

**ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ**

**Кафедра «Електротехніка та електричні машини»**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до самостійної роботи з дисципліни**

**«ЕЛЕКТРОТЕХНІКА»**

**для студентів заочної форми навчання зі спеціальності**

**«ЛОКОМОТИВИ»**

**Харків - 2011**

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Електротехніка та електричні машини” 11 червня 2010 р., протокол № 10.

Укладачі:

доценти А.А. Прилипко,  
О.М. Ананьєва

Рецензент

доц. О.С. Крашенінін

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи з дисципліни  
«ЕЛЕКТРОТЕХНІКА»  
для студентів заочної форми навчання зі спеціальності  
«ЛОКОМОТИВИ»

Відповідальний за випуск Прилипко А.А.

Редактор Решетилова В.В.

---

Підписано до друку 30.06.10 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 0,5. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,  
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Кафедра електротехніки та електричних машин

Методичні вказівки  
до самостійної роботи з дисципліни «Електротехніка» для студентів  
заочної форми навчання зі спеціальності «Локомотиви»

Харків 2011

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Електротехніка та електричні машини” 11 червня 2010 р., протокол № 10.

Укладачі:

доценти А.А. Прилипко,  
О.М. Ананьєва

Рецензент

доц. О.С. Крашенінін

## **Загальні вказівки до самостійної роботи**

Останніми роками, особливо, на початку 21 сторіччя, зросла роль електротехніки, електроніки, електрообладнання, електропостачання та електричних вимірювань на залізничному транспорті, а особливо в локомотивному господарстві. Для освоєння електричних та електронних підсистем студенти повинні одержати відповідну теоретичну підготовку.

При вивченні курсу «Електротехніка» студенти механічного факультету зі спеціальності «Локомотиви» отримують необхідні знання з основних методів розрахунку та фізичних процесів, з якими доводиться зустрічатись в електротехніці, електричних вимірюваннях та електроніці. Одним з основних видів занять з курсу «Електротехніка» є розв'язання задач на практичних заняттях. Пропоновані у методичних вказівках завдання відповідають новим навчальним програмам. Метою практичних занять є засвоєння студентами відповідних розділів курсу.

Студенти повинні завчасно готуватися до практичних занять згідно з планом. При необхідності їх кількість та тематика можуть бути відкориговані згідно з навчальним планом. Підготовка складається з вивчення відповідних розділів теоретичного курсу за конспектами лекцій та навчальною літературою. На практичних заняттях усім студентам необхідно мати калькулятор.

З кожної теми практичних занять надається приклад розв'язання типової задачі, а потім студенти самостійно розв'язують задачі.

# 1 Кола постійного струму

## 1.1 Короткий теоретичний матеріал

Електричний струм – це направлений рух електричних зарядів. Постійний струм – струм незмінний у часі. Упорядкований рух носіїв зарядів у провідниках забезпечується завдяки електричному полю, створеному в них джерелами електричної енергії. Джерела електричної енергії перетворюють хімічну, механічну та інші види енергії в електричну.

Електрична схема – зображення електричного кола за допомогою умовних знаків. При аналізі електричних кіл розглядають не кола з реальними елементами, а схеми заміщення. Електричним колом називається сукупність пристроїв та об'єктів, що утворюють шлях для електричного струму.

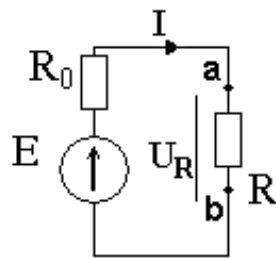


Рисунок 1.1 – Електричне коло постійного струму. Замкнутий контур

Співвідношення між струмом  $I$ , напругою  $U_R$  та опором  $R$  ділянки **ab** електричного кола (рисунок 1.1) виражається законом Ома

$$I = \frac{U}{R} . \quad (1.1)$$

У цьому випадку  $U_R = RI$  називають падінням напруги на резисторі  $R$ .

На практиці зустрічаються більш складні електричні кола, що містять кілька замкнутих контурів та кілька вузлів. Електричний стан таких електричних кіл визначається законами Кірхгофа:

$$\text{першим: } \sum_{k=1}^n I_k = 0 \text{ та другим: } \sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k R_k, \text{ або } \sum_{k=1}^n U = 0 .$$

У цих рівняннях розглядається алгебраїчна сума виразів, що стоять під знаком суми.

При підготовці до розв'язування задач студенти зобов'язані засвоїти такі підрозділи:

1 Основні елементи та параметри кола постійного струму. Закон Ома для ділянки кола.

2 Закон Ома для повного кола.

3 Використання закону Ома при розрахунку та аналізі електричних кіл.

4 Закони Кірхгофа для кіл постійного струму

5 Елементи електричного кола постійного струму. Вузол, вітка, контур.

6 Приклади використання законів Кірхгофа для розрахунку кіл постійного струму

7 Електричні кола постійного струму з послідовним сполученням кількох опорів. Основні співвідношення.

8 Електричні кола постійного струму з паралельним сполученням кількох опорів. Основні співвідношення.

9 Провідність. Застосування провідності при аналізі кіл з паралельним сполученням елементів.

10 Електричні кола постійного струму з мішаним сполученням кількох опорів. Основні співвідношення.

11 Метод еквівалентного опору для розрахунку кіл постійного струму.

12 Складні кола постійного струму. Розрахунок методом складання рівнянь за законами Кірхгофа.

13 Розрахунок кіл постійного струму методом контурних струмів.

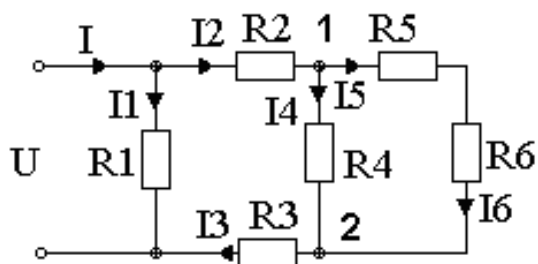
14 Розрахунок кіл постійного струму методом суперпозиції (накладання).

15 Основні закони електричних кіл постійного струму: закон Ома, закони Кірхгофа, закон Джоуля-Ленца.

16 Лінія передач постійного струму. Режим роботи.

17 Двопровідна лінія передачі енергії постійного струму. Умова виділення на навантаженні максимальної потужності.

## 1.2 Приклад розрахунку розгалуженого лінійного електричного кола постійного струму з одним джерелом електричної енергії



Дано (рисунок 1.2):

$$U = 140 \text{ В}; R_1 = 10 \text{ Ом}; \\ R_2 = 12 \text{ Ом}; R_3 = 8 \text{ Ом}; \\ R_4 = 6 \text{ Ом}; R_5 = 13 \text{ Ом}; \\ R_6 = 9 \text{ Ом}.$$

Рисунок 1.2 – Розгалужене електричне коло постійного струму з одним джерелом електричної енергії

Знайти: струми приймачів.  
Записати баланс потужностей.

Знайдемо еквівалентний опір

$$1) R_{56} = R_5 + R_6; R_{56} = 22 \text{ Ом}; 2) R_{456} = \frac{R_4 \cdot R_{56}}{R_4 + R_{56}}; R_{456} = 4.714 \text{ Ом}; \\ 3) R_{23456} = R_2 + R_3 + R_{456}; R_{23456} = 24,714 \text{ Ом}; 4) R_{ек} = \frac{R_1 \cdot R_{23456}}{R_1 + R_{23456}}; \\ R_{ек} = 7,119 \text{ Ом}.$$

За законом Ома знайдемо струм джерела

$$I = \frac{U}{R_{ек}}; \quad I = 19,665 \text{ А},$$

а також струм

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_1 = 14 \text{ А}.$$

За першим законом Кірхгофа знаходимо

$$I_2 = I_3 = I - I_1; \quad I_2 = I_3 = 5,665 \text{ А}.$$



Знаходимо падіння напруги

$$U_{12} = I_2 R_{456}; \quad U_{12} = 26,705 \text{ В.}$$

За законом Ома,

$$I_4 = \frac{U_{12}}{R_4}; \quad I_4 = 4,451 \text{ А.}$$

А далі знаходимо

$$I_5 = I_6 = I_2 - I_4; \quad I_5 = I_6 = 1,214 \text{ А.}$$

Баланс потужностей

$$P_{дж} = UI; \quad P_{дж} = 2753,06 \text{ Вт};$$

$$P_{сп} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6;$$

$$P_{сп} = 2753,06 \text{ Вт.}$$

Струми знайдені правильно.

