УДК 656.2 DOI: 10.18664/ikszt.v30i1.326782

ПРОХОРОВ В.М. (Український державний університет залізничного транспорту)

Застосування теорії точкових процесів для моделювання транспортних потоків в залізничних системах.

У статті досліджується використання моделей процесів Гокса для моделювання потоків подій у залізничних транспортних системах, зокрема при обробці контейнерних перевезень. Розглядається класичний одномірний процес Гокса, що описує самозбуджувані потоки, де кожна подія збільшує ймовірність виникнення наступних подій. Це дозволяє моделювати накопичувальні ефекти, які спостерігаються в транспортних вузлах, таких як контейнерні термінали, де прибуття одного потоку вантажів може спричинити каскадне збільшення інтенсивності руху.

Розширення моделі до багатовимірного випадку дає змогу враховувати взаємодію між різними потоками, що є характерним для транспортних систем із високим рівнем взаємозалежності. У статті розглядається механізм впливу між потоками, що може бути як стимулюючим, так і пригнічуючим. Це дозволяє моделювати складні ситуації, наприклад, коли збільшення одного потоку перевезень сприяє зростанню інтенсивності іншого або, навпаки, призводить до його зменшення через обмеження пропускної здатності системи.

Окрім традиційних самозбуджувальних процесів, у роботі також аналізуються процеси самозатухання, де кожна нова подія зменшує ймовірність майбутніх подій. Це є важливим для моделювання систем із обмеженими ресурсами, таких як завантажені транспортні вузли, де накопичення рухомого складу може сповільнювати подальший потік вантажів.

Застосування процесів Гокса в аналізі транспортних потоків дозволяє не лише глибше зрозуміти закономірності руху вантажів та їхню взаємодію, а й створює передумови для ефективного планування та оптимізації роботи інфраструктури. Отримані результати можуть бути використані для прогнозування динаміки перевезень, покращення організації руху та мінімізації затримок у транспортних системах.

Ключові слова: *процес Гокса, самозбуджувані процеси, самозатухаючі процеси, багатовимірний процес Хокса, інтенсивність транспортного потоку.*

Постанова проблеми.

У сфері залізничних контейнерних перевезень точне прогнозування потоків вантажів є критично важливим для ефективного управління логістичними процесами. Традиційні методи аналізу, зокрема пуассонівські моделі, часто використовуються для моделювання потоків подій. Однак такі моделі базуються на припущеннях про незалежність подій та постійну інтенсивність прибуття контейнерів, що не відповідає реальним умовам функціонування залізничного транспорту.

Практика показує, що прибуття контейнерів має складну динаміку, зумовлену такими факторами, як графіки морських перевезень, циклічні коливання попиту, зміни у митному оформленні та обмеження транспортної інфраструктури. Це створює значні відхилення від розподілу, який передбачає процес Пуассона.

Крім того, у багатьох випадках спостерігається ефект самозбудження, коли надходження одного контейнера збільшує ймовірність прибуття наступних у короткому часовому інтервалі.

Метою даного дослідження є обґрунтування необхідності використання більш гнучких стохастичних моделей, зокрема самозбуджуваних точкових процесів, для аналізу потоків контейнерів у залізничному транспорті. Це дозволить точніше оцінювати змінну інтенсивність прибуття контейнерів, прогнозувати можливі затримки та оптимізувати роботу логістичних вузлів. Особливу увагу слід приділити моделюванню ефекту самозбудження, що відіграє ключову роль у формуванні транспортних потоків.

Таким чином, дослідження спрямоване на вдосконалення методологічної бази управління контейнерними перевезеннями, що сприятиме підвищенню ефективності логістичних операцій та мінімізації негативних наслідків варіабельності потоків вантажів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

У статті [1] автори застосовують марковські моделі для аналізу та симуляції транспортних потоків. Хоча цей підхід дозволяє моделювати великомасштабні транспортні мережі, він може не враховувати детерміновані аспекти руху та індивідуальні особливості поведінки водіїв, що обмежує його точність у певних сценаріях.

У дослідженні [2] автори пропонують стохастичні моделі передачі клітин для моделювання транспортних мереж. Незважаючи на те, що ці моделі враховують випадковість у транспортних потоках, вони можуть не повністю відображати складні взаємодії між транспортними засобами та вплив зовнішніх факторів на рух.

