

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

10-ї Міжнародної науково-технічної конференції

**«ПРОБЛЕМИ НАДІЙНОСТІ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ
ІНЖЕНЕРНИХ СПОРУД І БУДІВЕЛЬ
НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ»**



20-22 листопада 2024 року, м. Харків

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

UKRAINIAN STATE UNIVERSITY OF RAILWAY TRANSPORT

**Тези доповідей 10-ої Міжнародної
науково-технічної конференції**

**«ПРОБЛЕМИ НАДІЙНОСТІ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ
ІНЖЕНЕРНИХ СПОРУД І БУДІВЕЛЬ
НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ»**

Abstracts of the 10th International Scientific and Technical Conference

**«RELIABILITY AND DURABILITY OF RAILWAY TRANSPORT
ENGINEERING STRUCTURES AND BUILDINGS»**

Харків 2024

Kharkiv 2024

10-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті», Харків, 20-22 листопада 2024 р.: Тези доповідей. - Харків: УкрДУЗТ, 2024. - 225 с.

Збірник містить тези доповідей науковців вищих навчальних закладів України та інших країн, підприємств транспортної та будівельної галузі за трьома напрямками: залізниця, автомобільні дороги, промисловий транспорт і геодезичне забезпечення; будівельні конструкції, будівлі та споруди; будівельні матеріали, захист і ремонт конструкцій та споруд.

10th International Scientific and Technical Conference "Reliability and durability of railway transport engineering structures and buildings" Kharkiv, November 20-22, 2024: Abstracts. - Kharkiv: UkrSURT, 2024. - 225 p.

The proceedings include abstracts of presentations by researchers from higher education institutions in Ukraine and other countries, as well as representatives of enterprises in the transport and construction industries. The topics are organized into three main areas: railways, highways, industrial transport, and geodetic support; building structures, buildings, and facilities; and construction materials, including the protection and repair of structures and facilities.

© Український державний університет залізничного транспорту, 2024

© Ukrainian State University of Railway Transport, 2024

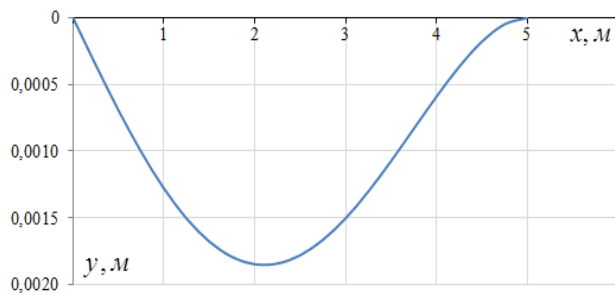


Рис. 2. Графік функції прогинів

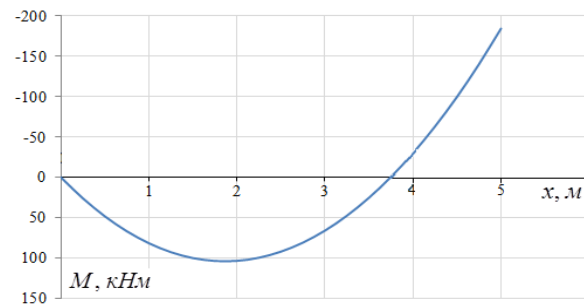


Рис. 3. Графік функції згинального моменту

[1] Krutii, Y., Surianinov, M., Petrash, S., & Yezhov, M. Development of an analytical method for calculating beams on a variable elastic Winkler foundation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021. 1162(1), 012009. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1162/1/012009>

УДК 539.3

ТОЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ БАЛКИ НА НЕОДНОРІДНІЙ ПРУЖНІЙ ОСНОВІ

EXACT SOLUTION OF THE DIFFERENTIAL EQUATION OF FREE VIBRATIONS OF A BEAM ON AN INHOMOGENEOUS ELASTIC FOUNDATION

д-р техн. наук Ю.С. Крутій¹, канд. техн. наук А.О.Перпері¹, Н.А. Теорло¹
¹Одеська державна академія будівництва та архітектури (м. Одеса)

Dr.Sc. (Tech.), Yu. S. Krutii¹, PhD (Tech), A.O. Perperi¹, N.A. Teorlo¹
¹Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture (Odesa)

Розглядається задача про вільні згинальні коливання балки Ейлера-Бернуллі сталої жорсткості EI , яка опирається на неоднорідну суцільну пружну основу Вінклера. Загальну схему коливань зображено на рис. 1.