### 1.3 Задачі для розв'язування на практичних заняттях

#### 1.3.1 Визначити показання вольметра (рисунок 1.3).

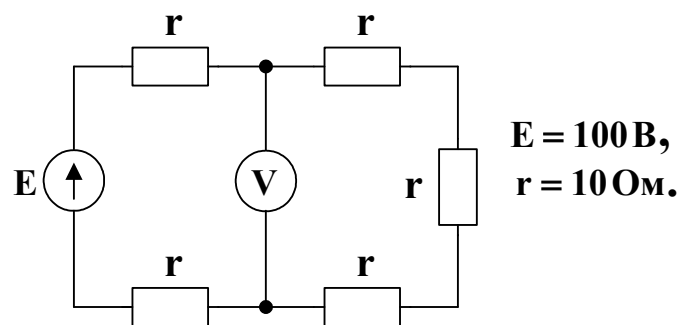
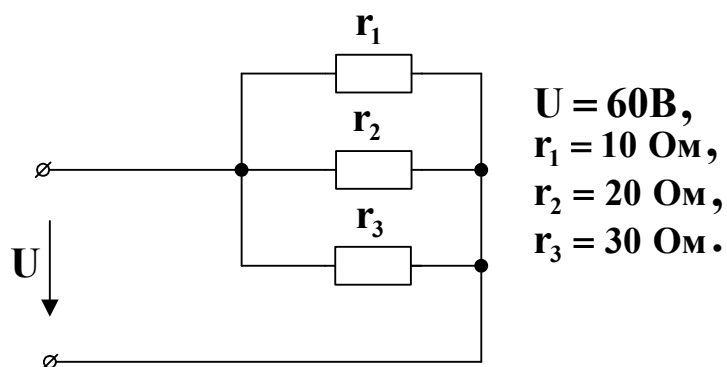


Рисунок 1.3

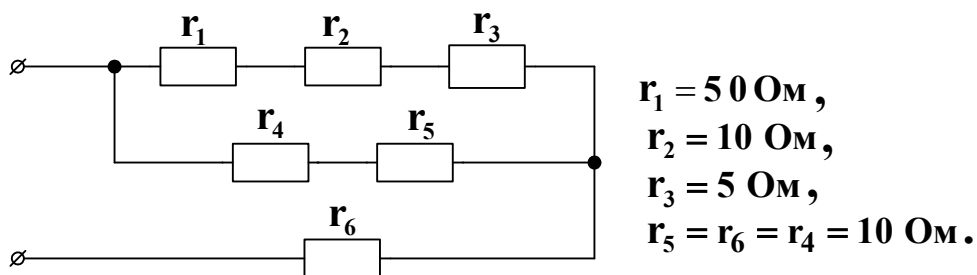
1.3.2 Визначити усі струми (рисунок 1.4).



$U = 60\text{В},$   
 $r_1 = 10\ \text{Ом},$   
 $r_2 = 20\ \text{Ом},$   
 $r_3 = 30\ \text{Ом}.$

Рисунок 1.4

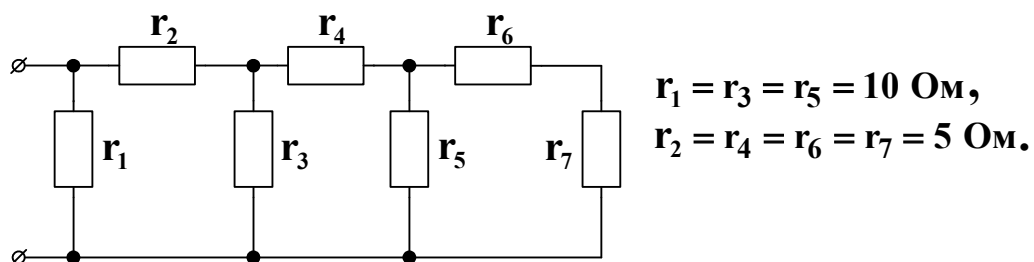
1.3.3 Визначити вхідний опір (рисунок 1.5).



$r_1 = 50\ \text{Ом},$   
 $r_2 = 10\ \text{Ом},$   
 $r_3 = 5\ \text{Ом},$   
 $r_5 = r_6 = r_4 = 10\ \text{Ом}.$

Рисунок 1.5

1.3.4 Визначити вхідний опір (рисунок 1.6).



$r_1 = r_3 = r_5 = 10\ \text{Ом},$   
 $r_2 = r_4 = r_6 = r_7 = 5\ \text{Ом}.$

Рисунок 1.6

1.3.5 Визначити вхідний опір (рисунок 1.7).

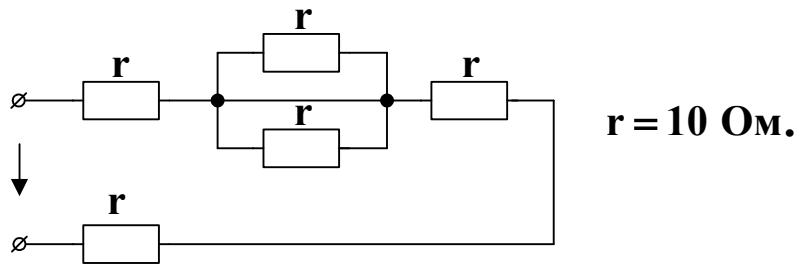


Рисунок 1.7

1.3.6 Як зміниться струм  $I$  при замиканні ключа  $K$  (рисунок 1.8)?

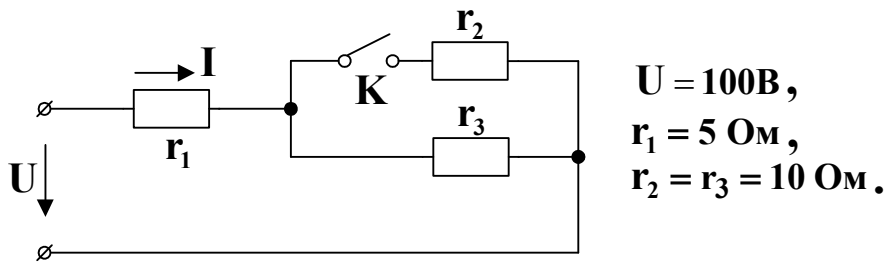


Рисунок 1.8

1.3.7 Визначити напругу  $U_{ab}$  (рисунок 1.9).

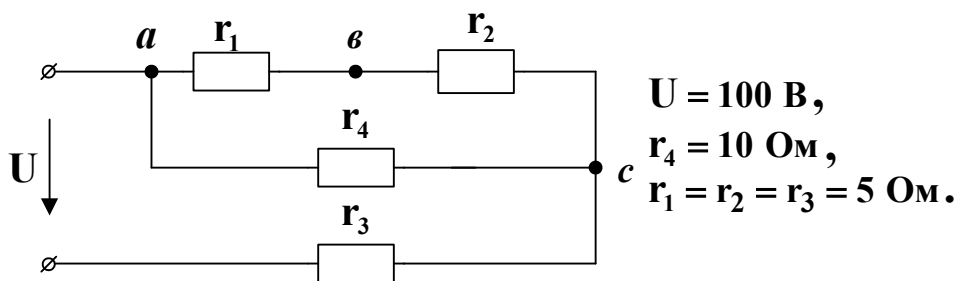


Рисунок 1.9

1.3.8 Визначити усі струми (рисунок 1.10).

