

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

**Кафедра транспортного зв'язку**

**ПЕРЕДАВАННЯ І ПРИЙМАННЯ СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ  
ПЕРЕДАЧІ ДИСКРЕТНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**для виконання практичних занять і самостійних робіт  
із дисципліни**

***«ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІ СИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ»***

**Харків 2025**

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри транспортного зв'язку 13 січня 2025 р., протокол № 7.

Методичні вказівки містять короткі теоретичні відомості, методику розв'язання типових задач і контрольні задачі для самостійного розв'язання з метою закріплення теоретичного матеріалу, тематика яких охоплює питання, розглянуті в рамках навчальної дисципліни «Телекомунікаційні системи передачі». Задачі, наведені в методичних вказівках, можна використати для проведення поточного контролю знань здобувачів, модульного контролю та на іспиті.

Методичні вказівки також можна використати під час самостійної підготовки і для викладення певних розділів інших дисциплін відповідно до навчальних програм.

Рекомендовано для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня всіх форм навчання з освітньої програми «Телекомунікації та радіотехніка».

Укладачі:

проф. К. А. Трубчанінова,

доц. І. В. Ковтун

Рецензент

проф. С. І. Доценко

## ЗМІСТ

<b>ЗАВДАННЯ 1.</b> Передавання і приймання сигналів у системах передачі дискретних повідомлень	4
<b>ЗАВДАННЯ 2.</b> Багатоканальне передавання повідомлень	50
Список літератури	61
ДОДАТОК А Табульовані значення функції Крампа	62
ДОДАТОК Б Таблиця значень допоміжної функції $H(p) = -p \log_2 p$	63

# ЗАВДАННЯ 1. ПЕРЕДАВАННЯ І ПРИЙМАННЯ СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧІ ДИСКРЕТНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ

## 1.1 Короткі теоретичні відомості

Передавання повідомлень супроводжено дією завад і спотворень, обумовлених неідеальністю характеристик системи зв'язку, тому прийняте повідомлення може відрізнятись від переданого. Ступінь відповідності прийнятого повідомлення переданому називають **вірогідністю (точністю) або достовірністю передавання**.

З передаванням дискретних повідомлень цю відповідність кількісно можна оцінити відношенням кількості помилково прийнятих елементів повідомлення  $n_{ном}$  до загальної кількості переданих елементів  $n_{заг}$ :

$$k_{ном} = n_{ном} / n_{заг}.$$

Це відношення називають **частістю помилок (коефіцієнтом помилок)**. За обмеженого часу передавання (кінцевим числом  $n_{заг}$ ) величина  $k_{ном}$  випадкова. Якщо загальний час передавання інформації (тривалість сеансу зв'язку) значно перевищує тривалість передавання окремого елемента, а умови передавання залишаються незмінними, то статистичні характеристики випадкової величини  $k_{ном}$  дуже стійкі, тобто їх зміни від сеансу до сеансу незначні. Тому в першому наближенні величину  $k_{ном}$  можна вважати близькою до ймовірності помилки приймання елемента повідомлення  $p_e$ . Оцінювання вірогідності передавання дискретних повідомлень імовірністю  $p_e$  широко використовують завдяки простоті та зручності. Однак необхідно

пам'ятати, що цей показник є ідеалізованим, і умови його застосування не завжди можуть бути строго виконаними.

Для оцінювання завадостійкості систем дискретного зв'язку застосовують різні критерії. Найпоширенішим є критерій, за яким завадостійкість оцінюють необхідним співвідношенням середніх потужностей сигналу і завади на вході приймача системи  $q_{\text{вх}}^2 = (P_c / P_z)_{\text{вх}}$ , що забезпечує задану ймовірність помилки приймання  $p_e$ . Чим менша необхідна величина  $q_{\text{вх}}^2$ , тим вища завадостійкість системи.

Кількісне оцінювання завадостійкості системи зв'язку і порівняння різних систем за цим показником здійснюють за допомогою залежності

$$p_e = f(q_{\text{вх}}^2), \quad (1.1)$$

що функціонально пов'язує ймовірність помилки приймання інформації з величиною співвідношення потужностей сигналу і завади на вході приймача  $q_{\text{вх}}^2$ .

Конкретний вигляд цих співвідношень визначено видом сигналу, завад, способом модуляції, приймання та іншими чинниками.

Найпростіший вигляд формули мають за умови приймання сигналу на фоні нормального білого шуму.

Для передавання дискретних повідомлень широко застосовують такі види модуляції, як амплітудна (АМ), частотна (ЧМ) і фазова (ФМ).

Правильний вибір виду модуляції суттєво впливає на якість передавання даних і ефективність використання смуги пропускання каналу зв'язку. Найбільш ефективно використання смуги пропускання каналу зв'язку і якісне передавання даних забезпечує фазова модуляція. Практичне використання знаходить відносна фазова модуляція ВФМ.

З метою збільшення швидкості передавання даних в обмеженій смузі пропускання каналу застосовують різні багатократні способи модуляції: двократна (ДВФМ) і трикратна відносна фазова модуляції (ТВФМ), багаторівнева АМ, комбінована АМ-ФМ (КАМ) (без зміни тривалості посилок у каналі зв'язку, а отже, без розширення смуги пропускання каналу зв'язку).

Порівняння спектрів сигналів за умов використання різних видів модуляції свідчить, що спектри АМ- і ФМ-сигналів займають одну і ту саму ефективну смугу частот, а ширина спектра ЧМ-сигналу залежить від індексу модуляції і взагалі дещо ширше спектрів АМ і ФМ. За наявних способів приймання і реєстрації сигналів ефективну ширину спектра сигналу, за якої забезпечено якісне приймання, визначають за співвідношеннями

$$\Delta f_{cAM} = \Delta f_{cFM} = \Delta f_{cBФМ} = (1,1...1,2)B; \quad (1.2)$$

$$\Delta f_{cЧМ} = (2,2...2,4)B; \quad \Delta f_{cДВФМ} = (0,5...0,6)B. \quad (1.3)$$

Вибираючи вид модуляції, необхідно забезпечити виконання умов

$$\Delta f_c \leq \Delta f_k \text{ та } p_e \leq p_{e\text{дон}}, \quad (1.4)$$

де  $\Delta f_c$  та  $\Delta f_k$  - ефективна ширина спектра сигналу і смуга пропускання каналу відповідно;

$p_e$  і  $p_{e\text{дон}}$  - імовірність помилки за вибраного способу модуляції та допустиме (потрібне) значення ймовірності помилки відповідно, які визначають вірогідність передавання.

Вираз для ймовірності помилки в каналі з постійними параметрами і потенційною завадостійкістю має вигляд

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E_1 + E_0 - 2\rho\sqrt{E_1 E_0}}{2N_0}} \right) \right],$$

де  $\Phi(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^\alpha e^{-t^2/2} dt$  - функція Крампа;

$E_1$  та  $E_0$  – енергії відповідно посилок  $S_1(t)$  і  $S_0(t)$ ;

$\rho$  – коефіцієнт кореляції між сигналами  $S_1(t)$  і  $S_0(t)$ .

У випадках частотної та фазової модуляції  $E_1 = E_0$ , у випадку амплітудної – енергія однієї з посилок дорівнює нулю. Отже, за умов використання амплітудної, частотної та фазової модуляцій вирази для ймовірності помилок мають вигляд

$$p_{eAM} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{2N_0}} \right) \right];$$

$$p_{eЧМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{N_0}} \right) \right];$$

$$p_{eФМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{2E}{N_0}} \right) \right].$$

Для реалізації потенційної завадостійкості необхідно забезпечити:

1) *ідеальне* (з точки зору забезпечення максимального співвідношення вихідних потужностей сигналу і завад) узгодження характеристик каналу зв'язку з параметрами сигналу;

2) *когерентне приймання*.

Якщо ідеальне узгодження характеристик каналу зв'язку з параметрами сигналу відсутнє, але приймання когерентне, то вирази для ймовірності помилки за використання амплітудної, частотної і фазової модуляцій у каналі з постійними параметрами відповідно дорівнюють

$$\begin{aligned}
 p_{e \text{ ког } AM} &= 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \frac{q}{\sqrt{2}} \right) \right]; \\
 p_{e \text{ ког } ЧМ} &= 0,5 \left[ 1 - \Phi(q) \right]; \\
 p_{e \text{ ког } ФМ} &= 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{2q}) \right],
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

де  $q$  – співвідношення ефективних напруг сигналу і завади, максимальне значення [1]

$$q_{opt}^2 = h^2 = 0,5 \frac{E}{N_0}.$$

Це пояснено тим, що дискретні сигнали прямують безперервно один за одним, тому завадостійкість знижується внаслідок дії остаточних коливань від попередніх елементів, обумовлених перехідними процесами в приймальному тракті.

Через труднощі реалізації когерентного приймання за використання амплітудної і частотної модуляцій на практиці найбільше поширення має некогерентне приймання.

**Ймовірність помилки в цьому випадку дорівнює:**

а) за амплітудної модуляції

$$p_{e AM} = 0,5 \exp(-q^2/4); \tag{1.6}$$



б) частотної модуляції

$$P_{e\text{ ЧМ}} = 0,5 \exp(-q^2/2). \quad (1.7)$$

Через труднощі формування на приймальному боці опорної напруги фазову модуляцію зазвичай не застосовують. Широке застосування має відносна фазова модуляція (ВФМ). Імовірність помилки з застосуванням ВФМ дорівнює:

а) ВФМ-1 (приймання методом порівняння фаз)

$$P_{e\text{ ВФМ-1}} = 0,5 \exp(-q^2); \quad (1.8)$$

б) ВФМ-2 (приймання методом порівняння полярностей)

$$P_{e\text{ ВФМ-2}} = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{2q}) \right]. \quad (1.9)$$

Для підвищення пропускної здатності на практиці застосовують багатократні методи модуляції, із яких найпоширенішими є двократна частотна (ДЧМ) і двократна відносна фазова модуляції (ДВФМ).