У статті [3] автори досліджують аналітичне ймовірнісне моделювання транспортних потоків, зосереджуючись на розподілах довжин черг. Хоча модель є масштабованою та ефективною, вона може не враховувати всі динамічні аспекти реальних транспортних мереж, що впливає на її застосовність у складних міських умовах.

У роботі [4] автори розглядають ймовірнісні моделі транспортних потоків, зосереджуючись на індивідуальних транспортних засобах. Хоча підхід забезпечує візуальну простоту та чітке формулювання, він може бути недостатнім для моделювання колективної поведінки транспортних засобів у складних мережах.

У статті [5] автори пропонують стохастичну модель транспортного потоку, яка враховує випадкові коливання інтенсивності руху. Хоча модель дозволяє враховувати випадковість у транспортних потоках, вона може не повністю відображати детерміновані аспекти руху та взаємодію між транспортними засобами.

У дослідженні [6] автори аналізують явища раптового зниження швидкості руху за допомогою стохастичних моделей. Незважаючи на те, що підхід дозволяє моделювати непередбачувані зміни в транспортному потоці, він може не враховувати довгострокові тенденції та вплив інфраструктурних змін.

У роботі [7] автори досліджують стохастичні моделі для аналізу заторів на автомагістралях. Хоча моделі враховують випадковість у виникненні заторів, вони можуть не повністю відображати вплив поведінки водіїв та інших людських факторів на формування заторів.

У статті [8] автори пропонують теоретичний підхід до стохастичного моделювання транспортного потоку та його застосування. Незважаючи на те, що модель дозволяє враховувати випадкові коливання в інтенсивності руху, вона може не враховувати детерміновані фактори, такі як дорожні умови та погодні впливи.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.

Незважаючи на значну кількість досліджень, спрямованих на моделювання транспортних потоків у залізничних системах, ряд важливих аспектів залишається недостатньо висвітленим. Зокрема, актуальною є проблема підвищення точності та адекватності моделей, що використовуються для опису динаміки вагонопотоків та їх взаємодії із системою управління перевезеннями.

Особливу увагу слід приділити питанням повноти врахування наявної інформації, що характеризує як самі потоки, так і умови їх формування та змін у часі. Важливим є дослідження механізмів обліку взаємозв’язків між подіями у транспортних процесах, а також впливу стохастичних факторів на роботу залізничної інфраструктури.

Крім того, перспективним напрямком є розширення методологічної бази моделювання шляхом поєднання класичних та сучасних підходів, що дозволить більш гнучко адаптувати моделі до реальних умов функціонування залізничного транспорту.

Формулювання цілей.

Метою дослідження є підвищення точності моделювання транспортних потоків у залізничних системах шляхом застосування теорії точкових процесів (ТТП) (англ. Point Processes Theory) [9] для врахування стохастичних залежностей і динаміки подій.

Викладення основного матеріалу дослідження.

У багатьох дослідженнях моделювання транспортних потоків у залізничних системах базується на припущенні про їхню відповідність пуассонівському процесу. Ця модель є зручною завдяки своїй математичній простоті та аналітичній трактованості, оскільки припускає незалежність подій прибуття вагонів або поїздів та їх рівномірний розподіл у часі. Однак реальні транспортні потоки часто демонструють складнішу структуру, яка не завжди узгоджується з гіпотезами пуассонівського розподілу.

Зокрема, в залізничних системах спостерігається нерівномірність надходження вагонів, яка може бути спричинена зміною графіка руху, впливом зовнішніх факторів (наприклад, погодних умов, затримок на попередніх ділянках) або ж специфікою функціонування сортувальних станцій. Крім того, прибуття вагонів та поїздів може демонструвати кореляцію в часі, а також залежати від попередніх подій, що суперечить основному припущенню пуассонівського процесу про відсутність пам’яті.

Для точнішого моделювання реальних транспортних потоків доцільним є застосування методів теорії точкових процесів, які дозволяють враховувати стохастичні залежності між подіями, неоднорідність у часі та просторові взаємозв'язки. Наприклад, використання неоднорідних пуассонівських процесів або автокорельованих точкових процесів дає можливість моделювати змінну інтенсивність потоку залежно від часу доби, днів тижня чи сезонних факторів.