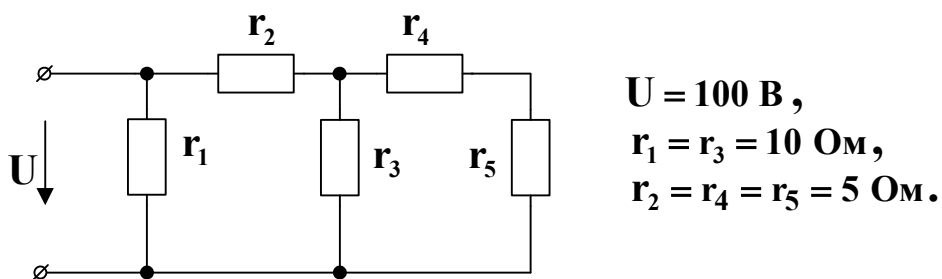


Рисунок 1.10

1.3.9 Визначити потужність, яка витрачається колом (рисунок 1.11).

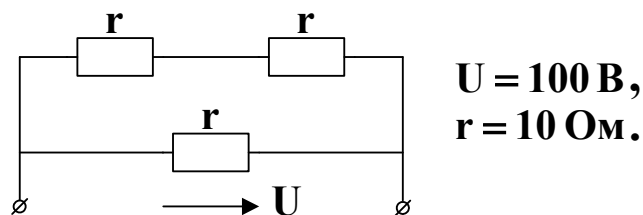


Рисунок 1.11

1.3.10 Визначити показання амперметра (рисунок 1.12).

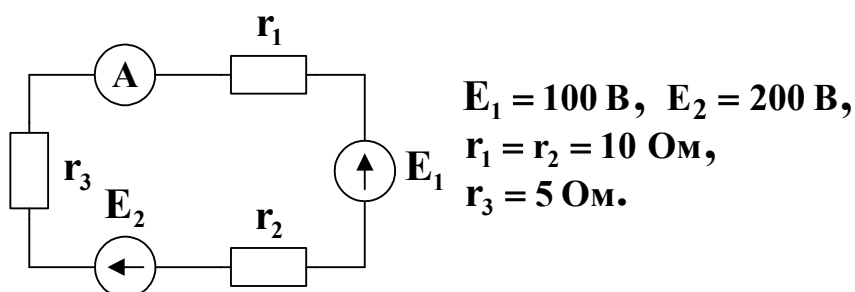


Рисунок 1.12

1.3.11 Скласти рівняння для розв'язання задачі за законами Кірхгофа, за методом контурних струмів, вузлової напруги (рисунок 1.13).

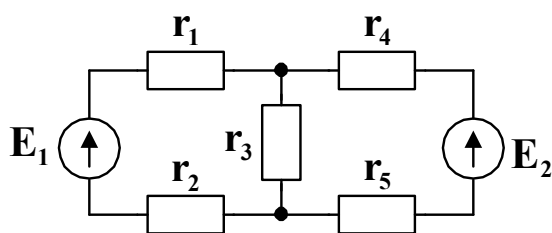


Рисунок 1.13

1.3.12 Для заданого кола скласти рівняння балансу потужності (рисунок 1.14).

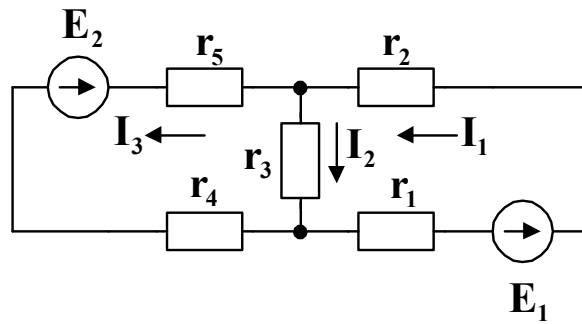


Рисунок 1.14

1.3.13 Двопровідна лінія постійного струму живиться від джерела потужністю  $P_{дж.}=2,5$  кВт. Струм споживання  $I=12$  А, опір лінії  $R_{л}=2$  Ом.

Визначити потужність навантаження  $P_{нав.}$ , втрати напруги  $\Delta U$  та ККД лінії (рисунок 1.15).

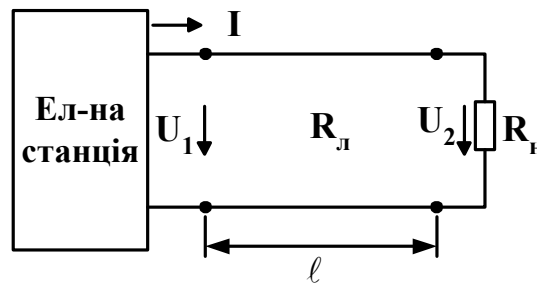


Рисунок 1.15

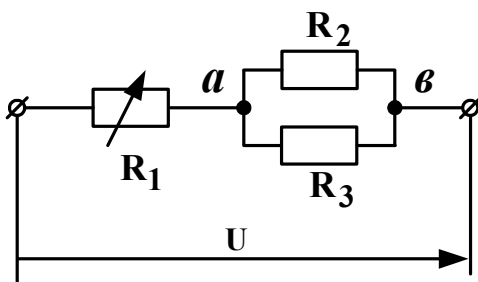


Рисунок 1.16

1.3.14 Як зміниться напруга на ділянках кола при збільшенні  $R_1$  ( $U=\text{const}$ ) (рисунок 1.16)?

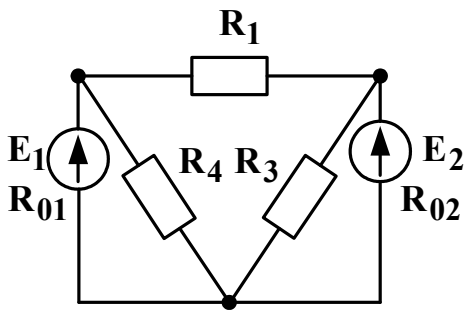


Рисунок 1.17

1.3.15 Записати рівняння, які необхідні для визначення струмів у вітках методом контурних струмів. Знайти дійсні струми у вітках через контурні, якщо  $E_1=10\text{В}$ ,  $E_2=8\text{В}$ ,  $R_{01}=R_{02}=5\text{ Ом}$ ,  $R_1=R_3=30\text{ Ом}$ ,  $R_4=40\text{ Ом}$  (рисунок 1.17).

1.3.16 Напруга на затискачах джерела при холостому ході  $U_{\text{хх}}=250\text{ В}$ . Напруга на тих самих затискачах при навантаженому джерелі  $U=242\text{ В}$ . Внутрішній опір джерела  $R_0=2,5\text{ Ом}$ . Визначити струм, опір навантаження  $R$  та потужність, яку віддає джерело.

1.3.17 Послідовно включено три резистори  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , потужність, яку споживає коло  $P=25\text{ Вт}$  при струмі навантаження  $I=0,2\text{ А}$ . На ділянці кола, де включені резистори  $R_1$ ,  $R_2$ , падіння напруги  $U_{12}=55\text{ В}$ . Опір резистора  $R_1=130\text{ Ом}$ . Визначити  $R_2$ ,  $R_3$  та напругу на вході кола.

1.18 Джерело напруги має ЕРС  $E=4,5\text{ В}$  та струм короткого замикання  $I_{\text{кз}}=3,6\text{ А}$ . Джерело навантажене на резистор з опором  $R=5\text{ Ом}$ . Визначити внутрішній опір джерела, струм навантаження та падіння напруги на джерелі.