Імовірність помилки в каналі з постійними параметрами за використання **ДЧМ** дорівнює:

а) приймання когерентне

$$P_{e\text{ ког ДЧМ}} = 1 - \Phi(q^2); \quad (1.10)$$

б) приймання некогерентне

$$P_{e\text{ неког ДЧМ}} = \exp(-q^2/2) + \frac{1}{6} \exp(-3q^2/4) - \frac{2}{3} \exp(-2q^2/3). \quad (1.11)$$

Ймовірність помилки в каналі з постійними параметрами за використання **ДВФМ** і приймання методом порівняння полярностей дорівнює

$$P_{e \text{ ДВФМ}} = 0,5[1 - \Phi(q)]. \quad (1.12)$$

У каналі з **релеївськими завмираннями** ймовірність помилки для зазначених вище видів модуляції дорівнює:

а) когерентна АМ

$$P_{e \text{ ког АМ}} = 0,5 \left[ 1 - \left( \sqrt{\frac{q^2}{4 + q^2}} \right) \right]; \quad (1.13)$$

некогерентна АМ

$$P_{e \text{ неког АМ}} = 0,5 \left[ 1 - \exp(-2q^2) + \exp\left(-\sqrt{\frac{4q^2}{1 + q^2}}\right) \right]; \quad (1.14)$$

б) когерентна ЧМ

$$P_{e \text{ ког ЧМ}} = 0,5 \left[ 1 - \left( \sqrt{\frac{q^2}{2 + q^2}} \right) \right]; \quad (1.15)$$

некогерентна ЧМ

$$P_{e \text{ неког ЧМ}} = \frac{1}{2 + q^2}; \quad (1.16)$$

в) ФМ

$$P_{e\text{ФМ}} = 0,5 \left[ 1 - \left( \sqrt{\frac{q^2}{1+q^2}} \right) \right]; \quad (1.17)$$

г) ВФМ-1 - приймання методом порівняння фаз

$$P_{e\text{ВФМ-1}} = \frac{1}{2(1+q^2)}; \quad (1.18)$$

ВФМ-2 – приймання методом порівняння полярностей

$$P_{e\text{ВФМ-2}} = \frac{1}{2+3q^2}. \quad (1.19)$$

Для підвищення швидкості передавання інформації вузькосмуговими каналами застосовують багатопозиційні сигнали.

Системи, у яких використано код з основою  $m$ , називають **багатопозиційними**. Робота приймача в таких системах полягає в розрізненні  $m$  сигналів, відповідних  $m$  позиціям коду. Схему приймача можна уявити собі складеною з  $m$  каналів (віток), кожна з яких розрахована на приймання певного сигналу. За  $m > 2$  формули для обчислення ймовірностей помилок у більшості випадків не можуть бути отримані аналітичними методами, імовірності помилок можуть бути визначені тільки чисельними методами. За відносно великих значень відношення сигналу до завади ( $q > 1$ ) мають місце асимптотичні вирази для обчислення ймовірності помилки, які можна отримати шляхом множення формул для двійкових сигналів на  $(m-1)$ .

Отже, загальні формули, що визначають імовірність помилки в багатопозиційних системах зв'язку, можна записати у такий спосіб:

- когерентне приймання

$$p_{e \text{ ког}} \approx \frac{m-1}{2} [1 - \Phi(\alpha)], \quad (1.20)$$

- некогерентне приймання

$$\begin{aligned} AM_n \quad p_e &\approx \frac{m-1}{2} \exp\left(-\frac{q_{\text{сх}}^2}{4}\right); \\ ЧМ_n \quad p_e &\approx \frac{m-1}{2} \exp\left(-\frac{q_{\text{сх}}^2}{2}\right); \\ ВФМ_n \quad p_e &\approx \frac{m-1}{2} \exp(-q_{\text{сх}}^2). \end{aligned} \quad (1.21)$$

## 1.2 Приклади розв'язання основних типів задач

**Приклад 1.1.** Визначити необхідне відношення сигнал/шум  $q^2$  на вході демодулятора радіосистеми передавання інформації за заданою ймовірністю помилки на один символ  $p_e = 2 \cdot 10^{-4}$ , якщо реалізовано оптимальне когерентне приймання нефлюктуючих сигналів з амплітудною, частотною та фазовою маніпуляціями.

*Розв'язання.* Необхідне відношення сигнал/шум визначають із загальної формули

$$\begin{aligned} p_e &= 0,5 [1 - \Phi(\alpha)], \quad \alpha^2 = k_c q^2, \quad \Phi(\alpha) = \\ &= 1 - 2p_e = 1 - 2 \cdot 10^{-4} = 0,9998, \quad \alpha = 3,70; \end{aligned}$$

де  $\Phi(\alpha)$  - табульована функція Крампа;

$k_c = 2$  за  $\Phi M_n$ ,  $k_c = 1$  за  $ЧM_n$ ,  $k_c = 0,5$  за  $AM_n$ .

$$AM_n \quad \sqrt{\frac{q^2}{2}} = 3,70; \quad q^2 = \alpha^2 / k_c = 3,7^2 / 0,5 = 27,25 = 14,4 \text{ дБ};$$

$$ЧM_n \quad \sqrt{q^2} = 3,70; \quad q^2 = \alpha^2 / k_c = 3,7^2 / 1 = 13,70 = 11,4 \text{ дБ};$$

$$\Phi M_n \quad \sqrt{2q^2} = 3,70; \quad q^2 = \alpha^2 / k_c = 3,7^2 / 2 = 6,86 = 8,4 \text{ дБ}.$$

**Приклад 1.2.** Визначити необхідне відношення сигнал/шум  $q^2$  на вході оптимального некогерентного демодулятора нефлюктуючих сигналів з амплітудною і частотною маніпуляціями, якщо задана ймовірність помилки на один символ  $p_e = 10^{-4}$ .

*Розв'язання.* Необхідне відношення сигнал/шум визначають із загальної формули

$$p_e = 1/2 \exp(-k_c q^2), \quad k_c = 1/4 \text{ за } AM_n, \quad k_c = 1/2 \text{ за } ЧM_n;$$

$$q^2 = (1/k_c) \ln[1 / (2p_e)];$$

$$AM_n \quad q^2 = 4 \ln(5 \cdot 10^3) = 34,06 = 15,34 \text{ дБ};$$

$$ЧM_n \quad q^2 = 2 \ln(5 \cdot 10^3) = 17,03 = 12,34 \text{ дБ}.$$

**Приклад 1.3.** Визначити необхідне відношення сигнал/шум  $q^2$  на вході демодулятора автокореляційного приймача нефлюктуючих сигналів із відносною фазовою маніпуляцією, якщо задана ймовірність помилки на один символ  $p_e = 10^{-4}$ .

*Розв'язання.* Необхідне відношення сигнал/шум знайдемо з формули

$$p_e = \frac{1}{2} \exp(-q^2); \quad q^2 = \ln \frac{1}{2p_e} = \ln(5 \cdot 10^3) = 8,51 = 9,3 \text{ дБ.}$$

**Приклад 1.4.** Цифрова радіосистема призначена для передавання повідомлень дискретного джерела з ємністю алфавіту  $M$ . У системі використано рівномірне двійкове кодування, частотну маніпуляцію і некогерентний метод приймання сигналів. Амплітудні флуктуації сигналу відсутні. Задана ймовірність помилкового приймання повідомлень  $p_{ном}$ . Зіставити необхідні відношення сигнал/шум з передаванням повідомлень натуральним двійковим і завадостійким блочним кодом, який виправляє окремі помилки.  $M = 100$ ,  $p_{ном} = 10^{-6}$ .

*Розв'язання.* Для кодування натуральним двійковим кодом комбінація складається тільки з інформаційних символів і її довжина, тобто  $n = k = \log_2 M = 7$ . Допустиму ймовірність помилкового приймання одного символу  $p_e$  визначаємо з формули

$$p_{ном} = 1 - (1 - p_e)^n \approx np_e, \quad p_e = p_{ном} / n = 10^{-6} / 7 = 1,47 \cdot 10^{-7}.$$

Необхідне відношення сигнал/шум знаходимо з формули

$$p_e = \frac{1}{2} \exp(-q^2 / 2), \quad q_1^2 = 2 \ln \left( \frac{1}{2p_e} \right) = 30,07 = 14,8 \text{ дБ.}$$

Для кодування завадостійким кодом кількість контрольних символів  $r$ , визначена з формули  $2^r - 1 \geq k + r$ , дорівнює 4. Довжина кодової

комбінації  $n = 7 + 4 = 11$ . Допустиму ймовірність помилки на один символ визначаємо з формули

$$p_e = \sqrt{\frac{P_{ном}}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{10^{-6}}{11 \cdot 10}} = 9,5 \cdot 10^{-5}.$$

Необхідне відношення сигнал/шум дорівнює

$$q_2^2 = 2 \ln \left( \frac{1}{2 \cdot 9,5 \cdot 10^{-5}} \right) = 17,13 = 12,3 \text{ дБ.}$$

Отже, вигаш у відношенні сигнал/шум і потужності радіопередавача складає

$$q_1^2 - q_2^2 = 14,8 - 12,3 = 2,5 \text{ дБ.}$$

**Приклад 1.5.** Визначити необхідний коефіцієнт збільшення потужності радіопередавача для передавання сигналів каналом із повільними релєївськими завмираннями порівняно з каналом із постійними параметрами, якщо використано некогерентне приймання частотно-модульованих сигналів за середнього значення ймовірності помилки на один символ  $p_e = 10^{-4}$ .

*Розв'язання.* Відповідно до розв'язання прикладу 1.2 для некогерентного приймання нефлюктуючих ЧМ-сигналів, якщо  $p_e = 10^{-4}$  відношення сигнал/шум  $q^2 = 17,03 = 13,3$  дБ.

Для каналу з релєївськими завмираннями знайдемо відношення сигнал/шум  $\overline{q^2}$  з формули

$$\overline{p_e} = \frac{1}{2 + \overline{q^2}}, \quad \overline{q^2} = \frac{1 - 2\overline{p_e}}{\overline{p_e}} \approx \frac{1}{\overline{p_e}} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 = 40 \text{ дБ.}$$

Отже, потужність передавача необхідно збільшити у  $\overline{q^2} / q^2 = 10000 / 17,03 = 587$  разів, або на 27,7 дБ.

**Приклад 1.6.** У цифровій радіосистемі передавання інформації каналом із релеївськими завмираннями застосовано некогерентне приймання частотно-маніпульованих сигналів. Визначити енергетичний виграш для рознесеного приймання й автовибору вітки з найбільш потужним сигналом порівняно з одиничним прийманням, якщо задана середня ймовірність похибки на один символ  $\overline{p_e} = 10^{-4}$  і кількість віток рознесення  $n = 2$ .