Додатково, застосування марковських та самозбуджуваних процесів (наприклад, процесів Гокса) [10] дозволяє врахувати ефект кластеризації подій, коли прибуття одного поїзда або групи вагонів підвищує ймовірність прибуття наступних у короткому часовому інтервалі. Такі моделі можуть більш адекватно відображати реальну структуру залізничного трафіку, де спостерігаються періоди інтенсивного руху, що змінюються фазами зниження активності.

Теорія точкових процесів і зокрема її розділ, який вивчає часові точкові процеси (англ. Temporary Point Processes), забезпечує більш гнучке моделювання транспортних потоків у залізничних системах порівняно з класичними підходами, такими як неоднорідний пуассонівський потік або потоки Ерланга. Хоча пуассонівські моделі можуть враховувати змінну інтенсивність, вони залишаються процесами без пам'яті, де ймовірність настання події залежить лише від поточного моменту часу, але не від усієї попередньої історії процесу. У той час як в ерлангівських потоках пам'ять реалізується через фазову структуру міжподійних інтервалів, вони обмежені апріорно заданими параметрами і не дозволяють безпосередньо моделювати взаємозалежність подій у потоці.

На відміну від них, ТТП використовує умовну інтенсивність $\lambda^*\left(t \mid H_t\right)$, яка визначається на основі всієї передісторії H_t, що включає моменти часу попередніх подій, їх характеристики та, за потреби, зовнішні фактори. Це дозволяє моделювати ситуації, коли імовірність настання події змінюється не лише внаслідок глобальних тенденцій, а й під впливом попередніх подій у потоці. Наприклад, якщо на певній ділянці залізничної мережі нещодавно відбулося зниження пропускної спроможності внаслідок певних причин, це може вплинути на динаміку подальших подій, що класичні пуассонівські моделі не здатні відобразити.

Додатковою перевагою ТТП є можливість безпосереднього врахування впливу кожної окремої події на ймовірність наступних. На відміну від класичних моделей, що оперують лише середніми характеристиками потоку, ТТП дозволяє відстежувати, як конкретне попереднє прибуття чи відправлення поїзда змінює інтенсивність потоку в наступні моменти часу. Це особливо важливо для аналізу транспортних процесів, де навіть одна подія може спричинити каскадні зміни: прибуття поїзда може викликати локальне зростання інтенсивності через синхронізацію відправлень або, навпаки, її зменшення через перевантаження станції. Окрім того, модель дозволяє враховувати дискретні зміни в системі, наприклад, раптові обмеження пропускної здатності чи оперативні коригування графіка руху. Завдяки цим властивостям, ТТП забезпечує більш гнучке й точне моделювання транспортних потоків, дозволяючи оцінювати як загальні закономірності, так і локальні взаємозв'язки між подіями.

У рамках розділу часових точкових процесів особливе місце займають потоки Гокса, які дозволяють моделювати змінну інтенсивність подій залежно від попередньої історії. На відміну від класичного пуассонівського потоку, де події незалежні та мають постійну середню інтенсивність, потоки Гокса дозволяють формалізувати ефект взаємного впливу подій. Це означає, що кожна нова подія може як підвищувати, так і знижувати інтенсивність майбутніх подій, що особливо важливо для залізничних систем, де виникають складні залежності між прибуттями, відправленнями та затримками поїздів.

Математично потік Гокса визначається через умовну інтенсивність, яка залежить від попередньої історії процесу:

$$\lambda^*\left(t \mid H_t\right)=\mu+\sum_{t_i<t} g\left(t-\tau_i\right), \quad (1)$$

де μ — базова інтенсивність потоку, а $g\left(t-\tau_i\right)$ — функція впливу попередніх подій τ_i на поточний момент часу t. Якщо функція $g(\cdot)$ приймає позитивні значення, то кожна подія збільшує ймовірність наступних подій у певному часовому інтервалі, що описує ефект самозбудження (наприклад, прибуття одного поїзда може спричинити інтенсивніше прибуття наступних через накопичення на підходах). Якщо ж $g(\cdot)$ може набувати від'ємних значень, то потік моделює ефект гальмування (наприклад, тимчасове зменшення інтенсивності через заповнення станційних колій).