## 2. Аналіз електричного стану лінійних електричних кіл синусоїдального струму

### 2.1 Короткий теоретичний матеріал

Символічний метод дає змогу замінити геометричні дії над векторами на алгебраїчні. При цьому розрахунок кіл змінного струму роблять таким же чином, як постійного. Також цей метод називають методом комплексних величин, тому що наприклад вектор  $\underline{E}$  (ЕРС джерела) розглядається як величина комплексна (рисунок 2.1). Цей вектор розкладається на складові  $\mathbf{a}$  – дійсне число,  $\mathbf{j}\mathbf{b}$  – уявне число. Уявне число є добуток дійсного числа  $\mathbf{b}$

на уявну одиницю  $\mathbf{j}$ , де  $\mathbf{j} = \sqrt{-1}$ . Тоді записуємо, що  $\underline{\mathbf{E}} = \mathbf{a} + \mathbf{j}\mathbf{b}$ . Це алгебраїчна форма запису комплексної величини.

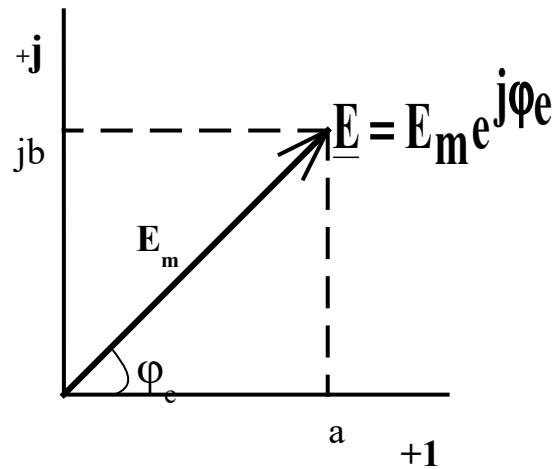


Рисунок 2.1

Якщо записати миттєве значення ЕРС таким чином:

$$e_M = E_m \sin(\omega t + \phi_e),$$

де  $e_M$  – миттєве значення ЕРС;

$\omega$  – кутова частота;

$E_m$  – амплітудне значення ЕРС;

$\phi_e$  – початкова фаза,

тоді комплексне значення ЕРС має такий вигляд:  $\underline{\mathbf{E}} = E_m e^{j\phi_e}$  (показникова форма запису).

Аналогічним чином миттєве значення струму  $i = I_m \sin(\omega \cdot t + \phi_i)$  записується в такому вигляді:  $\underline{\mathbf{I}} = I_m e^{j\phi_i}$ , а напруги –  $u = U_m \sin(\omega \cdot t + \phi_u)$  таким чином:  $\underline{\mathbf{U}} = U_m e^{j\phi_u}$ .

Кожному вектору на комплексній площині відповідає певне комплексне число, яке може бути записане в показниковій або алгебраїчній формі. Перехід від показникової до алгебраїчної форми запису здійснюється за формулою (2.1)

$$E_m e^{j\phi_e} = E_m \cos(\phi_e) + j E_m \sin(\phi_e) = \mathbf{a} + \mathbf{j}\mathbf{b} \quad (2.1).$$

Щоб перейти навпаки від алгебраїчної до показникової форми, потрібно спочатку знайти амплітуду  $E_m = \sqrt{a^2 + b^2}$ , а потім початкову фазу  $\varphi_e = \arctg \frac{b}{a}$ .

При послідовному з'єднанні елементів (рисунок 2.2) вектор напруги  $\underline{U}$  на затискачах кола дорівнює геометричній сумі векторів напруг окремих ділянок кола

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C. \quad (2.2)$$



Рисунок 2.2

Із формули 2.2 будують трикутник напруг (див. рисунок 2.3, а). Модулі векторів напруг, що входять у цей вираз, визначаються за такими формулами:

$U_R = IR$  – діюча напруга на активному опорі, що збігається за фазою зі струмом;

$U_L = IX_L$  – діюча напруга на індуктивному опорі, що випереджає струм за фазою на кут  $\pi/2$ ;

$U_C = IX_{CL}$  – діюча напруга на ємнісному опорі, що відстає від струму за фазою на кут  $\pi/2$ .

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{U_a^2 + U_p^2},$$

де  $U_a = IR$  – активна складова напруги;

$U_p = U_L - U_C = I(X_L - X_C)$  – реактивна складова напруги.

Повний опір при послідовному сполученні має такий вигляд:  $\underline{Z} = R + (jX_L - jX_C)$ . Де  $X_L = \omega L$ ,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ . Для цієї величини будують трикутник опорів (див. рисунок 2.3, б).

Струм при такому з'єднанні, за законом Ома, дорівнює такій величині:  $I = \frac{U}{Z}$ .



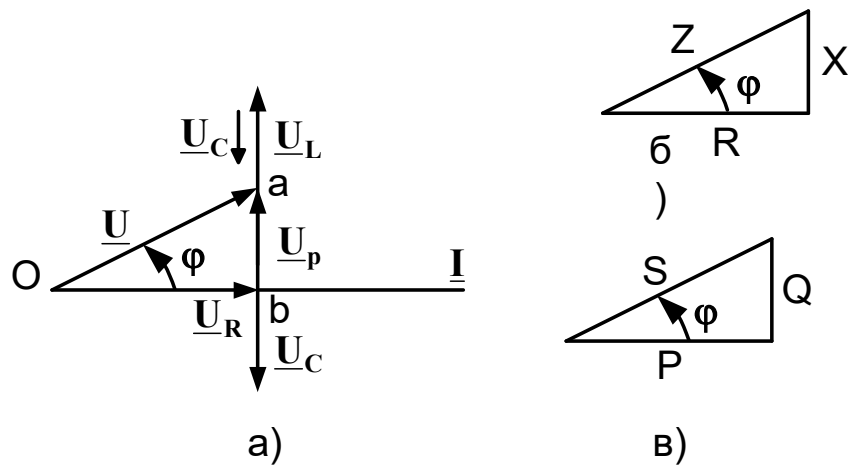


Рисунок 2.3

Помноживши сторони трикутника напруг на струм, одержимо трикутник потужностей (рисунок 2.3, в). З трикутника потужностей маємо

$$P = U_R I = UI \cos \varphi = I^2 R \text{ – активна потужність кола, Вт;}$$

$$Q = Q_L - Q_C = U_P I = UI \sin \varphi = I^2 X \text{ – реактивна потужність кола, вар;}$$

$$S = UI = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ – повна потужність кола, ВА.}$$

При перемноженні або діленні комплексних величин застосовують показникову форму запису:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U \cdot e^{j\varphi_U}}{|Z| \cdot e^{j\varphi}} = \frac{U}{|Z|} \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi)};$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}'' = U \cdot e^{-j\varphi_1} = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_1)},$$

де  $\underline{S}$  – повна потужність кола у символічній формі;

$\underline{I}''$  – спряжений комплекс діючого значення струму.

Для того щоб скласти або відняти, застосовують алгебраїчну форму запису. Якщо  $\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C1} = 3 - j12 \text{ Ом}$  та  $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = 4 - j10 \text{ Ом}$ , тоді  $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 7 - j22 \text{ Ом}$ .

При паралельному з'єднанні елементів (див. рисунок 2.4)

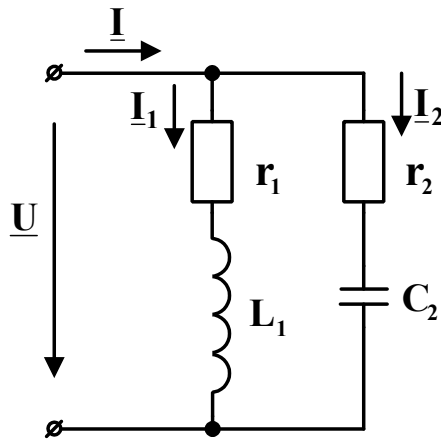


Рисунок 2.4 – Паралельне з'єднання елементів

знаходимо повний опір наступним чином. Спочатку записуємо, чому дорівнює  $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1}$  та  $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2}$ , а потім еквівалентний опір кола  $\underline{Z}_E = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$ .