*Розв'язання.* Середня ймовірність помилки для  $n$ -кратного рознесення

$$\overline{p_{en}} = n! / \left( 2 \prod_{i=1}^n \left( i + \overline{q^2} / 2 \right) \right).$$

$$n = 1, \quad \overline{p_{e1}} = \frac{1}{2 + \overline{q^2}}, \quad \overline{q^2} \approx \frac{1}{\overline{p_{e1}}} = 10^4 = 40 \text{ дБ};$$

$$n = 2, \quad \overline{p_{e2}} = \frac{2!}{2 \left( 1 + \overline{q^2} / 2 \right) \left( 2 + \overline{q^2} / 2 \right)} = \frac{1}{2 + 3 \left( \overline{q^2} / 2 \right) + \left( \overline{q^2} / 2 \right)^2};$$

$$\left( \overline{q^2} / 2 \right)^2 + 3 \left( \overline{q^2} / 2 \right) + 2 = \frac{1}{\overline{p_{e2}}} = 10^4;$$

$$\left( \overline{q^2} / 2 \right)^2 + 3 \left( \overline{q^2} / 2 \right) - 10000 = 0, \quad \overline{q^2} / 2 \approx 100, \quad \overline{q^2} = 200 = 23 \text{ дБ.}$$



Отже, для використання двократного рознесення можна зменшити потужність радіопередавача в 50 разів, або на 17 дБ.

**Приклад 1.7.** Обчислити потрібне значення відношення сигнал/завада на вході ідеального когерентного приймача 20 ортогональних сигналів, якщо необхідно забезпечити ймовірність  $p_e$  помилкового розрізнення сигналів не гірше  $10^{-4}$ .

*Розв'язання.* Для ідеального когерентного приймання  $m$ -ортогональних сигналів ймовірність помилки розрізнення

$$p_e \approx \frac{m-1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{N_0}} \right) \right].$$

$$\text{Звідси } \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{N_0}} \right) = 1 - \frac{2p_e}{m-1} = 1 - \frac{2 \cdot 10^{-4}}{19} = 0,99999.$$

Потрібне відношення сигнал/завада дорівнює

$$\frac{E}{N_0} = 4,4^2 = 19,36.$$

**Приклад 1.8.** Обчислити необхідне значення відношення сигнал/завада на вході вузькосмугового некогерентного приймача 20 ортогональних сигналів, яке забезпечує ймовірність  $p_e$  помилкового розрізнення сигналів не гірше  $10^{-4}$ .

*Розв'язання.* Для вузькосмугового некогерентного приймання  $m$ -ортогональних сигналів ймовірність помилки розрізнення  $p_e$

$$p_e \approx \frac{m-1}{2} \exp\left(-\frac{E}{4N_0}\right).$$

Звідси необхідне відношення сигнал/завада на вході має значення

$$\frac{E}{N_0} = 4 \ln \frac{m-1}{2p_e} = 4 \ln \frac{19}{2 \cdot 10^{-4}} = 45,84.$$

**Приклад 1.9.** Для передавання інформації каналом зв'язку з амплітудною, частотною та фазовою маніпуляціями необхідно забезпечити однакову ймовірність помилкового приймання символу. Приймання ідеальне. Імовірності появи символів 0 і 1 однакові. Визначити, яким має бути співвідношення середніх потужностей сигналів для цих трьох випадків.

*Розв'язання.* Під ідеальним прийманням розуміють випадок ідеального узгодження характеристик каналу зв'язку з параметрами сигналу та когерентного приймання. Відповідні формули мають вигляд

$$p_{eAM} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{2N_0}} \right) \right];$$

$$p_{eЧМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{N_0}} \right) \right];$$

$$p_{eФМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{2E}{N_0}} \right) \right].$$

При цьому

$$q^2 = E / N_0,$$

де  $E$  – енергія сигналу на вході,  $E = P_c \cdot T_c$ .

Тобто

$$p_{eAM} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{q^2 / 2} \right) \right],$$

$$p_{eЧМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{q^2} \right) \right],$$

$$p_{eФМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2q^2} \right) \right].$$

Тому для забезпечення рівних імовірностей помилкового приймання необхідно виконати умову

$$\frac{q_{AM}^2}{2} = q_{ЧМ}^2 = 2q_{ФМ}^2.$$

За амплітудної модуляції сигнал передає тільки один із символів (0 або 1), тому середня потужність дорівнює  $P_{сер} = P_c / 2$ .

Отже, відношення середніх потужностей повинно мати такий вигляд:

$$P_{серAM} = P_{серЧМ} = P_{серФМ}.$$

**Приклад 1.10.** Обчислити необхідне значення середньої потужності сигналу  $P_c$  на вході каналу для забезпечення допустимої ймовірності помилки  $p_e \leq 3 \cdot 10^{-5}$  для випадків використання амплітудної, частотної та фазової маніпуляцій для ідеального приймання. Спектральна густина завад  $N_0 = 0,1$  мВт/Гц. Тривалість сигналу  $T_c = 10^{-3}$  с.

*Розв'язання.* Під ідеальним прийманням розуміють випадок когерентного приймання за ідеального узгодження каналу зв'язку з параметрами сигналу.

При цьому

$$p_{eAM} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{q^2 / 2} \right) \right],$$

$$p_{eЧМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{q^2} \right) \right],$$

$$p_{eФМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2q^2} \right) \right].$$

У загальному вигляді

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\alpha) \right].$$

Обчислюємо необхідне значення аргумента  $\alpha$ :

$$\Phi(\alpha) = 1 - 2p_e = 1 - 0,0003 = 0,99997, \quad \alpha = 4,00.$$

За АМ  $q^2 / 2 = 16$ , за ЧМ  $q^2 = 16$ , за ФМ  $2q^2 = 16$ .

Оскільки  $q^2 = E / N_0$ , то

$$E_{AM} = 32N_0 = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} \cdot \text{с},$$

$$E_{ЧМ} = 16N_0 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} \cdot \text{с},$$

$$E_{ФМ} = 8N_0 = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} \cdot \text{с}.$$

Потужність сигналу  $P_c$  на вході

$$E = P_c \cdot T_c, P_c = E / T_c.$$

Отже,

$$P_{cAM} = \frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 3,2 \text{ Вт},$$

$$P_{cЧМ} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 1,6 \text{ Вт},$$

$$P_{cФМ} = \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 0,8 \text{ Вт}.$$

За умов амплітудної модуляції за однакової імовірності появи символів середня потужність удвічі менша від потужності одного сигналу, а за частотної і фазової модуляції дорівнює їй.

Отже, остаточно

$$P_{серAM} = 1,6 \text{ Вт}, P_{серЧМ} = 1,6 \text{ Вт}, P_{серФМ} = 0,8 \text{ Вт}.$$

**Приклад 1.11.** У скільки разів необхідно збільшити середню потужність передавача, щоб для ідеального приймання ЧМ-сигналів імовірність помилки знизилася від  $10^{-3}$  до  $10^{-5}$ ?

*Розв'язання.* Для ідеального приймання (когерентне приймання за ідеального узгодження характеристик каналу зв'язку з параметрами сигналу) імовірність помилки дорівнює

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{q^2} \right) \right].$$

Звідси

$$\Phi(\sqrt{q^2}) = 1 - 2p_e, \quad \Phi(\sqrt{q_1^2}) = 1 - 2 \cdot 10^{-3} = 0,998;$$

$$\Phi(\sqrt{q_2^2}) = 1 - 2 \cdot 10^{-5} = 0,99998;$$

$$\sqrt{q_1^2} = 3,10; \quad \sqrt{q_2^2} = 3,90.$$

Оскільки потужність передавача  $P_c$  прямо пропорційна відношенню сигнал шум на вході приймача, для зменшення ймовірності помилки до  $10^{-5}$  потужність передавача необхідно збільшити у

$$\frac{P_{c2}}{P_{c1}} = \frac{q_2^2}{q_1^2} = \frac{3,9^2}{3,1^2} = 1,58 \text{ рази.}$$

**Приклад 1.12.** У скільки разів необхідно збільшити середню потужність передавача, щоб для ідеального приймання ФМ-сигналів ймовірність помилки зменшилася з  $10^{-2}$  до  $10^{-5}$ ?

*Розв'язання.* Для ідеального приймання (когерентне приймання за ідеального узгодження характеристик каналу зв'язку з параметрами сигналу) ймовірність помилки

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{2q^2}) \right].$$

Звідси

$$\Phi(\sqrt{q^2}) = 1 - 2p_e,$$

$$\Phi(\sqrt{q_1^2}) = 1 - 2 \cdot 10^{-2} = 0,98; \quad \Phi(\sqrt{q_2^2}) = 1 - 2 \cdot 10^{-5} = 0,99998;$$

$$\sqrt{q_1^2} = 2,35 \quad \sqrt{q_2^2} = 3,90.$$

Оскільки потужність передавача  $P_c$  прямо пропорційна відношенню сигнал/шум на вході приймача, для зменшення ймовірності помилки до  $10^{-5}$  потужність передавача необхідно збільшити у

$$\frac{P_{c2}}{P_{c1}} = \frac{2q_2^2}{2q_1^2} = 2,75 \text{ рази.}$$

**Приклад 1.13.** У каналі зв'язку з пропускною здатністю  $C = 1000$  біт/с передають інформацію за середньої потужності сигналу  $P_c = 4$  Вт і спектральної густини завад  $N_0 = 10^{-3}$  Вт/Гц. Використано частотну модуляцію та ідеальне приймання. Визначити можливу швидкість модуляції  $B$  у цьому каналі.

*Розв'язання.* Для ідеального приймання (когерентне приймання та ідеальне узгодження характеристик каналу з параметрами сигналу) пропускна здатність

$$C = \Delta f_c \log \left( \alpha \frac{P_c}{P_{ш}} + 1 \right).$$

За умов частотної маніпуляції  $\Delta f_c = 2,2 \dots 2,4$  В, за ідеального приймання  $\frac{P_c}{P_{ш}} = \frac{E}{N_0} = \frac{P_c \cdot T_c}{N_0} = \frac{P_c}{B \cdot N_0}$ , за синусоїдальних сигналів

$$\alpha = 0,3.$$

Тоді

$$C = 2,4B \log \left( \frac{0,3 \cdot P_c}{B \cdot N_0} + 1 \right),$$
$$2,4B \log \left( \frac{0,3 \cdot 4}{B \cdot 10^{-3}} + 1 \right) = 1000,$$
$$2,4B \log \left( \frac{1,2 \cdot 10^3}{B} + 1 \right) = 1000,$$
$$\log \left( \frac{1,2 \cdot 10^3}{B} + 1 \right) = \frac{416}{B}.$$

Це трансцендентне рівняння, розв'язок якого може бути отримано різними способами.

