = 80 г і аргон m_2 = 320 г. Тиск суміші p = 1 МПа, температура T = 300 К; Визначити ємність балона.

Дано: $p = 10^6$ Па; T = 300К, $M_1 = 32\cdot 10^{-3}$ кг/моль;

$M_2 = 40\cdot 10^{-3}$ кг/моль; m_1 = 0,08 кг; m_2 = 0,32 кг.

Знайти: V.

Розв'язання. За законом Дальтона тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу системи. З рівняння Менделєєва – Клапейрона формули парціальних тисків кисню та аргону мають відповідно вигляд

$$p_1 = \frac{m_1}{M_1}\cdot\frac{RT}{V} \quad \text{і} \quad p_2 = \frac{m_2}{M_2}\cdot\frac{RT}{V}.$$

Тому за законом Дальтона тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2$$

або $p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V}.$

Звідки ємність балона

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p};$$

$$V = \left(\frac{0{,}08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8{,}31 \cdot 300}{10^6} = 0{,}026 \text{ м}^3 = 26{,}2 \text{ л}.$$

Задача 4 Знайти кількість молекул азоту в 1 м^3, якщо тиск дорівнює 3,69 атм, а середня квадратична швидкість молекул 2400 м/с.

Дано: $p = 3{,}69 \cdot 1{,}01 \cdot 10^5$ Па; $M = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $\langle v_{кв.} \rangle = 2{,}4 \cdot 10^3$ м/с; $V = 1$ м^3.

Знайти: n_0.

Розв'язання. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів має вигляд

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \langle v_{кв.} \rangle^2,$$

де p – тиск;
n_0 – кількість молекул в одиниці об'єму;
m – маса однієї молекули;
$\langle v_{кв.} \rangle$ – середня квадратична швидкість молекул.

Маса однієї молекули дорівнює

$$m = \frac{M}{N_A},$$

де M – маса 1 моля газу;
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро.

Застосовуючи ці формули, одержуємо

$$n_0 = \frac{3pN_A}{M \langle v_{кв.} \rangle^2};$$

$$n_0 = \frac{3 \cdot 3{,}74 \cdot 10^5 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}4^2 \cdot 10^6} = 4{,}2 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3}.$$

Задача 5 Визначити густину розрідженого азоту, якщо середня довжина вільного пробігу молекул 10 см. Яка концентрація молекул?

Дано: $\langle\lambda\rangle$ = 10 см = 0,1 м.

Знайти: ρ, n_0.

Розв'язання. Середня довжина вільного пробігу молекул визначається за формулою

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_0},$$

де d – ефективний діаметр молекул (для азоту $d = 0{,}31 \cdot 10^{-9}$ м).

Концентрацію молекул визначимо з рівняння

$$n_0 = \frac{mN_A}{MV} = \rho \frac{N_A}{M},$$

де N_A – стала Авогадро;

$M = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярна маса азоту.

Розв'язуючи сумісно ці рівняння, одержуємо:

$$n_0 = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 \langle \lambda \rangle} = \rho \frac{N_A}{M};$$

$$\rho = \frac{M}{\sqrt{2} d^2 \langle \lambda \rangle N_A} = \frac{n_0 M}{N_A};$$

$$n_0 = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}1^2 \cdot 10^{-20} \cdot 0{,}1} = 2{,}34 \cdot 10^{19} \text{ м};$$

$$\rho = 2{,}34 \cdot 10^{19} \cdot \frac{28}{6{,}02 \cdot 10^{26}} = 1{,}09 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^3.$$

Задача 6 Газ, що займає об'єм 20 л при нормальних умовах, ізобарно нагріли до 80°С. Визначити роботу розширення газу.

Дано: $V_1 = 20$ л $= 2\cdot10^{-2}$ м^3; $p_1 = p_2 = 1{,}01\cdot10^5$ Па; $T_1 = 273$ К; $T_2 = 353$ К.

Знайти: A.

Розв'язання. Робота розширення газу A в ізобарному процесі визначається за такою формулою:

$$A = \frac{m}{M} R\Delta T\ .$$

Кількість молей газу $\frac{m}{M}$ визначимо з рівняння Менделєєва–Клапейрона

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1, \text{ або } \quad \frac{m}{M} = \frac{p_1 V_1}{R T_1}.$$

Тоді

$$A = \frac{p_1 V_1 \Delta T}{T_1};$$

$$A = \frac{1{,}01\cdot10^5 \cdot 2\cdot10^{-2}\cdot 80}{273} = 592 \text{ Дж.}$$

Задача 7 Кисень масою 160 г нагрівають при сталому тиску від 320 до 340 К. Визначити кількість тепла, що поглинув газ, зміну внутрішньої енергії і роботу розширення газу.