При підготовці до розв'язування задач студенти зобов'язані засвоїти такі підрозділи:

- 1 Електричні кола однофазного змінного струму.
- 2 Галузі застосування змінного струму в промисловості та транспорті. Одержання змінного струму.
- 3 Основні параметри миттєвих значень ЕРС та струму: амплітуда, частота, період, зсув фаз, діюче значення.
- 4 Одержання змінного струму. Діюче, миттєве, середнє та амплітудне значення синусоїдних величин.
- 5 Коло змінного струму з активним опором. Основні співвідношення та векторні діаграми.
- 6 Коло змінного струму з індуктивним опором. Основні співвідношення та векторні діаграми.
- 7 Коло змінного струму з ємнісним опором. Основні співвідношення та векторні діаграми.
- 8 Комплексний спосіб розрахунку кіл синусоїдного струму. Зображення синусоїдних струмів та напруг векторами на комплексній площині.
- 9 Закони Кірхгофа в символічній формі запису.
- 10 Індуктивний елемент. Чим відрізняються поняття: чиста індуктивність та реальна котушка індуктивності? Векторна діаграма.

11 Коло з активним опором  $R$  та індуктивністю  $L$ . Основні співвідношення та векторна діаграма для кола, що містить котушку.

12 Паралельне з'єднання  $R, L, C$ . Резонанс струмів, основні співвідношення та векторні діаграми.

13 Коло змінного струму з послідовним з'єднанням  $R, L, C$ . Основні співвідношення та векторні діаграми. Резонанс напруг.

14 Активна, реактивна та повна потужність у колі змінного струму.

15 Послідовне з'єднання  $R, L, C$ . Трикутники опорів, напруг та потужності.

## 2.2 Приклад розрахунку електричних схем змінного струму з застосуванням символічного методу

### Приклад 2.2.1

Дано:

$$U_m = 141,421 \text{ В}$$

$$\varphi = -45$$

$$R_1 = 3 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 4 \text{ Ом}$$

$$X_{C1} = 9 \text{ Ом}$$

$$X_{C2} = 7 \text{ Ом}$$

Знайти:

показання приладів; закон зміни струму в колі; закон зміни напруги в колі; побудувати векторну діаграму. Розрахунки проводити символічним методом.

Схема для розрахунку (рисунок 2.5).

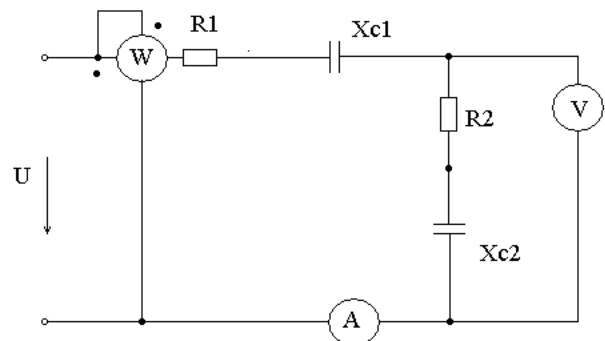


Рисунок 2.5

### Розв'язання

Комплексні опори:

$$Z_1 = R_1 - jX_{C1} = 3 - j9 = 9,487e^{-j71,565} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = 4 - j7 = 8,062e^{-j60,255} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 7 - j16 = 17,464e^{-j66,371} \text{ Ом};$$

$$\varphi = \text{Arg}(\underline{Z}) = -66,371;$$

$$\underline{U}_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В.}$$

Комплекс напруги на вході

$$\underline{U} = 100 \cdot e^{-j45} \text{ В.}$$

Знаходимо комплекс струму за законом Ома

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = 5,726 \cdot e^{j21,371} \text{ А.}$$

Знаходимо активну потужність

$$P = U I \cos(\varphi) = 229,507 \text{ Вт.}$$

Показання приладів:

- амперметра **5,726А**;
- вольтметра **100В**;
- ватметра **229,507Вт**.

Закон зміни струму

$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 8,098 \text{ А} \quad \varphi_I = 21,371; \text{ тоді } i(t) = 8,098 \sin(\omega t + 21,371) \text{ А.}$$

Закон зміни напруги  $u(t) = 141,421 \sin(\omega t - 45) \text{ В.}$

Будуємо векторну діаграму (рисунок 2.6):

$$\underline{U} = 100 \cdot e^{-j45} \text{ В} \quad \underline{I} = 5,726 \cdot e^{j21,371} \text{ А}; \quad \underline{U}_{R1} = \underline{I} \cdot R_1 = 17,178 \cdot e^{j21,371} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R2} = \underline{I} \cdot R_2 = 22,904 \cdot e^{j21,371} \text{ В}; \quad \underline{U}_{C1} = \underline{I} \cdot (-jX_{C1}) = 51,534 \cdot e^{-j68,629} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{C2} = \underline{I} \cdot (-jX_{C2}) = 40,082 \cdot e^{-j68,629} \text{ В}; \quad \underline{U}_I = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C1} = 54,321 \cdot e^{-j50,194} \text{ В.}$$

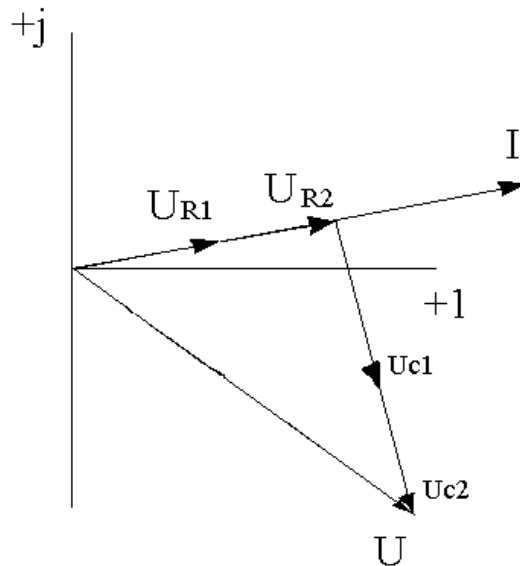
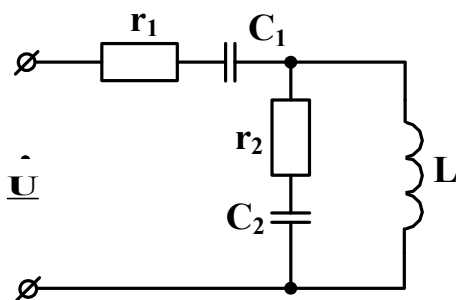


Рисунок 2.6 – Векторна діаграма

### 2.3 Задачі для самостійного розв’язування

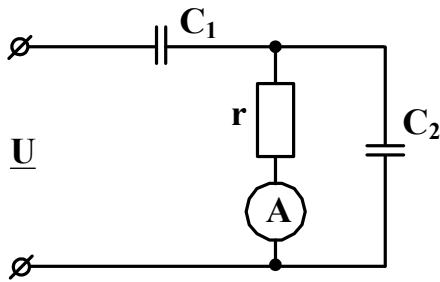
**Задача 2.3.1** Для кола (рисунок 2.7) синусоїдального струму задано параметри включених до нього елементів і діючі значення напруги на його затискачах, частота живильної напруги дорівнює  $f = 50$  Гц. Визначити діючі значення струмів у вітках і в нерозгалуженій частині кола комплексним методом.