Відповідь:  $B = 120$  Бод.

**Приклад 1.14.** Лінією зв'язку зі швидкістю модуляції  $B = 100$  Бод передають двійкові ФМ-сигнали. Для ідеального приймання ймовірність спотворення символу  $p_e = 10^{-4}$ . Середня потужність сигналу на вході приймача  $P_c = 1$  мВт. Визначити, яка при цьому густина завади, що діє в каналі зв'язку.

*Розв'язання.* Для ідеального приймання (когерентне приймання за ідеального узгодження характеристик каналу з параметрами сигналу) ймовірність помилки за фазової модуляції

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{2E}{N_0}} \right) \right],$$

де  $E = P_c \cdot T_c = P_c / B$ .



Звідси

$$\Phi\left(\sqrt{\frac{2P_c}{B \cdot N_0}}\right) = 1 - 2p_e = 1 - 2 \cdot 10^{-4} = 0,9998;$$

$$\sqrt{\frac{2P_c}{B \cdot N_0}} = 3,7; \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot N_0}} = 3,7; N_0 = 1,46 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/Гц.}$$

**Приклад 1.15.** Лінією зв'язку передають інформацію. Швидкість модуляції  $B = 100$  Бод. Середня потужність сигналу на вході приймального пристрою дорівнює  $0,1$  Вт. Питома потужність завади  $N_0 = 2 \cdot 10^{-4}$  Вт/Гц. Визначити ймовірність помилки для ідеального приймання й амплітудної модуляції.

*Розв'язання.* Для ідеального приймання (когерентне приймання та ідеальне узгодження характеристик каналу з параметрами сигналу) ймовірність помилки за амплітудної модуляції

$$p_{eAM} = 0,5 \left[ 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{q^2}{2}}\right) \right],$$

$$\text{де } q^2 = \frac{E}{N_0} = \frac{P_c \cdot T_c}{N_0} = \frac{2P_{сер}}{N_0 \cdot B} = \frac{2 \cdot 0,1}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 100} = 10,$$

отже,

$$p_{eAM} = 0,5 [1 - \Phi(2,23)] = 0,5(1 - 0,974) = 1,3 \cdot 10^{-2}.$$

**Приклад 1.16.** Визначити, у скільки разів збільшується вірогідність приймання двійкових амплітудно- і частотно-модульованих сигналів з

переходом від вузькосмугового некогерентного приймання до вузькосмугового когерентного приймання, якщо відношення енергії сигналу до питомої густини потужності завад на вході приймача дорівнює 20.

*Розв'язання.* Підвищення вірогідності приймання оцінюють величиною відносного зменшення ймовірності помилки:

$$P_{\text{енког}} / P_{\text{еког}}.$$

Для вузькосмугового некогерентного приймання амплітудно-модульованих і частотно-модульованих сигналів імовірність помилки

$$P_{\text{енког AM}} = 0,5 \exp(-q^2 / 4) = 0,5 \exp(-2,5) = 4,1 \cdot 10^{-2};$$

$$P_{\text{енког ЧМ}} = 0,5 \exp(-q^2 / 2) = 0,5 \exp(-5) = 3,4 \cdot 10^{-3}.$$

Для вузькосмугового когерентного приймання ймовірність помилки

$$P_{\text{еког AM}} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{q^2}{2}} \right) \right] = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{5}) \right] = 1,3 \cdot 10^{-2};$$

$$P_{\text{еког ЧМ}} = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{q^2}) \right] = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{10}) \right] = 1 \cdot 10^{-3}.$$

Вірогідність приймання підвищується за амплітудної модуляції у

$$\frac{P_{\text{енког AM}}}{P_{\text{еког AM}}} = 3,15 \text{ раз, за частотної модуляції - у } \frac{P_{\text{енког ЧМ}}}{P_{\text{еког ЧМ}}} = 3,4 \text{ раз.}$$

**Приклад 1.17.** Визначити, у скільки разів підвищується вірогідність приймання двійкових амплітудно- і частотно-модульованих сигналів з

переходом від вузькосмугового некогерентного приймання до ідеального, якщо відношення енергії сигналу до питомої густини потужності завад на вході приймача дорівнює 20.

*Розв'язання.* Підвищення вірогідності приймання оцінюють величиною відносного зменшення ймовірності помилки  $P_{е\text{неког}} / P_e$ .

Для вузькосмугового некогерентного приймання амплітудно-модульованих і частотно-модульованих сигналів імовірність помилки

$$P_{е\text{неког} AM} = 0,5 \exp(-q^2 / 4) = 0,5 \exp(-2,5) = 4,1 \cdot 10^{-2},$$

$$P_{е\text{неког} ЧМ} = 0,5 \exp(-q^2 / 2) = 0,5 \exp(-5) = 3,4 \cdot 10^{-3}.$$

Для ідеального приймання ймовірність помилки

$$P_{e AM} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{2N_0}} \right) \right] = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{10}) \right] = 1 \cdot 10^{-3};$$

$$P_{e ЧМ} = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E}{N_0}} \right) \right] = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{20}) \right] = 5 \cdot 10^{-6}.$$

Вірогідність приймання підвищується за амплітудної модуляції у

$$\frac{P_{е\text{неког} AM}}{P_{e AM}} = 51 \text{ раз, за частотної модуляції - у } \frac{P_{е\text{неког} ЧМ}}{P_{e ЧМ}} = 1360 \text{ разів.}$$

**Приклад 1.18.** Визначити співвідношення потужностей сигналу на виході лінійної частини приймача для забезпечення ймовірності помилкового приймання  $P_e = 10^{-4}$  для приймання методом порівняння фаз (ВФМ-1) і методом порівняння полярностей (ВФМ-2).

*Розв'язання.* Для приймання методом порівняння фаз імовірність помилкового приймання символу

$$p_e = 0,5 \exp(-q^2).$$

$$\text{Звідси } q_{ВФМ-1}^2 = \ln\left(\frac{1}{2p_e}\right) = \ln(5 \cdot 10^3) = 8,51.$$

Для приймання методом порівняння полярностей імовірність помилковою приймання символу

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi\left(\sqrt{2q^2}\right) \right].$$

Звідси

$$\Phi\left(\sqrt{2q^2}\right) = \sqrt{1 - 2p_e} = \sqrt{1 - 2 \cdot 10^{-4}} = 0,9999;$$

$$\sqrt{2q^2} = 3,90; \quad q_{ВФМ-2}^2 = 7,6.$$

Співвідношення потужностей на виході лінійної частини приймача дорівнює

$$\frac{P_{с ВФМ-1}}{P_{с ВФМ-2}} = \frac{q_{ВФМ-1}^2}{q_{ВФМ-2}^2} = \frac{8,51}{7,6} = 1,12.$$

**Приклад 1.19.** Визначити ймовірність помилкового приймання сигналу з фазовою модуляцією для ідеального когерентного приймання, якщо амплітуда сигналу  $A$  на виході узгодженого фільтра дорівнює 10 мВ,

а спектральна густина шуму  $N_0 = 10^{-11}$  Вт/Гц. Потужність сигналу й енергія нормовані на 1 Ом. Швидкість модуляції  $B = 1$  Мбіт/с.

*Розв'язання.* Імовірність помилки для приймання сигналу ФМ на ідеальний узгоджений фільтр

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2E/N_0} \right) \right],$$

$$\text{де } E = \frac{A^2}{2} \cdot T, T = \frac{1}{B}.$$

Отже,

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 10^{-11}} \right) \right] = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{10} \right) \right] = 8 \cdot 10^{-4}.$$

**Приклад 1.20.** Лінією зв'язку передають двійкові сигнали з імовірністю помилки  $p_e = 5 \cdot 10^{-3}$ . Застосовано відносну фазову модуляцію і приймання методом порівняння полярностей (ВФМ-2). Визначити необхідне відношення сигнал/шум на виході лінійної частини приймача.

*Розв'язання.* Для приймання сигналів ВФМ методом порівняння полярностей імовірність помилки

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2q^2} \right) \right].$$

Звідси

$$\Phi \left( \sqrt{2q^2} \right) = \sqrt{1 - 2p_e} = \sqrt{1 - 0,01} = 0,99498;$$

$$\sqrt{2q^2} = 2,80; q^2 = 3,92.$$

**Приклад 1.21.** Для передавання даних каналом зв'язку використано відносну фазову маніпуляцію. У приймачі реалізовано вузькосмугове приймання і метод порівняння полярностей (ВФМ-2). Повідомлення передають 20-розрядними кодovими комбінаціями. Визначити необхідне відношення сигнал/шум на вході приймача, яке забезпечує ймовірність помилкового приймання кожної кодової комбінації не більше  $2 \cdot 10^{-3}$ . Помилки в розрядах кодової комбінації вважати взаємозалежними.

*Розв'язання.* Для приймання сигналів ВФМ методом порівняння полярностей імовірність помилкового приймання одного символу кодової комбінації

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2q^2} \right) \right].$$

Імовірність помилкового приймання кодової комбінації для взаємозалежних помилок у розрядах

$$p_{ном} = 1 - (1 - p_e)^n,$$

де  $n$  – кількість розрядів кодової комбінації.

Для нормальної роботи системи зв'язку має бути виконано співвідношення  $p_e \ll 1$ .

Тоді

$$p_{ном} \approx 1 - 1 + np_e = np_e; p_e = \frac{p_{ном}}{n} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{20} = 10^{-4}.$$

$$\Phi(\sqrt{2q^2}) = \sqrt{1-2p_e} = \sqrt{1-2 \cdot 10^{-4}} = 0,9999,$$

$$\sqrt{2q^2} = 3,9; q^2 = 7,6; \frac{E}{N_0} = 15,5.$$

**Приклад 1.22.** Системи передавання двійкової інформації, які використовують ВФМ і ДВФМ, для рівних середніх потужностей сигналу і спектральної густини потужності флукуаційних завад забезпечують однакову ймовірність помилкового приймання символу. Приймання вузькосмугове за методом порівняння фаз. Визначити співвідношення швидкостей передавання інформаційних символів для цих систем.