Завдяки такій гнучкості, потоки Гокса застосовуються для аналізу залізничних перевезень, оскільки дозволяють враховувати вплив локальних подій на загальну динаміку транспортних процесів. Це робить їх перспективним інструментом для підвищення точності моделей залізничних потоків.

У традиційних моделях потік контейнерів на залізничні термінали часто описується пуассонівським процесом, що припускає незалежність прибуття контейнерів і постійну середню інтенсивність. Однак у реальних умовах надходження контейнерів є нерівномірним: після прибуття судна чи великої партії автомобілів їхня інтенсивність зростає, а потім поступово зменшується. Потік Гокса дозволяє враховувати залежність інтенсивності прибуття від попередніх подій, що є критично важливим для моделювання процесів на терміналах. Наприклад, після прибуття великої партії контейнерів зростає ймовірність швидкого формування та відправлення поїзда, а після його відправлення надходження може тимчасово сповільнюватися. Також потік Гокса дозволяє враховувати обмеження пропускної здатності терміналу, оскільки накопичення контейнерів впливає на подальший процес їхнього прибуття. Завдяки цим властивостям він забезпечує більш адекватне моделювання динаміки контейнерних потоків у залізничній логістиці.

Розглянемо найбільш використовувану, так би мовити стандартну, версію моделі процесу Гокса, яке використовується для моделювання потоків подій із змінною інтенсивністю.

У загальному вигляді інтенсивність такого процесу визначається рівнянням:

$$\lambda^*\left(t \mid H_t\right) = \mu + \sum_{t_i<t} \alpha e^{-\beta(t-\tau_i)} ,(2)$$

де α – коефіцієнт впливу попередніх подій на інтенсивність; β – параметр затухання ефекту попередніх подій; τ_i – моменти настання попередніх подій.

Ця модель дозволяє безпосередньо враховувати вплив кожної попередньої події на інтенсивність наступних, що робить її більш точною у випадках, коли події мають причинно-наслідковий зв'язок. Отже, процес Гокса, що описується наведеною вище моделлю, виглядає як наведено на рисунку 1.

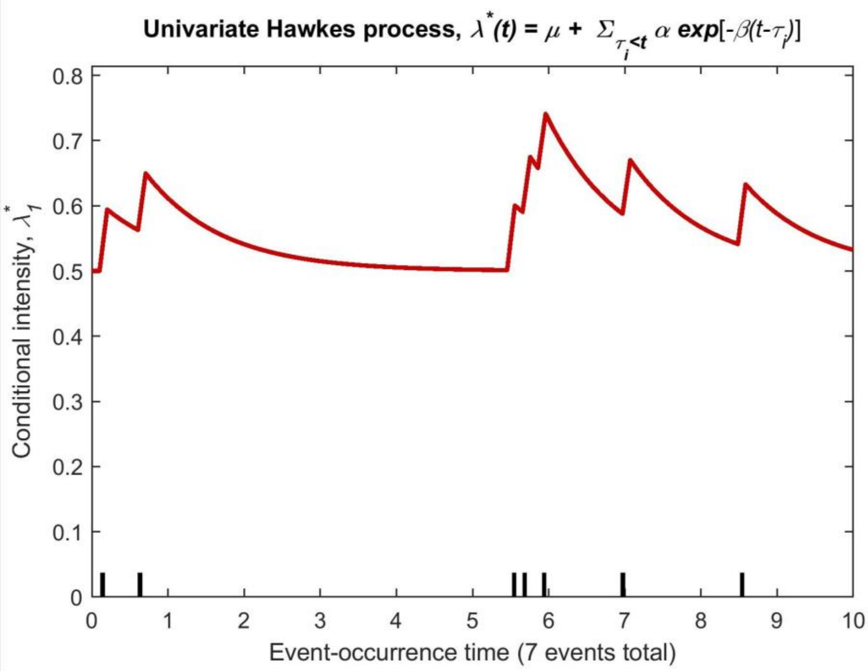

Рис. 1. – Функція умовної інтенсивності одновимірного самозбуджувального процесу Гокса

Наведений на рисунку 1 процес є самозбуджувальним, тобто з кожною новою подією умовна інтенсивність (яка фактично є певним аналогом щільності імовірності) в моменті зростає. Найбільш типовим прикладом застосування такої моделі Гокса є сейсмічний процес: з кожним новим поштовхом імовірність появи ще одного поштовху зростає, але потім вона поступово знижується по мірі того скільки пройшло часу без поштовхів.