$\underline{U} = 220$  В;  $r_1 = 6$  Ом;  $C_1 = 900$  мкФ;  
 $r_2 = 4$  Ом;  $C_2 = 900$  мкФ;  
 $L = 20$  мГн.  
 $\underline{U}$

Рисунок 2.7

**Задача 2.3.2** За заданими параметрами елементів і діючим значенням напруги на вході визначити струми комплексним методом у вітках і в нерозгалуженій частині кола поданого на рисунку 2.8. Побудувати векторну діаграму.



$$\underline{U} = 127 \text{ В}; \quad f = 50 \text{ Гц}; \quad r = 10 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 700 \text{ мкФ}; \quad C_2 = 3500 \text{ мкФ}.$$

Рисунок 2.8

## 2.4 Аналіз електричного стану трифазних кіл синусоїдного струму

### Короткий теоретичний матеріал

Трифазне коло є сукупністю трьох електричних кіл, в яких діють синусоїдні ЕДС однакові за частотою та амплітудою, що створюються спільним джерелом, зсунуті за фазою одна відносно одної на  $120^\circ$ . Трифазне коло складається з трифазного генератора, проводів для сполучення і приймачів або навантаження, які можуть бути однофазними або трифазними. Трифазний генератор є синхронною машиною. На статорі генератора розміщена обмотка, що складається з трьох частин або фаз, просторово зміщених одна відносно одної на  $120^\circ$ . У фазах генератора індукується симетрична трифазна система ЕДС, в якій електрорушійні сили однакові за амплітудою та розрізняються за фазою на  $120^\circ$ . Запишемо миттєві значення та комплекси діючих ЕДС.

$$e_A = E_m \cdot \sin \omega t, \quad e_B = E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ),$$

$$e_C = E_m \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ).$$

$$\underline{E}_{mA} = E_m e^{j0^\circ}, \quad \underline{E}_{mB} = E_m e^{-j120^\circ}, \quad \underline{E}_{mC} = E_m e^{-j240^\circ} = E_m e^{j120^\circ}.$$

Сума електрорушійних сил симетричної трифазної системи у будь-який момент часу дорівнює нулю

$$e_A + e_B + e_C = 0, \quad \underline{E}_{mA} + \underline{E}_{mB} + \underline{E}_{mC} = 0.$$

Зі схеми на рисунку 2.9 видно, що при з'єднанні приймача “зіркою” фазні та лінійні струми рівні між собою. При

симетричному навантаженні струми у фазах рівні та зсунуті на той самий кут по відношенню до відповідних фазних напруг.

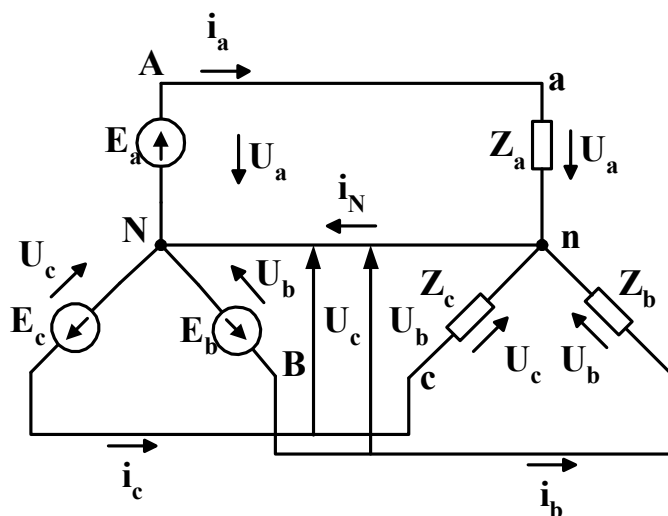


Рисунок 2.9

Векторна діаграма напруги та струмів при симетричному навантаженні зображена на рисунку 2.10.

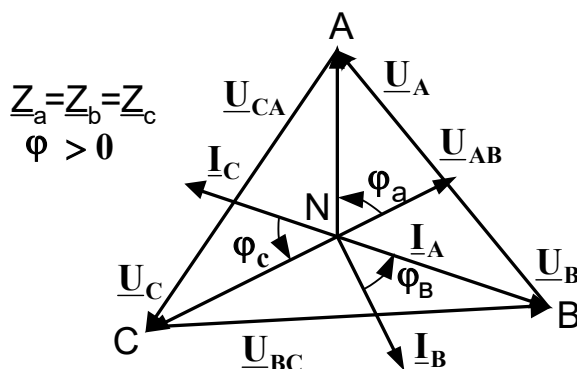


Рисунок 2.10

З діаграми видно, що  $\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$ , тобто при симетричному навантаженні струм у нейтральному проводі дорівнює нулю та необхідність у цьому проводі відпадає. При з'єднанні “зіркою” трифазних приймачів

$$U_\phi = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}} \quad \text{та} \quad I_\phi = I_\Delta.$$

При несиметричному навантаженні (див. рисунок 2.11), завдяки нейтральному проводу, напруги на кожній з фаз

приймача будуть незмінними та рівними відповідним фазним напругам джерела живлення як за величиною, так і за фазою.

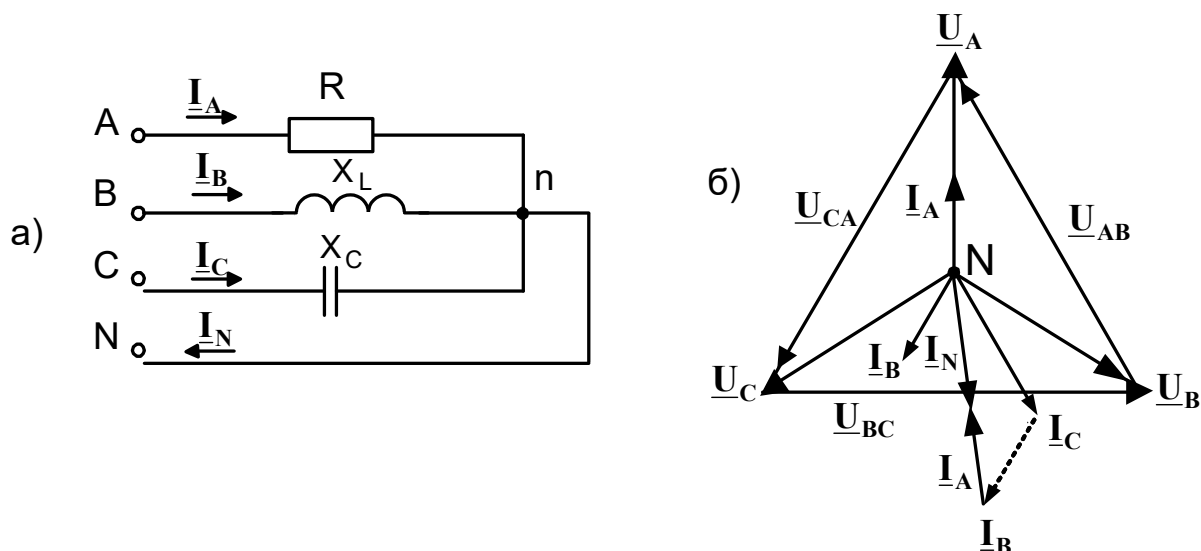


Рисунок 2.11 – Схема ввімкнення несиметричного приймача (а), векторна діаграма напруги та струмів (б)

При цьому струми у фазах будуть різними та через нейтральний провід буде протікати струм  $I_N \neq 0$ . Отже, нейтральний провід забезпечує симетрію фазних напруг приймача при несиметричних приймачах  $I_N = I_A + I_B + I_C$ .

Очевидно, що струми в кожній з фаз можна визначити за формулами, що раніше наводилися, наприклад,  $I_A = U_A / Z_A$ .

У випадку обриву нейтрального проводу та несиметричному навантаженні між нейтральними точками генератора та приймача виникає напруга зсуву нейтралі  $U_{nN}$ , що викликає перекіс фазних напруг на приймачах. Тому в нейтральний провід не вмикають ані плавкі запобіжники, ані рубильники, ані вимикачі.