*Розв'язання.* Для приймання сигналів за методом порівняння фаз імовірності помилок за ВФМ-1 і ДВФМ-1

$$P_{e \text{ ВФМ-1}} = 0,5 \exp(-q_1^2),$$

$$P_{e \text{ ДВФМ-1}} = 0,5 \exp(-q_2^2 / 2),$$

$$q_1^2 = \frac{P_c}{P_{u1}} = \frac{P_c}{N_0 \Delta f_{c1}} = \frac{P_c}{N_0 \cdot 1,2B_1},$$

$$q_2^2 = \frac{P_c}{P_{u2}} = \frac{P_c}{N_0 \Delta f_{c2}} = \frac{P_c}{N_0 \cdot 0,6B_2}.$$

Для забезпечення однакових імовірностей помилкового приймання

$P_{e \text{ ВФМ-1}} = P_{e \text{ ДВФМ-1}}$  необхідно виконати умову  $q_1^2 = q_2^2 / 2$ :

$$\frac{P_c}{N_0 \cdot 1,2B_1} = \frac{P_c}{2N_0 \cdot 0,6B_2}.$$

Тобто швидкості передавання символів у цих двох системах однакові  $B_1 = B_2$ , але перевага в тому, що в системі ДВФМ - смуга вдвічі вузча.

**Приклад 1.23.** Визначити, яке відношення сигнал/шум у каналі у випадку використання некогерентного приймання ЧМ, якщо передавання символів 0 та 1 рівноймовірне, швидкість модуляції  $B$  дорівнює 1000 Бод, а пропускна здатність каналу  $C = 850$  біт/с.

*Розв'язання.* Пропускна здатність двійкового симетричного каналу

$$C = B[1 + p_e \log p_e + (1 - p_e) \log(1 - p_e)].$$

Відношення сигнал/шум  $q^2$  для випадку некогерентного приймання ЧМ

$$p_e = 0,5 \exp(-q^2 / 2), \quad q^2 = 2 \ln \left( \frac{1}{2p_e} \right).$$

Спочатку потрібно визначити  $p_e$  з формули для пропускної здатності:

$$p_e \log p_e + (1 - p_e) \log(1 - p_e) = (C/B) - 1;$$

$$-p_e \log p_e - (1 - p_e) \log(1 - p_e) = 0,15.$$

Ліва частина рівняння за формою збігається з формулою ентропії двійкових повідомлень  $H(X)$ , тому значення  $p_e$  може бути запозичене з таблиці в додатку Б:

$$p_e = 0,03.$$



Остаточно

$$q^2 = 2 \ln \left( \frac{1}{2 \cdot 0,03} \right) = 5,63.$$

**Приклад 1.24.** Визначити, яке відношення сигнал/шум у каналі у випадку використання ВФМ на прийманні методом порівняння фаз, якщо передавання сигналів 0 та 1 рівноймовірне, швидкість модуляції  $B$  дорівнює 1100 Бод, а пропускна здатність каналу  $C = 950$  біт/с.

*Розв'язання.* Використовуючи методику розв'язання, наведену у прикладі 1.23, маємо

$$-p_e \log p_e - (1 - p_e) \log (1 - p_e) = 1 - 950 / 1100 = 0,1364.$$

З таблиці в додатку Б  $p_e = 0,02$ .

Для прийманні ВФМ методом порівняння фаз

$$p_e = 0,5 \exp(-q^2).$$

Звідси

$$q^2 = \ln \left( \frac{1}{2p_e} \right) = \ln \left( \frac{1}{2 \cdot 0,02} \right) = 3,22.$$

**Приклад 1.25.** Визначити, яке відношення сигнал/шум у каналі у випадку ДВФМ і прийманні методом порівняння полярностей, якщо символи 1 і 0 рівноймовірні. Пропускна здатність каналу дорівнює  $C = 1100$  біт/с, швидкість модуляції  $B = 1200$  Бод.

*Розв'язання.* Пропускна здатність двійкового симетричного каналу зв'язку

$$C = B[1 + p_e \log p_e + (1 - p_e) \log(1 - p_e)];$$

$$-p_e \log p_e - (1 - p_e) \log(1 - p_e) = 1 - 1100 / 1200 = 0,0834.$$

З таблиці в додатку Б  $p_e = 0,01$ .

Для приймання ДВФМ методом порівняння полярностей

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{q^2}) \right].$$

$$\Phi(\sqrt{q^2}) = \sqrt{1 - 2p_e} = 0,9899;$$

$$\sqrt{q^2} = 2,55; q^2 = 6,5.$$

**Приклад 1.26.** Визначити необхідне відношення сигнал/шум за напругою для забезпечення ймовірності помилки  $p_e = 10^{-4}$  у випадку використання ВФМ і приймання методом порівняння фаз (ВФМ-1) і методом порівняння полярностей (ВФМ-2) у вузькосмуговому каналі зв'язку.

*Розв'язання.* Для приймання методом порівняння фаз

$$p_e = 0,5 \exp(-q^2), q^2 = \ln\left(\frac{1}{2p_e}\right), q = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{2 \cdot 10^{-4}}\right)} = 2,92.$$

Для приймання методом порівняння полярностей

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{2q^2}) \right]; \Phi(\sqrt{2q^2}) = \sqrt{1 - 2p_e};$$

$$\Phi(\sqrt{2q^2}) = \sqrt{1 - 2 \cdot 10^{-4}}; \sqrt{2q^2} = 3,90; q = 2,76.$$

**Приклад 1.27.** Визначити пропускну здатність двійкового симетричного каналу зв'язку, яким передають двійкові ВФМ-сигнали і використовують вузькосмугове приймання методом порівняння полярностей, якщо швидкість модуляції 1800 Бод, відношення сигнал/шум  $q$  за напругою на виході лінійної частини приймача дорівнює 2.

*Розв'язання.* Пропускна здатність двійкового симетричного каналу

$$C = B[1 + p_e \log p_e + (1 - p_e) \log(1 - p_e)].$$

Імовірність помилкового приймання в такій системі

$$p_e = 0,5 \left[ 1 - \Phi(\sqrt{2q^2}) \right] = 0,5 [1 - \Phi(2,82)] = 0,5 [1 - 0,9949] = 2,55 \cdot 10^{-3}.$$

Тоді

$$\begin{aligned} C &= 1800 [1 - 0,00255 \cdot \log 0,00255 + (1 - 0,00255) \log(1 - 0,00255)] = \\ &= 1800(1 - 0,0257) = 1754 \text{ біт/с.} \end{aligned}$$

**Приклад 1.28.** Для підвищення вірогідності приймання інформації кожна послідовність передається каналом тричі. Визначити, у скільки разів підвищується в цьому випадку вірогідність приймання сигналів ВФМ методом порівняння фаз порівняно з некогерентною ЧМ за відношення сигнал/шум у каналі зв'язку за потужністю  $q^2 = 10$ . Помилки вважати незалежними.

*Розв'язання.* Для некогерентного приймання сигналів ЧМ імовірність помилки

$$p_e = 0,5 \exp(-q^2 / 2) = 0,00674;$$

для приймання сигналів ВФМ методом порівняння фаз

$$p_e = 0,5 \exp(-q^2) = 0,000045.$$

За кількарразового повторення посилок рішення ухвалюють за методом більшості. Отже, для трикратного повторення рішення ухвалюють на користь того символу, який повторився щонайменше двічі. Тож імовірність помилки в цьому випадку дорівнює  $p_e^2$ .

Тоді

$$\frac{p_{e\text{ЧМ}}^2}{p_{e\text{ВФМ}}^2} = \frac{(6,74 \cdot 10^{-3})^2}{(4,5 \cdot 10^{-5})^2} = 2,25 \cdot 10^{-4}.$$

**Приклад 1.29.** Обчислити ймовірність помилки в каналі з релієвськими завмираннями для використання ФМ і вузькосмугового приймання, якщо відношення сигнал/шум на вході демодулятора  $q^2 = 100$ .

*Розв'язання.* Імовірність помилки

$$p_{e\text{ФМ}} = 0,5 \left( 1 - \sqrt{\frac{q^2}{1+q^2}} \right) = 0,5 \left( 1 - \sqrt{\frac{100}{1+100}} \right) = 0,0025.$$

**Приклад 1.30.** Обчислити ймовірність помилки в каналі з релієвськими замираннями для використання ВФМ і вузькосмугового приймання методами порівняння фаз і порівняння полярностей, якщо відношення сигнал/шум на вході демодулятора  $q^2 = 100$ .

*Розв'язання.* Імовірність помилки для приймання методом порівняння фаз

$$P_{e \text{ ВФМ-1}} = \frac{1}{2(1+q^2)} = \frac{1}{2(1+100)} = 0,0049;$$

для приймання методом порівняння полярностей

$$P_{e \text{ ВФМ-2}} = \frac{1}{2+3q^2} = \frac{1}{2+3 \cdot 100} = 0,0033.$$

**Приклад 1.31.** Обчислити ймовірність помилки в каналі з релієвськими замираннями для використання АМ і некогерентного вузькосмугового приймання, якщо відношення сигнал/шум на вході демодулятора  $q^2 = 100$ .

*Розв'язання.* Імовірність помилки

$$\begin{aligned} P_{e \text{ неког АМ}} &= 0,5 \left[ 1 - \exp\left(\frac{-q^2}{4}\right) - \exp\left(\frac{-q^2}{4(1+q^2)}\right) \right] = \\ &= 0,5 \left[ 1 - \exp\left(\frac{-100}{4(1+100)}\right) \right] = 0,1101. \end{aligned}$$

**Приклад 1.32.** Обчислити ймовірність помилки в каналі з релєївськими завмираннями для використання АМ і когерентного вузькосмугового приймання, якщо відношення сигнал/шум на вході демодулятора  $q^2 = 100$ .

*Розв'язання.* Ймовірність помилки

$$P_{e\text{ког АМ}} = 0,5 \left( 1 - \sqrt{\frac{q^2}{4 + q^2}} \right) = 0,5 \left( 1 - \sqrt{\frac{100}{104}} \right) = 0,00975.$$

**Приклад 1.33.** Обчислити ймовірність помилки в каналі з релєївськими завмираннями для використання ЧМ і когерентного вузькосмугового приймання, якщо відношення сигнал/шум на вході демодулятора  $q^2 = 100$ .