Процес Гокса має цікаві узагальнення, що дозволяють моделювати складніші системи, де події впливають не лише на власну інтенсивність, а й на інші взаємопов'язані процеси. Такі моделі враховують, що подія в одному процесі може спричиняти зміну інтенсивності в іншому, створюючи ефект "каскаду". У цьому випадку кожен компонент процесу описується власною функцією інтенсивності, яка залежить не лише від власної фонової активності, а й від сукупності подій у всій системі. Це дає змогу враховувати міжпроцесні взаємодії та моделювати складні залежності між подіями.

Багатовимірний процес Гокса [11] розширює класичну модель, дозволяючи описувати взаємозалежність кількох потоків подій. Інтенсивність для кожного компонента процесу визначається як сума власної фонової інтенсивності та впливу попередніх подій як у цьому ж процесі, так і в інших пов'язаних процесах. Формально це записується так:

$$\lambda_i^*(t) = \mu_i + \sum_j \sum_{\tau_{ji}<t} \alpha_{ij} e^{-\beta_{ij}(t-\tau_{ji})} \quad (3)$$

де $\lambda_i^*(t)$ – функція умовної інтенсивності i-го потоку; μ_i – фонова інтенсивність i-го потоку, α_{ij} – коефіцієнт впливу подій з потоку j на потік i; β_{ij} – параметр згасання ефекту події у часі; τ_{ij} – моменти попередніх подій у процесі j, що впливають на процес i.

Така модель дозволяє описувати складні динамічні системи, де події в одному потоці можуть ініціювати або посилювати події в інших, наприклад, при аналізі транспортних потоків або фінансових ринків. Приклад багатовимірного (двовимірного) процесу Гокса наведений на рисунку 2. Параметри цього процесу наведені в таблиці 1.