Дано: m = 160 г = 0,16 кг; $T_1 = 320$ К; $T_2 = 340$ К.

Знайти: Q, ΔU, A.

Розв'язання. Кількість тепла, що необхідна для нагрівання газу при сталому тиску, дорівнює

$$Q = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1)\,,$$

де C_p – молярна теплоємність газу при сталому тиску, для кисню $C_p = \frac{7}{2}R$;

$$C_p = 3{,}5 \cdot 8{,}31 = 29{,}085 \text{ Дж/(моль·К)}.$$

Зміну внутрішньої енергії газу знаходимо за формулою

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1),$$

де C_V – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі.

Для кисню $C_V = \frac{5}{2}R = 2{,}5 \cdot 8{,}31 = 20{,}775$ Дж/(моль·К).

Робота поширення газу в ізобарному процесі $A = p \cdot \Delta V$,

де $\Delta V = V_2 - V_1$ – зміна об'єму газу, яку можна знайти з рівняння Менделєєва–Клайперона.

В ізобарному процесі:

$$pV_1 = \frac{mRT_1}{M};$$

$$pV_2 = \frac{mRT_2}{M};$$

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1),$$

отже

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1).$$

Підставляючи числові значення у формули, одержуємо:

$$Q = \frac{0,16}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 29,085 \cdot (340 - 320) = 2908 \text{ Дж};$$

$$\Delta U = \frac{0,16}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 20,775 \cdot (340 - 320) = 2077,5 \text{ Дж};$$

$$A = \frac{0,16}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot (340 - 320) = 831 \text{ Дж}.$$

Задача 8 У циліндрі під поршнем знаходиться водень, який має масу 0,02 кг і початкову температуру 27°C. Водень спочатку розширився адіабатично, збільшивши свій об'єм у 5 разів, а потім був стиснений ізотермічно, завдяки чому об'єм зменшився у 5 разів. Знайти температуру в кінці адіабатичного розширення і роботу, здійснену газом. Відобразити процес графічно.

Дано: T_1 = 27°C = 300 К; M =$2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; m_2 = 0,02 кг; $\frac{V_2}{V_1} = 5; i = 5.$

Знайти: A, T_2.

Розв'язання. При адіабатному процесі температура та об'єм пов'язані співвідношенням

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1},$$

де $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ – відношення теплоємностей газу при сталому тиску та сталому об'ємі. Для водню γ = 1,4.

Звідси вираз для кінцевої температури T_2 буде

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} = 300\left(\frac{1}{5}\right)^{0,4} = 157 \text{ К}.$$

Роботу A_1 газу при адіабатному розширенні можна визначити за формулою

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_1 - T_2),$$

$$A_1 = \frac{0{,}02 \cdot 5 \cdot 8{,}31}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} (300 - 157) = 2{,}97 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Робота газу при ізотермічному процесі може бути записана у вигляді

$$A_2 = RT_2 \frac{m}{M} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

$$A_2 = 8{,}31 \cdot 157 \cdot \frac{0{,}02}{2 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{1}{5} = -2{,}10 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Знак « - » свідчить, що при стисненні газу робота здійснюється над газом зовнішніми силами. Повна робота, яку виконав газ, дорівнює

$$A = 2{,}97 \cdot 10^4 - 2{,}10 \cdot 10^4 = 8{,}7 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Графік процесу приведено на рисунку 2.1.

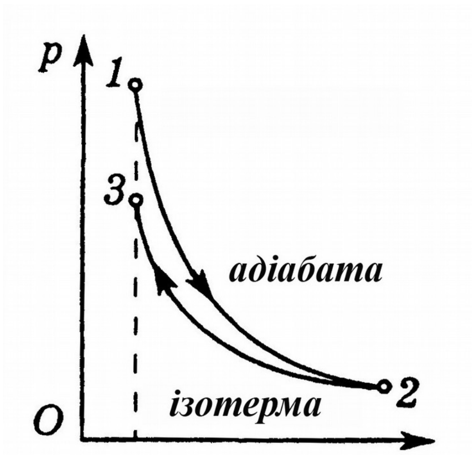

Рисунок 2.1 – Графік ізотермічного та адіабатного процесів

Задача 9 Ідеальна теплова машина, що працює за циклом Карно, виконує за один цикл роботу $1{,}5 \cdot 10^5$ Дж. Температура нагрівача 400 К, температура холодильника 260 К. Визначити ККД машини, кількість теплоти, одержану машиною за один цикл від нагрівача, і кількість теплоти, віддану за один цикл холодильнику.