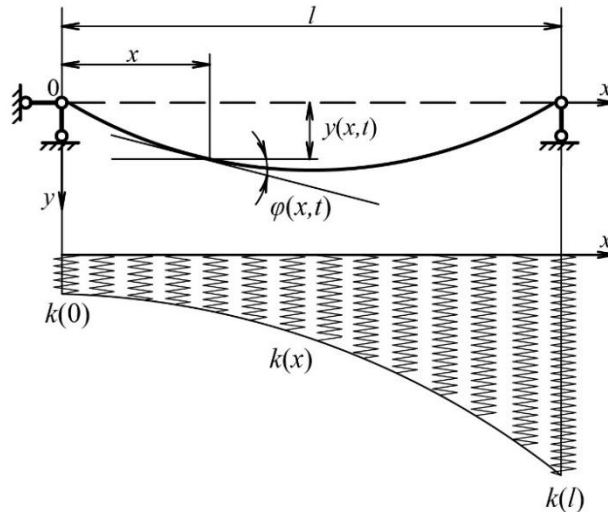


Рис. 1. Розрахункова схема коливань балки на неоднорідній пружній основі

Неоднорідність пружної основи характеризується змінним погонним коефіцієнтом постелі $k(x)$, який у загальному випадку може являти собою будь-яку неперервну функцію. Для $k(x)$ прийнято подання $k(x) = k_0 B(x)$, де k_0 – значення коефіцієнту постелі у деякій характерній точці балки (наприклад у точці $x=0$), а $B(x)$ – неперервна безрозмірна функція, якою визначається закон зміни коефіцієнту постелі уздовж довжини балки.

Диференціальне рівняння вільних коливань балки, матиме вигляд

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + k_0 B(x) y = 0, \quad (3)$$

де m – інтенсивність розподіленої маси (погонна маса) балки.

Виконавши в даному рівнянні стандартну підстановку методу Фур'є $y(x,t) = v(x)T(t)$ та розділивши змінні, матимемо два наступні звичайні диференціальні рівняння відносно функції часу $T(t)$ та амплітудної функції прогинів $v(x)$:

$$T''(t) + \omega^2 T(t) = 0; \quad (4)$$

$$v''''(x) + \frac{1}{l^4} (KB(x) - \Omega^2) v(x) = 0, \quad (5)$$

де ω – частота вільних коливань балки,

$$K = \frac{k_0 l^4}{EI}, \quad \Omega^2 = \frac{m \omega^2 l^4}{EI}.$$

Розв'язок рівняння (4) очевидний

$$T(t) = T(0) \cos \omega t + \frac{T(0)}{\omega} \sin \omega t .$$

Головна проблема полягає у знаходженні розв'язку диференціального рівняння (5). Точний розв'язок цього рівняння знаходиться методом прямого інтегрування, який запропоновано та розвинуто в роботі [1]. Він визначається наступною сукупністю формул:

$$y(x) = C_1 X_1(x) + C_2 X_2(x) + C_3 X_3(x) + C_4 X_4(x);$$

$$X_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (-K)^k \Omega^{2m} \alpha_{n,m,k}(x); \quad (6)$$

$$\alpha_{n,0,0}(x) = \frac{1}{(n-1)!} \left(\frac{x}{l} \right)^{n-1} \quad (n=1,2,3,4); \quad (7)$$

$$\alpha_{n,m,0}(x) = \frac{1}{(n+4m-1)!} \left(\frac{x}{l} \right)^{n+4m-1} \quad (m=1,2,3,\dots); \quad (8)$$

$$\alpha_{n,0,k}(x) = \frac{1}{l^4} \int_0^x \int_0^x \int_0^x \int_0^x B(x) \alpha_{n,0,k-1}(x) dx dx dx dx \quad (k=1,2,3,\dots); \quad (9)$$

$$\alpha_{n,m,k}(x) = \frac{1}{l^4} \int_0^x \int_0^x \int_0^x \int_0^x (B(x) \alpha_{n,m,k-1}(x) + \alpha_{n,m-1,k}(x)) dx dx dx dx \quad (m=1,2,3,\dots) (k=1,2,3,\dots), \quad (10)$$

де C_1, C_2, C_3, C_4 – сталі інтегрування. Змінні коефіцієнти ряду (6) тут послідовно визначаються по рекурентним формулам (7)-(10).

[1] Крутій, Ю. С. (2016). *Розробка методу розв'язання задач стійкості і коливань деформівних систем зі змінними неперервними параметрами* [Дис. д-ра техн. наук, Луцький національний технічний університет]. Україніка наукова.