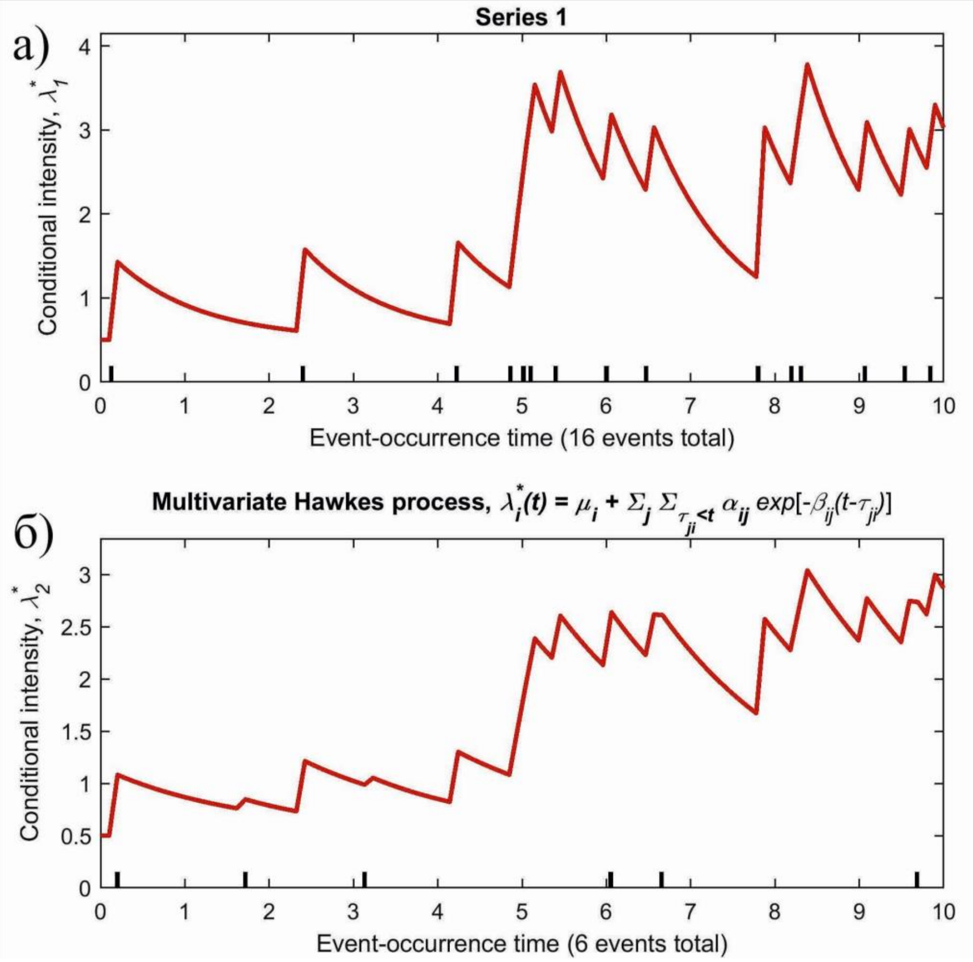

Рис. 2. – Графічне представлення багатовимірного процесу Гокса а) перший процес, який впливає б) другий процес, який відчуває вплив

Таблиця 1 – Параметри багатовимірного (двовимірного) процесу Гокса

Процес	μ_i	α_i	β_i	Примітка
Перший (λ_1)	0.5	1	1	сильне збудження, іненсивність сильно збільшується після подій
Другий (λ_2)	0.5	0.1	1	слабке збудження, сам по собі процес генерує мало подій

Зв'язок між процесами описується матрицею впливу, яка в даному випадку виглядає наступним чином:

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.5 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

З неї видно, що λ_1 не залежить від λ_2, (0 в першому рядку), однак λ_2 залежить від λ_1 (α_{21}=0.5), що означає, що події з першого процесу збільшують інтенсивність другого. Хоча другий процес сам собою слабкий, він "підхоплює" динаміку першого процесу. Тому його інтенсивність вагається, але сам він генерує мало подій.

Узагальнюючи можливості моделі Гокса, варто зазначити, що вона дозволяє описувати не лише самозбуджувані процеси, де кожна подія збільшує ймовірність наступних подій, а й самозатухаючі процеси. У таких системах наявність події, навпаки, зменшує інтенсивність майбутніх подій, що може відображати, наприклад, ефекти насичення або регулювання потоків.

Для моделювання самозатухання у формулі процесу Гокса достатньо взяти значення параметра α_{ij} від'ємним. Це призводить до того, що після кожної події інтенсивність процесу знижується, а потім поступово відновлюється до базового рівня μ_i із швидкістю, що визначається параметром β_{ij} (рисунок 3).

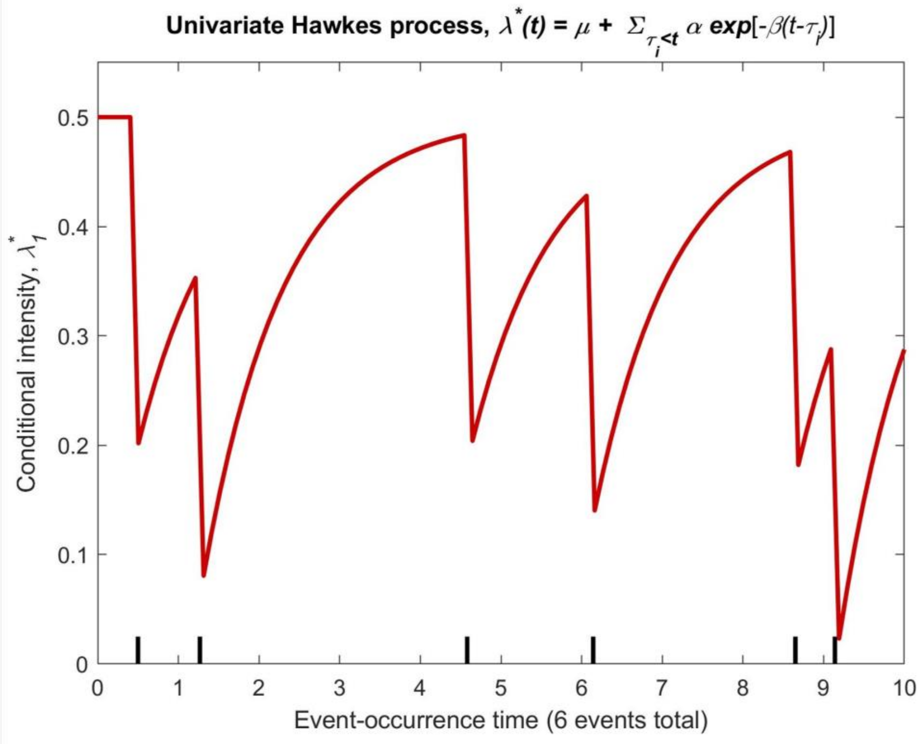

Рис. 3. – Функція умовної інтенсивності одновимірного самозатухаючого процесу Гокса

Процес Гокса, представлений на рисунку 3, має наступні параметри: μ=0.5, α=-0.3, β=1.