*Розв'язання.* Ймовірність помилки

$$P_{e\text{ког ЧМ}} = 0,5 \left( 1 - \sqrt{\frac{q^2}{2 + q^2}} \right) = 0,5 \left( 1 - \sqrt{\frac{100}{102}} \right) = 0,00495.$$

**Приклад 1.34.** Обчислити ймовірність помилки в каналі з релєївськими завмираннями для використання ЧМ і некогерентного вузькосмугового приймання, якщо відношення сигнал/шум на вході демодулятора  $q^2 = 100$ .

*Розв'язання.* Ймовірність помилки

$$P_{e\text{неког ЧМ}} = \frac{1}{2 + q^2} = \frac{1}{2 + 100} = 0,0098.$$

**Література [1-4].**

### 1.3 Задачі для самостійного розв'язання

**Задача 1.1.** Обчислити ймовірність помилок для оптимального когерентного приймання 30 ортогональних сигналів, якщо потужність сигналів на вході когерентного демодулятора  $P_c$ , спектральна густина завади  $N_0$ , швидкість передавання  $B$  (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_c$ , Вт	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$N_0$ , Вт/Гц	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-10}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-10}$
$B$ , Бод	100	200	300	400	500	100	200	300	400	500

**Задача 1.2.** Порівняти і оцінити завадостійкість методу некогерентного вузькосмугового приймання сигналів ЧМ з прийманням ВФМ і ДФВМ з обробкою методом порівняння полярностей, якщо відношення сигнал/шум на виході лінійної системи приймача за напругою дорівнює  $q$  (таблиця 1.2).

Таблиця 1.2 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$q$	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8

**Задача 1.3.** Обчислити ймовірність помилок для оптимального некогерентного приймання 20 ортогональних сигналів із частотною маніпуляцією, якщо потужність сигналів на вході некогерентного демодулятора  $P_c$ , спектральна густина завади  $N_0$ , швидкість передавання  $B$  (таблиця 1.3).

Таблиця 1.3 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_c$ , Вт	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$N_0$ , Вт/Гц	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$
$B$ , Бод	100	200	300	400	500	100	200	300	400	500

**Задача 1.4.** Обчислити ймовірність помилок для оптимального некогерентного приймання 20 ортогональних сигналів із випадковою початковою фазою і флюктуючою амплітудою, якщо середня потужність сигналів на вході некогерентного демодулятора  $P_c$ , спектральна густина завади  $N_0$ , швидкість передавання  $B$  (таблиця 1.4).

Таблиця 1.4 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_c$ , Вт	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$N_0$ , Вт/Гц	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$
$B$ , Бод	100	200	300	400	500	100	200	300	400	500

**Задача 1.5.** Визначити, яке відношення  $q^2$  сигнал/шум у каналі у випадку використання некогерентного вузькосмугового приймання АМ, якщо передавання символів 0 та 1 рівноймовірне, швидкість модуляції дорівнює  $B$ , а пропускна здатність каналу  $C$  (таблиця 1.5).

Таблиця 1.5 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$B$ , Бод	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
$C$ , біт/с	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800



**Задача 1.6.** Визначити, яке відношення сигнал/шум у каналі у випадку використання ВФМ та приймання методом порівняння полярностей, якщо передавання символів 0 та 1 рівноймовірне, швидкість модуляції  $B$ , а пропускна здатність каналу  $C$  (таблиця 1.6).

Таблиця 1.6 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$B$ , Бод	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
$C$ , біт/с	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800

**Задача 1.7.** Визначити, яке відношення сигнал/шум у каналі у випадку використання ДВФМ і приймання методом порівняння полярностей, якщо передавання символів 0 та 1 рівноймовірне, швидкість модуляції  $B$ , а пропускна здатність каналу  $C$  (таблиця 1.7).

Таблиця 1.7 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$B$ , Бод	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
$C$ , біт/с	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800

**Задача 1.8.** Для підвищення вірогідності приймання інформації використано мажоритарний принцип ухвалення рішення для трикратного повторення кожної послідовності. Визначити, у скільки разів підвищується у цьому випадку вірогідність приймання сигналів за використання ЧМ із вузькосмуговим некогерентним прийманням порівняно з некогерентною АМ за відношення сигнал/шум у каналі зв'язку за потужністю  $q^2$  (таблиця 1.8). Помилки вважати незалежними.

Таблиця 1.8 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$q^2$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

**Задача 1.9.** Визначити, у скільки разів підвищується вірогідність приймання двійкових амплітудно- і частотно-модульованих сигналів з переходом від вузькосмугового некогерентного приймання до ідеального, якщо відношення енергії сигналу до питомої густини потужності завад на вході приймача  $E / N_0$  (таблиця 1.9).

Таблиця 1.9 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$E / N_0$	10	15	20	25	30	34	40	45	50	55

**Задача 1.10.** Визначити співвідношення потужностей сигналу на виході лінійної частини приймача для забезпечення ймовірності помилкового приймання  $p_e$  для приймання методом порівняння фаз (ВФМ-1) і методом порівняння полярностей (ВФМ-2) (таблиця 1.10).

Таблиця 1.10 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-5}$

**Задача 1.11.** Лінією зв'язку передають інформацію. Швидкість модуляції  $B$ , Бод. Середня потужність сигналу на вході приймального пристрою дорівнює  $P_c$ , Вт. Питома потужність завади  $N_0$ , Вт/Гц

(таблиця 1.11). Визначити ймовірність помилки для ідеального приймання амплітудної модуляції.

Таблиця 1.11 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$B$ , Бод	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
$P_c$ , Вт	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
$N_0$ , Вт/Гц	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$

**Задача 1.12.** Визначити, у скільки разів підвищується вірогідність приймання двійкових амплітудно- і частотно-модульованих сигналів з переходом від вузькосмугового некогерентного приймання до вузькосмугового когерентного приймання, якщо відношення енергії сигналу до питомої густини потужності завад на вході приймача дорівнює  $E / N_0$  (таблиця 1.12).

Таблиця 1.12 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$E / N_0$	10	15	20	25	30	34	40	45	50	55

**Задача 1.13.** Лінією зв'язку передають двійкові сигнали з імовірністю помилки  $p_e$ . Застосовано відносну фазову модуляцію приймання методом порівняння полярностей (ВФМ-2) (таблиця 1.13). Визначити необхідне відношення сигнал/шум на виході лінійної частини приймача.

Таблиця 1.13 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-7}$

**Задача 1.14.** Знайти ймовірність помилкового приймання сигналу з фазовою модуляцією для ідеального когерентного приймання, якщо амплітуда сигналу на виході узгодженого фільтра дорівнює  $A$ , а спектральна густина шуму  $N_0$ . Потужність сигналу й енергія нормовані на 1 Ом. Швидкість модуляції  $B$  (таблиця 1.14).

Таблиця 1.14 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A$ , мВ	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
$N_0$ , Вт/Гц	$10^{-11}$	$10^{-12}$	$10^{-11}$	$10^{-12}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$	$10^{-12}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$	$10^{-12}$
$B$ , Мбіт/с	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0

**Задача 1.15.** Для передавання даних каналом зв'язку використано відносну фазову модуляцію. У приймачі реалізовано вузькосмугове приймання і метод порівняння полярностей (ВФМ-2). Повідомлення передають  $n$ -розрядними кодовими комбінаціями. Визначити необхідне відношення сигнал/шум на вході приймача, яке забезпечує ймовірність помилкового приймання кожної кодової комбінації не більше  $P_{ном}$  (таблиця 1.15). Помилки в розрядах кодової, комбінації вважати незалежними.

Таблиця 1.15 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$P_{ном}$	$10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$10^{-5}$

**Задача 1.16.** Визначити кількість розрядів у кодовій комбінації  $n$ , якщо за відношення сигнал/шум на вході  $E / N_0$  для використання

відносної фазової маніпуляції і вузькосмугового приймання методом порівняння фаз імовірність помилкового приймання кодової комбінації за взаємонезалежних помилок дорівнює  $p_{ном}$  (таблиця 1.16).

Таблиця 1.16 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$E / N_0$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$p_{ном}$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$

**Задача 1.17.** У скільки разів необхідно збільшити середню потужність передавача, щоб для ідеального приймання ЧМ-сигналів імовірність помилки знизилась від  $p_{e1}$  до  $p_{e2}$  (таблиця 1.17)?

Таблиця 1.17 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_{e1}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$p_{e2}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$

**Задача 1.18.** У скільки разів необхідно збільшити середню потужність передавача, щоб для ідеального приймання ФМ-сигналів імовірність помилки зменшилась від  $p_{e1}$  до  $p_{e2}$  (таблиця 1.18)?

Таблиця 1.18 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_{e1}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$p_{e2}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$

**Задача 1.19.** Обчислити необхідне значення середньої потужності сигналу  $P_c$  на вході каналу для забезпечення допустимої ймовірності помилки  $p_e$  для випадків використання амплітудної, частотної та фазової маніпуляцій за ідеального приймання, якщо задані спектральна густина нормального «білого» шуму  $N_0$  і тривалість сигналу  $T_c$  (таблиця 1.19).

Таблиця 1.19 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$
$N_0$ , мВт/Гц	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$T_c$ , мкс	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

**Задача 1.20.** Лінією зв'язку зі швидкістю модуляції  $B$  передають двійкові ФМ-сигнали. Для ідеального приймання ймовірність спотворення символу  $p_e$ . Середня потужність сигналу на вході приймача  $P_c$  (таблиця 1.20). Визначити, чому дорівнює густина завади  $N_0$ , що діє в каналі зв'язку.

Таблиця 1.20 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$B$ , біт/с	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
$p_e$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$
$P_c$ , мВт	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2

**Задача 1.21.** Обчислити необхідне відношення сигнал/шум на вході демодулятора приймача в каналі з релеївськими завмираннями за

використання ФМ і вузькосмугового приймання, якщо задана ймовірність помилки  $p_e$  (таблиця 1.21).

Таблиця 1.21 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$

**Задача 1.22.** Обчислити необхідне відношення сигнал/шум на вході демодулятора приймача в каналі з релеївськими завмираннями за використання ВФМ і вузькосмугового приймання методами порівняння фаз і порівняння полярностей, якщо задана ймовірність помилки  $p_e$  (таблиця 1.22).

Таблиця 1.22 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$

**Задача 1.23.** Обчислити необхідне відношення сигнал/шум на вході демодулятора приймача в каналі з релеївськими завмираннями за використання АМ і вузькосмугового некогерентного приймання, якщо задана ймовірність помилки  $p_e$  (таблиця 1.23).