Для визначення  $U_{nN}$  можна користуватися формулою вузлової напруги

$$U_{nN} = \frac{U_A Y_A + U_B Y_B + U_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C},$$

де  $Y_A, Y_B, Y_C$  – комплексні провідності фаз навантаження.

$$Y_A = \frac{1}{Z_A}, \quad Y_B = \frac{1}{Z_B}, \quad Y_C = \frac{1}{Z_C}.$$



Знаючи  $\underline{U}_{nN}$ , можна визначити фазні напруги приймачів та розрахувати струми, які протікають через них.

Фазні напруги та струми приймачів будуть відповідно такими:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN}; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN}; \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} ,$$

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_A} = \underline{U}_a \underline{Y}_A; \quad \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_B} = \underline{U}_b \underline{Y}_B; \quad \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_C} = \underline{U}_c \underline{Y}_C.$$

За відомими  $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c, \underline{U}_{nN}$  та  $\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c$  можна побудувати векторну діаграму напруги та струмів для цього випадку (рисунок 2.12).

Векторна діаграма побудована у випадку активного несиметричного навантаження.

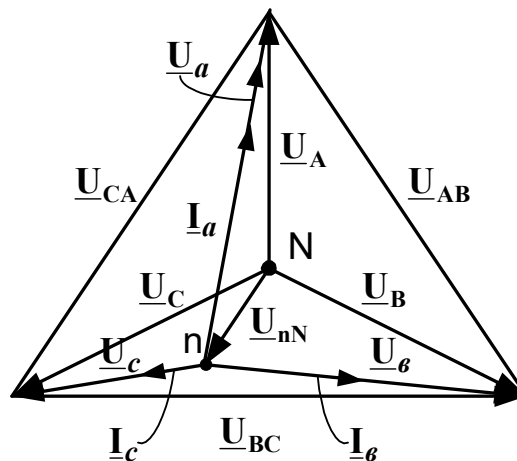


Рисунок 2.12 – Векторна діаграма при зсуві нейтралі

При з'єднанні споживачів трикутником (див. рисунок 2.13) кожен споживач вмикається між двома відповідними лінійними проводами, внаслідок чого перебуває під лінійною напругою генератора, яка одночасно є фазовою напругою споживача  $U_\phi = U_L$ . Фазні струми при з'єднанні споживачів трикутником позначаються двома індексами:  $I_{AX}, I_{BY}, I_{CZ}$  або  $I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}$ . Струм фазний та кут зсуву між фазовим струмом та фазовою напругою визначаються за формулами

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB}, \quad \underline{I}_{BC} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC}, \quad \underline{I}_{CA} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA},$$

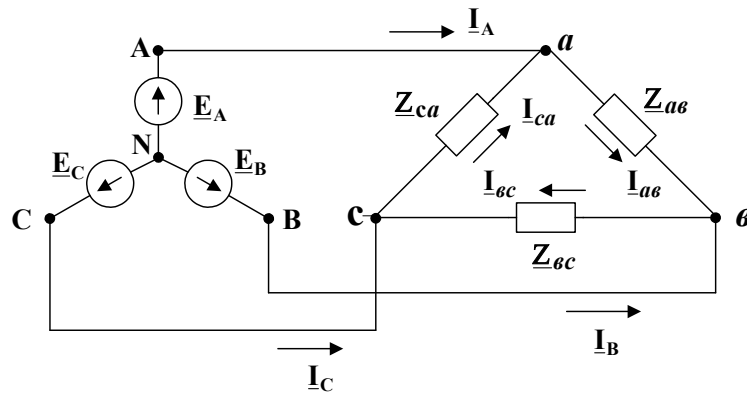


Рисунок 2.13 – Схема з'єднання споживачів “трикутником”

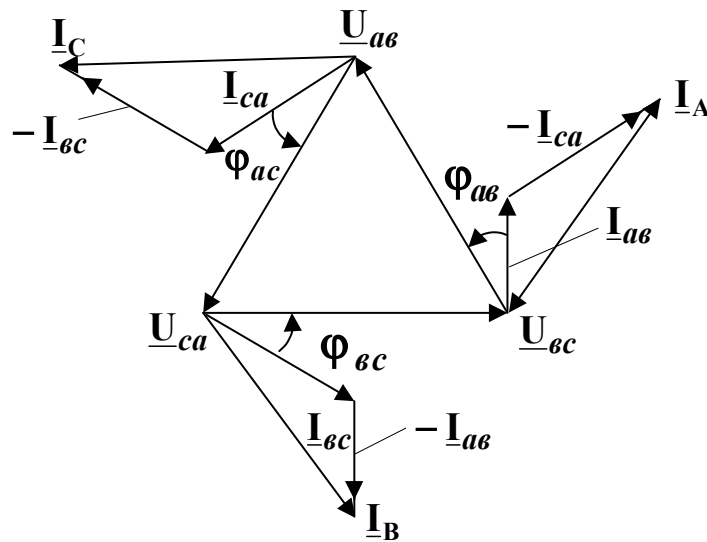


Рисунок 2.14 – Векторна діаграма при з'єднанні споживачів “трикутником”

тобто  $\underline{I}_\phi = \underline{U}_\phi / \underline{Z}_\phi$ ,  $\varphi_\phi = \arctg X_\phi / Z_\phi$ .

Лінійні струми  $\underline{I}_A$ ,  $\underline{I}_B$ ,  $\underline{I}_C$ , згідно з законом Кірхгофа, для вузлів **A**, **B**, **C** в загальному випадку дорівнюють геометричній різниці відповідних фазних струмів

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}.$$

Коли навантаження рівномірне, лінійні струми будуть однаковими між собою за величиною та більші від фазових у  $\sqrt{3}$  разів.

$$\underline{I}_L = \sqrt{3} \underline{I}_\phi.$$

Векторна діаграма напруги та струмів при з'єднанні споживачів “трикутником” зображена на рисунку 2.14.

При підготовці до розв'язування задач студенти зобов'язані засвоїти такі підрозділи:

1 Класифікація підключення обмоток генератора трифазної ЕРС.

2 Трифазні кола. Основні поняття. Співвідношення між лінійними та фазними величинами при з'єднанні “трикутником”.

3 Трифазна напруга. Сполучення приймачів “трикутником”, основні співвідношення та векторна діаграма.

4 Трифазна напруга. Сполучення приймачів “зіркою”, основні співвідношення та векторна діаграма.

5 Потужність трифазних систем. Коефіцієнт потужності та його техніко-економічне значення.

6 Коефіцієнт потужності та його техніко-економічне значення.

7 Симетричне навантаження в трифазних колах. Векторна діаграма.

8 Перекіс фаз. Несиметричне навантаження в трифазних колах. Векторна діаграма.

9 Фазні та лінійні напруги. Місце вимірювання цих напруг за допомогою вольтметра.

## **2.8 Приклад розрахунку трифазного кола, з'єданого за схемою “зірка”**

### **Приклад 2.8.1**

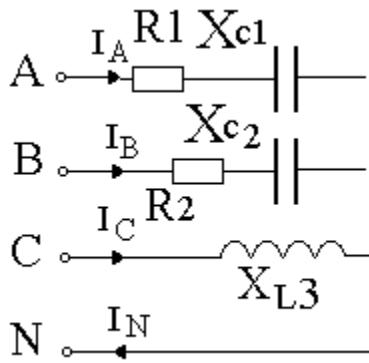
Дано:

$$U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 7 \text{ Ом}$$

$$X_{C1} = 7 \text{ Ом}$$



$$X_{C2} = 5 \text{ Ом}$$

$$X_{L3} = 9 \text{ Ом}$$

Знайти: струми в фазах та в нейтральному проводі (див. рисунок 2.15); показання приладів; потужність трифазної системи. Побудувати векторну діаграму.