Такий підхід дозволяє більш гнучко описувати динаміку складних потоків, зокрема випадки, коли події не лише стимулюють, а й пригнічують подальші події.

У межах багатовимірного процесу Гокса зв'язки між компонентами також можуть мати не лише збуджувальний, а й пригнічувальний характер. Це означає, що подія в одному потоці може як підвищувати, так і знижувати інтенсивність іншого потоку залежно від знаку відповідного коефіцієнта α_{ij}. Якщо $\alpha_{ij} > 0$, то процес j стимулює появу подій у процесі i, що характерно для ефектів каскадного поширення. Натомість, якщо $\alpha_{ij}<0$, то події одного потоку гальмують виникнення подій у іншому, що може моделювати, наприклад, конкуренцію за ресурси або ефекти насичення в транспортних чи комунікаційних системах.

Прикладом самозатухаючого процесу може бути система обслуговування заявок на контейнерному терміналі. Якщо потік прибуття контейнерів стимулює появу нових заявок на відправлення (що є прикладом самозбуджувального процесу), то одночасно із цим збільшення кількості оброблених контейнерів може тимчасово знижувати інтенсивність нових прибуттів через обмежену пропускну здатність терміналу або логістичні затримки в постачанні. Інший приклад – пасажиропотоки в міському транспорті: якщо збільшення пасажирів на одній лінії метро може призвести до зростання потоку на пересадочній станції, то в той же час перевантаженість транспорту може призводити до зменшення інтенсивності нових поїздок через дискомфорт або пошук альтернативних маршрутів. У випадку багатовимірного процесу Гокса це враховується через негативні значення параметрів взаємодії, які відображають ефект пригнічення одного потоку іншим.

Висновки.

Теорія точкових процесів, зокрема її розділ часових точкових процесів ф зокрема процес Гокса, надають гнучкий інструментарій для моделювання потоків подій у динамічних системах із взаємозалежною інтенсивністю. На відміну від класичних підходів, таких як пуассонівські потоки або навіть моделі інших випадкових потоків, таких як потоки Ерланна, процеси Гокса дозволяють безпосередньо враховувати взаємозв'язки між подіями, що відбулися раніше, та їхній вплив на майбутній розвиток системи. Це особливо важливо для задач, де події не є незалежними, а виникають у результаті як стимулюючих, так і гальмуючих впливів.

Однією з ключових особливостей моделі є можливість налаштовувати механізми самозбудження та самозатухання шляхом вибору відповідних значень параметрів. У класичному самозбуджувальному випадку кожна подія підвищує ймовірність наступних подій, що добре підходить для моделювання транспортних систем, де прибуття поїзда або контейнера може спричинити каскадні зміни в роботі терміналу. Водночас модель дозволяє враховувати і процеси самозатухання, коли кожна подія зменшує ймовірність майбутніх подій, що є характерним для систем із обмеженою пропускною здатністю, де перевантаження може знижувати активність потоку.

Розширення моделі до багатовимірного випадку робить її ще потужнішою. Багатовимірний процес Гокса дозволяє моделювати взаємодію між кількома потоками, де один процес може як стимулювати, так і пригнічувати інший. Це дає змогу глибше аналізувати складні системи, такі як залізничні вузли або контейнерні термінали, де різні види трафіку впливають один на одного в залежності від поточних умов. Взаємодія між потоками задається матрицями параметрів, що дозволяє враховувати як позитивний, так і негативний вплив між компонентами системи.

Таким чином, застосування процесів Гокса в транспортних і логістичних задачах відкриває нові можливості для побудови більш реалістичних моделей, що враховують як миттєві ефекти від подій, так і довготривалі зміни в інтенсивності потоків. Це дає змогу не лише краще розуміти закономірності руху вантажів і пасажирів, а й ефективніше планувати розклад, оптимізувати використання інфраструктури та прогнозувати можливі затримки або перевантаження системи.