Таблиця 1.23 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$

**Задача 1.24.** Обчислити необхідне відношення сигнал/шум на вході демодулятора приймача в каналі з релієвськими завмираннями за використання АМ і вузькосмугового когерентного приймання, якщо задана ймовірність помилки  $p_e$  (таблиця 1.24).

Таблиця 1.24 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$

**Задача 1.25.** Обчислити необхідне відношення сигнал/шум на вході демодулятора приймача в каналі з релієвськими завмираннями за використання ЧМ і вузькосмугового когерентного приймання, якщо задана ймовірність помилки  $p_e$  (таблиця 1.25).

Таблиця 1.25 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$

**Задача 1.26.** Обчислити необхідне відношення сигнал/шум на вході демодулятора приймача в каналі з релієвськими завмираннями за використання ЧМ і вузькосмугового некогерентного приймання, якщо задана ймовірність помилки  $p_e$  (таблиця 1.26).

Таблиця 1.26 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$



## Контрольні запитання

- 1 Що є критерієм близькості переданого та прийнятого дискретних повідомлень?
- 2 Дискретний приймач інформації. Дайте визначення завадостійкості системи, демодулятора, правила розв'язання, вирішальної схеми, ідеальному приймачу.
- 3 Критерії якості та правила приймання дискретних повідомлень. Критерій ідеального спостерігача.
- 4 Критерії якості і правила приймання дискретних повідомлень. Критерій мінімального середнього ризику.
- 5 Структурна схема оптимального кореляційного демодулятора за точно відомих сигналів.

## ЗАВДАННЯ 2. БАГАТОКАНАЛЬНЕ ПЕРЕДАВАННЯ ПОВІДОМЛЕНЬ

### 2.1 Короткі теоретичні відомості

Важливою проблемою техніки передавання повідомлень є збільшення пропускної здатності ліній зв'язку шляхом одночасного передавання повідомлень від декількох джерел однією лінією зв'язку. Основною для багатоканального зв'язку є задача розділення багатоканальних сигналів. Практично розділення не буває досконалим, на сигнал одного каналу накладаються тією чи іншою мірою сигнали інших каналів. Це створює специфічні для багатоканального зв'язку перехідні або взаємні завади. Покращенням системи ці завади можуть бути зведені до допустимої величини. Разом із взаємними мають місце і звичайні адитивні завади. Для великої кількості каналів характеристики взаємних завад можна вважати близькими до флуктуаційних шумів. Середня потужність перехідних (взаємних) завад у каналі пропорційна середній потужності  $P_c$  сигналів і дорівнює  $\mu P_c$ , де  $\mu$  — коефіцієнт взаємної заважаючої дії між каналами. Загальна потужність завад у каналі дорівнює сумі адитивної  $P_u$  і перехідної  $\mu P_c$  завад:  $P_\Sigma = P_u + \mu P_c$ . Цю потужність звичайно і слід підставляти у формулу Шеннона для визначення пропускної здатності каналу [6]:

$$C_\kappa = \Delta f_\kappa \log \left( \frac{P_c}{P_u + \mu P_c} + 1 \right). \quad (2.1)$$

Пропускна здатність усієї системи

$$C = \sum_{\kappa=1}^n C_{\kappa} = \sum_{\kappa=1}^n \Delta f_{\kappa} \log \left( \frac{P_{c\kappa}}{P_{ш\kappa} + \mu P_{c\kappa}} + 1 \right).$$

Із наведених формул видно, що пропускна здатність багатоканальної системи збільшується зі зменшенням  $\mu$ , тобто покращенням якості розділення каналів.

У випадку малого рівня адитивних завад порівняно з перехідними маємо

$$C_{\kappa} = \Delta f_{\kappa} \log \left( \frac{1}{\mu} + 1 \right). \quad (2.2)$$

У цьому випадку для заданої якості розділення каналів збільшити пропускну здатність каналу за рахунок збільшення потужності сигналів неможливо.

Для того щоб взаємні завади не призводили до відчутного зниження пропускну здатності системи зв'язку, слід прагнути отримання такого значення коефіцієнта  $\mu$ , за якого  $P_{ш} \gg \mu P_c$ , тобто  $\mu \ll \frac{P_{ш}}{P_c}$ .

Найбільше застосування знаходять багатоканальні системи з часовим і частотним ущільненням каналів. За часового ущільнення кожному каналу відведено свій часовий інтервал. Для забезпечення нормального передавання інформації здійснюють синхронізацію мультиплексорів передавача і приймача. Якість передавання інформації, пропускна здатність системи з часовим ущільненням залежать від використовуваного виду модуляції. На сьогодні найбільшого поширення набули різні види цифрової модуляції.

За частотного ущільнення кожному каналу відведена своя частотна область смуги пропускання лінії зв'язку. Для зменшення взаємного

накладання спектрів сусідніх каналів між ними залишають захисний проміжок, ширина якого дорівнює 10-20 % смуги, яку займає канал. Якщо задана ширина смуги пропускання лінії зв'язку  $\Delta f_l$ , то кількість каналів  $n$ , які можна організувати за заданою лінією, визначена вихідною шириною спектра  $\Delta f_c$ , величиною захисного проміжку між каналами  $\delta f$ , нижньою граничною частотою спектра багатоканального повідомлення  $f_n$  і коефіцієнтом зміни ширини спектра сигналу в процесі модуляції  $\Phi_c$ .

## 2.2 Приклади розв'язання основних типів задач

**Приклад 2.1.** Визначити допустиме значення коефіцієнта взаємної дії завад між каналами у 20-канальній системі, якщо допустиме значення зменшення пропускної здатності системи складає 10 %, ширина смуги пропускання одного каналу 5 кГц, потужність каналного сигналу 10 мВт, потужність шуму в одному каналі 1 мВт.

*Розв'язання.* У разі повної відсутності взаємної заважаючої дії між каналами пропускна здатність багатоканальної системи

$$C = \sum_{k=1}^n C_k = \sum_{k=1}^n \Delta f_k \log \left( \frac{P_{ck}}{P_{шк}} + 1 \right).$$

За наявності взаємної заважаючої дії

$$C_\mu = \sum_{k=1}^n \Delta f_k \log \left( \frac{P_{ck}}{P_{шк} + \mu P_{ck}} + 1 \right). \quad (2.3)$$

Після підставлення значень, наведених в умові маємо

$$C = 20 \cdot 5 \log\left(\frac{10}{1} + 1\right);$$

$$C_{\mu} = 0,9C \log\left(\frac{10}{1+10\mu} + 1\right) \cdot 0,9 = \frac{\log\left(\frac{10}{1+10\mu} + 1\right)}{\log 11}.$$

Поділивши  $C$  на  $C_{\mu}$ , отримаємо рівняння

$$0,9 = \frac{\log\left(\frac{10}{1+10\mu} + 1\right)}{\log 11}.$$

Звідси  $\mu = 0,001$ .

**Приклад 2.2.** Визначити необхідну смугу пропускання  $\Delta f_{\kappa}$  32-канальної ( $n=32$ ) системи зв'язку з часовим ущільненням каналів, якщо в кожному з каналів необхідно передавати з циклом  $T_{\kappa} = 0,1$  с повідомлення у вигляді восьмирозрядних кодових комбінацій ( $m = 8$ ) методом ІКМ-АМ. Захисний інтервал між імпульсами  $t_3$  дорівнює тривалості імпульсу  $\tau$ .

*Розв'язання.* Необхідна смуга пропускання  $\Delta f_{\kappa}$  має бути не менше ширини передаваного спектра сигналу  $\Delta f_c$ , тобто  $\Delta f_{\kappa} \geq \Delta f_c$ . Ширина спектра ІКМ-АМ-сигналу залежить від тривалості імпульсів, що передають:

$$\Delta f_c = \frac{1}{\tau}.$$

Тривалість імпульсу (час на передавання одного розряду)

$$\tau = \frac{T_y}{n} \left( m \frac{\tau + t_3}{\tau} \right)^{-1}. \quad (2.4)$$

Введемо позначення для шпаруватості:

$$a = \frac{\tau + t_3}{\tau}.$$

Тоді формула для визначення тривалості імпульсу набуде вигляду

$$\tau = \frac{T_y}{nma}.$$

У результаті

$$\Delta f_c = \frac{1}{\tau} = \frac{nma}{T_y} = \frac{32 \cdot 8 \cdot 2}{0,1} = 5120 \text{ Гц.}$$

Тобто  $\Delta f_c \geq 5120$  Гц.

**Приклад 2.3.** Визначити, яку максимальну кількість телефонних каналів можна організувати в системі зв'язку з часовим ущільненням для використання дельта-модуляції, якщо часовий інтервал  $\Delta t$ , відведений на один канал, дорівнює 1 мкс, максимальна кількість рівнів квантування  $M = 32$ .

*Розв'язання.* Частота дискретизації мовного сигналу в телефонному каналі  $F_D$ , за теоремою відліків,

$$F_D = (2,3\dots2,5)F_B, \quad (2.5)$$

де  $F_B$  – відповідно до стандарту дорівнює 3,4 кГц.

Тому  $F_D = 2,5 \cdot 3,4 \approx 8$  кГц.

Часовий інтервал, який відповідає цій частоті дискретизації,

$$T_D = \frac{1}{F_D} = \frac{1}{8 \cdot 10^3} = 125 \text{ мкс.}$$

За умов застосування дельта-модуляції в каналах, кількості рівнів квантування  $M = 32$  і захисних інтервалів між імпульсами, які дорівнюють тривалості імпульсів, кількість каналів

$$n = \frac{T_D}{\log M \cdot 2\Delta t} = \frac{125}{5 \cdot 2 \cdot 1} \approx 12 \text{ каналів.}$$

**Приклад 2.4.** Визначити необхідну швидкість передавання даних  $B$  у системі зв'язку з часовим ущільненням, якщо передаваний безперервний сигнал дискретизований за часом із частотою  $F_D = 8$  кГц і квантований за рівнями, причому максимальна кількість рівнів  $M = 32$ . Кількість каналів у системі дорівнює  $n = 12$ .