Рисунок 2.16 – Схема для розрахунку

**Розв'язання.** Фазна напруга  $U_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}$ .

Фазна напруга джерела. У кожній фазі напруга має однакову амплітуду, але різний зсув фаз, що відрізняється один від одного на 120 градусів:

$$\underline{U}_A = U_{\phi} = 127 \text{ В};$$

$$\underline{U}_B = U_{\phi} e^{-120j} = 127 e^{-120j} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = U_{\phi} e^{120j} = 127 e^{120j} \text{ В}.$$

Фазні опори кола:

$$\underline{Z}_A = R_1 - jX_{C1} = 4 - j7 = 8 e^{-j60} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = R_2 - jX_{C2} = 7 - j5 = 8,6 e^{-j35} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = X_{L3} = 9 e^{j90} \text{ Ом}.$$

Визначимо фазні струми:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = 15,7 e^{j60} \text{ А}; \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = 14,8 e^{-j84} \text{ А}; \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = 14,1 e^{j30} \text{ А}.$$

Струм в нейтральному проводі

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 22,3 e^{j15,7} \text{ А}.$$

Визначимо, що показують амперметри:

$$I_{A1} = 15,7 \text{ А};$$

$$I_{A2} = 14,8 \text{ А};$$

$$I_{A3} = 14,1 \text{ A};$$

$$I_{A4} = 22,3 \text{ A}.$$

Знаходимо активну та реактивну потужності:  
активна потужність:

$$P_a = I_a U_a \cos(\varphi_a); \quad P_b = I_b U_b \cos(\varphi_b); \quad P_c = I_c U_c \cos(\varphi_c);$$

$$P_a = 992,8 \text{ Вт}; \quad P_b = 1526 \text{ Вт}; \quad P_c = 0 \text{ Вт}; \quad P = P_a + P_b + P_c = 2519 \text{ Вт};$$

реактивна потужність:

$$Q_a = I_a U_a \sin(\varphi_a); \quad Q_b = I_b U_b \sin(\varphi_b); \quad Q_c = I_c U_c \sin(\varphi_c);$$

$$Q_a = -1737 \text{ ВАР}; \quad Q_b = 1090 \text{ ВАР}; \quad Q_c = 1793 \text{ ВАР};$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = -1035 \text{ ВАР};$$

повна потужність системи:

$$S = P + jQ = 2519 - j 1035 \text{ ВА};$$

Побудуємо векторну діаграму напруг разом з векторами струмів (рисунок 2.16).

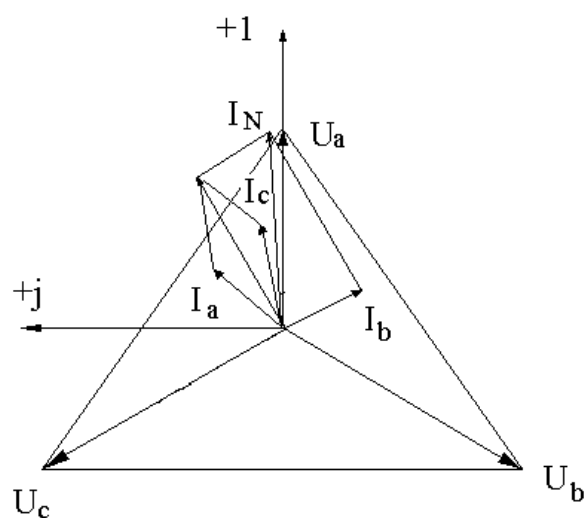
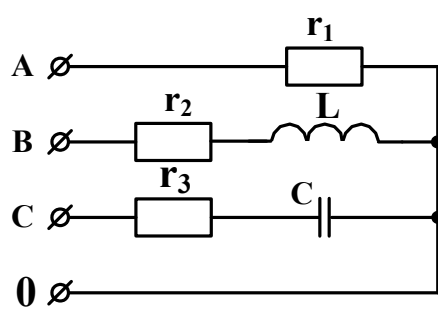


Рисунок 2.16 – Векторна діаграма

## 2.9 Задачі для самостійного розв'язування

**Задача 2.9.1** До трифазного джерела з лінійною напругою  $U_L$  підключено коло (див. рисунок 2.17). Визначити струми в лінійних і нейтральному проводах. Побудувати векторну діаграму.

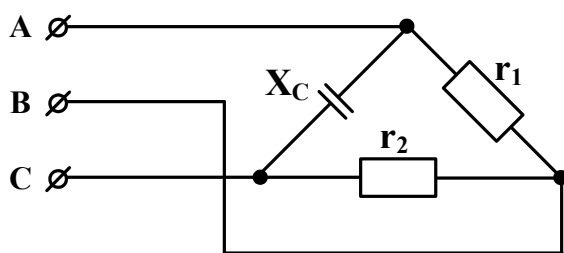


**Дано:**

$f = 50$  Гц;  $U_L = 220$  В;  $r_1 = 6$  Ом;  
 $r_2 = 6$  Ом;  $L = 10$  мГн;  $r_3 = 3$  Ом;  
 $C = 5$  мкФ.

Рисунок 2.17 – Схема для розрахунку

**Задача 2.9.2** До трифазного джерела з лінійною напругою  $U_L$  підключено коло (див. рисунок 2.18). Визначити лінійні і фазні струми. Побудувати векторну діаграму.



**Дано:**

$U_L = 127$  В;  $f = 50$  Гц;  
 $X_C = 7$  Ом;  $r_1 = 100$  Ом;  
 $r_2 = 4$  Ом.

Рисунок 2.18 – Схема для розрахунку

**Задача 2.9.3** До трифазної мережі з лінійною напругою  $U_a = 380$  В підключено два споживачі, один з яких з'єднано "зіркою", а другий "трикутником" (див. рисунок 2.19).

Параметри елементів споживачів такі:  $R=X_L=X_C=22$  Ом.  
 Визначити показання амперметрів (струми  $I_A, I_N$ ).

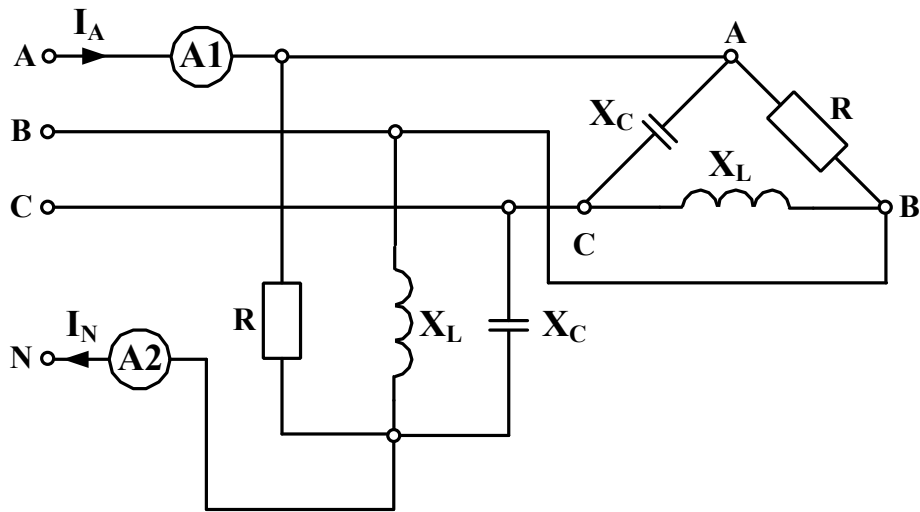


Рисунок 2.19 – Схема для розрахунку

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. – М.: Высшая школа, 2000. – 542 с.
- 2 Электротехника / Под ред. В.С. Пантюшина – М.: Высшая школа, 1993.
- 3 Родзевич В.Е. Загальна електротехніка. – К.: Вища школа, 1993.
- 4 Электротехника / Под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1985.
- 5 Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. В.С. Пантюшина. – М.: Высшая школа, 1979.