Список використаних джерел

1. Besenczi R., Bátfai N., Jeszenszky P., Major R., Monori F., Ispány M. Large-scale simulation of traffic flow using Markov model. *PLOS ONE*. 2021. 16(2). e0246062. DOI: 10.1371/journal.pone.0246062.
2. Feinstein Z., Kleiber M., Weber S. Stochastic Cell Transmission Models of Traffic Networks. *arXiv,* 2023. DOI: 10.48550/arXiv.2304.11654.
3. Lu J., Osorio C. On the approximation of queue-length distributions in large-scale urban networks. *arXiv,* 2021. DOI: 10.48550/arXiv.2104.07129. License: CC BY 4.0.
4. Malyshev V., Zamyatin A.A. Introduction to stochastic models of transportation flows. Part I. *arXiv,* 2011.
5. Jabari S.E., Liu H.X. A stochastic model of traffic flow: Theoretical foundations. Transportation Research Part B: *Methodological.* 2012. 46(1). P. 156–174. DOI: 10.1016/j.trb.2011.09.006.
6. Stathopoulos A., Whitford A. Stochastic Modeling of Traffic Flow Breakdown Phenomenon: Application to Predicting Travel Time Reliability. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.* 2012. 13(4). P. 1803–1809. DOI: 10.1109/TITS.2012.2207433.
7. Bonzani I., Mussone L. Stochastic modelling of traffic flow. Mathematical and *Computer Modelling*. 2002. 36(1–2). P. 109–119.
8. Jabari S.E., Liu H.X. A stochastic model of traffic flow: Theoretical foundations. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2012. 46(1). P. 156–174. DOI: 10.1016/j.trb.2011.09.006.
9. Daley D.J., Vere-Jones D. An Introduction to the Theory of Point Processes. Volume I: Elementary Theory and Methods. 2nd ed. New York: Springer; 2003. 528 p.
10. Laub P.J., Lee Y., Pollett P.K., Taimre T. Hawkes Models and Their Applications. *Annual Review of Statistics and Its Application.* 2023. vol. 12. DOI: 10.1146/annurev-statistics-112723-034304.
11. Embrechts P., Liniger T., Lin L. Multivariate Hawkes Processes: an Application to Financial Data. *Journal of Applied Probability.* 2011. vol. 48A. DOI: 10.1239/jap/1318940477.

Prokhorov V.M. Application of Point Process Theory for Modeling Transport Flows in Railway Systems.

The article examines the use of Hawkes processes models for modeling event flows in railway transport systems, particularly in container transportation processing. The classical univariate Hawkes process is considered, describing self-exciting flows where each event increases the probability of subsequent events. This allows modeling the accumulation effects observed at transport hubs, such as container terminals, where the arrival of one cargo flow can trigger a cascading increase in traffic intensity.

Extending the model to the multivariate case enables the consideration of interactions between different flows, which is characteristic of transport systems with a high degree of interdependence. The article explores the influence mechanisms between flows, which can be either stimulating or inhibitory. This makes it possible to model complex situations, such as when an increase in one transport flow promotes the growth of another's intensity or, conversely, leads to its reduction due to system capacity constraints.

In addition to traditional self-exciting processes, the study also analyzes self-damping processes, where each new event decreases the likelihood of future events. This is crucial for modeling systems with limited resources, such as congested transport hubs, where an accumulation of rolling stock may slow down the further movement of cargo.

The application of Hawkes processes in transport flow analysis not only provides a deeper understanding of cargo movement patterns and their interactions but also lays the groundwork for effective infrastructure planning and optimization. The obtained results can be used for transport flow dynamics forecasting, improving traffic organization, and minimizing delays in transport systems.

Keywords: Hawkes process, self-exciting processes, self-damping processes, multivariate Hawkes process, transport flow intensity.

Прохоров Віктор Миколайович, *кандидат технічних наук, доцент кафедри управління експлуатаційною роботою, Український державний університет залізничного транспорту. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-1647-7746.*
E-mail: prokhorov@kart.edu.ua.

Prokhorov Viktor, *Associate Professor, department of operational work management, Ukrainian State University of Railway Transport. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-1647-7746. E-mail: prokhorov@kart.edu.ua.*