Дано: T_1 = 400 К; T_2 = 260 К; $A = 1{,}5 \cdot 10^5$ Дж.

Знайти :η, Q_1, Q_2.

Розв'язання. ККД циклу Карно визначається формулою

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

З іншого боку, термічний ККД виражається формулою

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

де A – робота, виконана робочим тілом теплової машини;
Q_1 – теплота, одержана від нагрівача.

З цих виразів маємо

$$Q_1 = \frac{A}{\eta} = \frac{AT_1}{T_1 - T_2}.$$

Робота, виконана робочим тілом машини, визначається різницею одержаної від нагрівача теплоти Q_1 і відданої холодильнику теплоти Q_2

$$A = Q_1 - Q_2,$$

звідси

$$Q_2 = Q_1 - A$$

або

$$Q_2 = \frac{AT_1}{T_1 - T_2} - A = \frac{AT_2}{T_1 - T_2}.$$

Підставляючи числові значення, знаходимо

$$\eta = \frac{400 - 260}{400} = 0{,}35 = 35\%;$$

$$Q_1 = \frac{1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 400}{400 - 260} = 429 \text{ кДж};$$

$$Q_2 = \frac{1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 260}{400 - 260} = 279 \text{ кДж}.$$

2.6 Задачі до самостійного розв’язання

1 У балоні об’ємом 30 л знаходиться стиснуте повітря при температурі 17°C. Після того як частину повітря випустили, тиск знизився на 2 МПа. Визначити масу випущеного повітря, якщо температура залишилась сталою. Відповідь: 722 г.

2 Скільки молекул азоту знаходиться в посудині об’ємом 1 л, якщо середня квадратична швидкість руху молекул азоту 500 м/с, а тиск на стінки посудини 1 кПа? Відповідь: $2{,}58 \cdot 10^{20}$.

3 Визначити середню кількість зіткнень між молекулами повітря за 1 с у 1 см^3 при температурі 7°C, якщо густина повітря 0,05 кг/м^3.

Відповідь: $9{,}7 \cdot 10^{25}$ с$^{-1}$.

4 Визначити молярну масу газу, якщо питомі теплоємності дорівнюють: c_V = 650 Дж/(кг·К), c_p = 910 Дж/(кг·К). Чому дорівнюють молярні теплоємності C_V і C_p цього газу?

Відповідь: $32 \cdot 10^{-3}$кг/моль; 20,8 Дж/(моль·К); 29,1 (Дж/моль·К).

5 Визначити повну енергію молекул кисню масою 64 кг при температурі 47°C. Яка енергія обертального руху молекул кисню? Відповідь: 13,22 кДж; 5,32 кДж.

6 Азот масою 2 кг при температурі 17°С і тиску 10^5 Па стискують до тиску 1 МПа. Визначити роботу, витрачену на стиск, якщо газ стискують: 1) ізотермічно, 2) адіабатично. Відповідь: 396кДж; 400кДж.

7 При ізобарному розширенні повітря масою 1 кг його об'єм збільшився на 100 л. Знайти температуру і роботу повітря при розширенні, якщо початковий тиск 10^5 Па, а початкова температура 15°С. Відповідь: 50°С; 10,03 кДж.

8 Теплова машина працює за циклом Карно. Температура нагрівача 127°С, а холодильника 15°С. На скільки треба змінити температуру нагрівача (при незмінній температурі холодильника), щоб збільшити ККД машини в 2 рази? Відповідь: на 255 К.

9 У посудині об'ємом 1 л під тиском 1 МПа знаходиться кисень. Яку кількість теплоти необхідно надати газу для збільшення його об'єму в 2 рази при ізобарному розширенні і для збільшення його тиску в 2 рази при ізохорному процесі? Відповідь: 3,5 кДж; 2,5 кДж.

10 Вважаючи азот ідеальним газом, визначити його питомі теплоємності при ізохорному та ізобарному процесах.

Відповідь: 742 Дж/(кг·К); 1,04 Дж/(кг·К).

11 Температуру суміші азоту масою 28 г та кисню масою 32 г, що знаходиться у закритій посудині, змінили на 20°С.Визначити внутрішню енергію суміші. Відповідь: 0,831 кДж.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Детлаф А.А., Яворский В.М. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1989.

2 Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1982.
3 Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990.
4 Чертов А.Г. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1988.
5 Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями. – М.: Высшая школа, 1999.