*Розв'язання.* Необхідна швидкість передавання даних

$$B = F_D \cdot n \cdot \log M = 8 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot \log 32 = 48000 \text{ Бод.}$$

**Приклад 2.5.** Визначити тривалість імпульсів для передавання сигналів з ІКМ у 24-канальній системі з часовим ущільненням, якщо кількість можливих станів кожного із передаваних сигналів дорівнює 256, максимальна частота спектра каналних сигналів 4 кГц, захисний інтервал між імпульсами дорівнює тривалості імпульсу.

*Розв'язання.* Частота дискретизації сигналу визначається відповідно до теореми відліків:

$$F_D = (2,3 \dots 2,5) F_B = 2,5 \cdot 4 = 10 \text{ кГц.}$$

Часовий інтервал, у якому розміщені всі каналні сигнали, дорівнює інтервалу дискретизації:

$$T_D = \frac{1}{F_D} = \frac{1}{10^4} = 100 \text{ мкс.}$$

Тривалість каналних імпульсів

$$\tau = \frac{T_D}{\log M \cdot 2n} = \frac{100}{2 \cdot 24 \cdot \log 256} = 0,26 \text{ мкс.}$$

**Приклад 2.6.** Смуга пропускання лінії зв'язку  $\Delta f_{\text{л}} = 2 \text{ МГц}$ . Визначити можливу кількість стандартних телефонних каналів з односмуговою модуляцією, які можуть бути розміщені в цій смузі за використання частотного ущільнення. Верхня гранична частота спектра каналного повідомлення дорівнює 4 кГц, захисний інтервал між каналами дорівнює 20 % ширини спектра кожного із сигналів.



Розв'язання. Кількість каналів

$$n = \frac{\Delta f_l}{F_B + 0,2 \cdot F_B} = \frac{2 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^3 + 0,2 \cdot 4 \cdot 10^3} \approx 417.$$

Література [2-6].

### 2.3 Задачі для самостійного розв'язання

**Задача 2.1.** Визначити допустиме значення коефіцієнта взаємної заважаючої дії між каналами в  $N$ -канальній системі, якщо ширина смуги пропускання одного каналу  $\Delta f_k$ , потужність каналного сигналу  $P_c$ , потужність шуму в одному каналі  $P_{ш}$ , допустиме значення зменшення пропускної здатності системи  $L$ , % (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\Delta f_k$ , кГц	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
$P_c$ , Вт	$10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$	$10^{-12}$	$10^{-11}$	$10^{-10}$	$10^{-9}$	$10^{-8}$	$10^{-7}$
$P_{ш}$ , Вт	$10^{-9}$	$10^{-10}$	$10^{-12}$	$10^{-12}$	$10^{-13}$	$10^{-12}$	$10^{-12}$	$10^{-10}$	$10^{-9}$	$10^{-9}$
$L$ , %	10	20	30	10	20	30	10	20	30	10

**Задача 2.2.** Визначити необхідну смугу пропускання  $\Delta f_k$   $N$ -канальної системи зв'язку з часовим ущільненням каналів, якщо в кожному з каналів необхідно передавати з циклом  $T_u$  повідомлення у

вигляді  $n$ -розрядних комбінацій методом ІКМ-АМ (таблиця 2.2). Захисний інтервал між імпульсами  $t_3$  дорівнює тривалості імпульсу  $\tau$ .

Таблиця 2.2 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$T_ц, с$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$
$n$	10	11	12	11	10	9	8	6	6	5

**Задача 2.3.** Визначити, яку максимальну кількість каналів можна організувати в системі зв'язку з часовим ущільненням за використання ІКМ, якщо часовий інтервал, відведений для передавання одного імпульсу, дорівнює  $\tau$ , захисний інтервал між імпульсами  $t_3 = \tau$ , максимальна кількість рівнів квантування  $M$ , верхня частота спектра каналного сигналу  $F_B$  (таблиця 2.3).

Таблиця 2.3 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M$	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192
$\tau, с$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$
$F_B, кГц$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

**Задача 2.4.** Визначити необхідну швидкість передавання даних  $B$  у системі зв'язку з часовим ущільненням, якщо передаваний безперервний сигнал дискретизований за часом із частотою  $F_D$  і квантований за рівнями, причому максимальна кількість рівнів  $M$ . Кількість каналів у системі дорівнює  $n$  (таблиця 2.4).

Таблиця 2.4 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M$	2048	1024	512	256	128	128	256	512	1024	2048
$n$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$F_D$ , кГц	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

**Задача 2.5.** Визначити можливу кількість каналів з односмуговою модуляцією, які можуть бути розміщені у смузі  $\Delta f$  бататоканальної системи за використання частотного ущільнення Верхня гранична частота спектра каналного повідомлення  $F_B$ , захисний інтервал між каналами  $\delta f$ , % ширини спектра кожного з каналних сигналів.

Таблиця 2.5 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\delta f$ , %	10	15	20	25	10	15	20	25	10	15
$\Delta f$ , МГц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_B$ , кГц	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

**Задача 2.6.** Визначити тривалість імпульсів для передавання сигналів з ІКМ у  $n$ -каналній системі з часовим ущільненням, якщо кількість можливих станів кожного із передаваних сигналів дорівнює  $M$ , максимальна частота спектра каналних сигналів  $F_B$ , захисний інтервал між імпульсами дорівнює тривалості імпульсу (таблиця 2.6).

Таблиця 2.6 – Вихідні дані

Вихідні дані	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M$	128	256	512	1024	2048	2048	1024	512	256	128
$n$	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10
$F_B$ , кГц	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

## Контрольні запитання

- 1 Дайте визначення багатоканальному передаванню повідомлень.
- 2 Дайте визначення коефіцієнта взаємної дії завад між каналами. Яке значення має бути в коефіцієнта для забезпечення високої пропускної здатності системи зв'язку?
- 3 Від чого залежить значення коефіцієнта взаємної дії завад між каналами?
- 4 Дайте визначення пропускної здатності каналу, за Шенноном, з урахуванням коефіцієнта взаємної дії завад між каналами.
- 5 Чим визначена кількість каналів  $n$ , які можна організувати за заданою лінією?

## Список літератури

1 Батаєв О. П., Корольова Н. А., Ковтун І. В. Теорія електричного зв'язку: навч. посіб. Харків: УкрДАЗТ, 2010. 630 с.

2 Основи теорії телекомунікацій: підручник /за заг. ред. М. Ю. Ільченка. Київ: ІССЗІ НТУУ «КПІ», 2010. 786 с.

3 Беркман Л. Н., Варфоломеєва О. Г., Коршун Н. В., Макаренко А. О. Сигнали в системах телекомунікацій та методи їх обробки: навч. посіб. Київ: ДУТ ННІТІ, 2017. 92 с.

4 Приходько С. І., Трубочанінова К. А., Батаєв О. П. Основи теорії інформації та кодування: навч. посіб. для техн. спец. ВНЗ. Харків: УкрДУЗТ, 2017. 110 с.

5 Основи теорії інформації та кодування: навч. посіб. / Л. С. Сорока, О. В. Северінов, О. С. Жученко та ін. Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2008. 264 с.

6 Заполовський М. Й., Порошин С. М., Мезенцев М. В. Теорія інформації та кодування: навч. посіб. Харків: НТУ «ХПІ», 2020. 257 с.

## ДОДАТОК А

Табульовані значення функції Крампа  $\Phi(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^{\alpha} e^{-t^2/2} dt$

$\alpha$	$\Phi(\alpha)$	$\alpha$	$\Phi(\alpha)$	$\alpha$	$\Phi(\alpha)$
0,00	0,0000	1,25	0,7887	2,50	0,9876
0,05	0,0399	1,30	0,8064	2,55	0,9892
0,10	0,0797	1,35	0,8230	2,60	0,9907
0,15	0,1192	1,40	0,8385	2,65	0,9920
0,20	0,1585	1,45	0,8529	2,70	0,9931
0,25	0,1974	1,50	0,8664	2,75	0,9940
0,30	0,2358	1,55	0,8789	2,80	0,9949
0,35	0,2737	1,60	0,8904	2,85	0,9956
0,40	0,3108	1,65	0,9011	2,90	0,9963
0,45	0,3473	1,70	0,9109	2,95	0,9968
0,50	0,3829	1,75	0,9199	3,00	0,99730
0,55	0,4177	1,80	0,9281	3,10	0,99806
0,60	0,4515	1,85	0,9357	3,20	0,99863
0,65	0,4843	1,90	0,9426	3,30	0,99903
0,70	0,5161	1,95	0,9488	3,40	0,99933
0,75	0,5467	2,00	0,9545	3,50	0,99953
0,80	0,5763	2,05	0,9596	3,60	0,99968
0,85	0,6047	2,10	0,9643	3,70	0,99978
0,90	0,6319	2,15	0,9684	3,80	0,99986
0,95	0,6579	2,20	0,9722	3,90	0,99990
1,00	0,6827	2,25	0,9756	4,00	0,99994
1,05	0,7063	2,30	0,9786	4,417	$1 \cdot 10^{-5}$
1,10	0,7287	2,35	0,9812	4,892	$1 \cdot 10^{-6}$
1,15	0,7499	2,40	0,9836	5,327	$1 \cdot 10^{-7}$
1,20	0,7699	2,45	0,9857	6,00	$1 \cdot 10^{-8}$

## ДОДАТОК Б

Таблиця значень допоміжної функції  $H(p) = -p \log_2 p$

$p$	$H(p)$	$p$	$H(p)$	$p$	$H(p)$	$p$	$H(p)$
0,00	0,0000	0,26	0,5053	0,51	0,4954	0,76	0,3009
0,01	0,0664	0,27	0,5100	0,52	0,4906	0,77	0,2903
0,02	0,1129	0,28	0,5142	0,53	0,4854	0,78	0,2796
0,03	0,1518	0,29	0,5179	0,54	0,4800	0,79	0,2687
0,04	0,1858	0,30	0,5211	0,55	0,4744	0,80	0,2575
0,05	0,2161	0,31	0,5238	0,56	0,4684	0,81	0,2462
0,06	0,2435	0,32	0,5260	0,57	0,4623	0,82	0,2348
0,07	0,2686	0,33	0,5278	0,58	0,4558	0,83	0,2231
0,08	0,2915	0,34	0,5292	0,59	0,4491	0,84	0,2113
0,09	0,3127	0,35	0,5301	0,60	0,4422	0,85	0,1993
0,10	0,3322	0,36	0,5306	0,61	0,4350	0,86	0,1871
0,11	0,3503	0,37	0,5307	0,62	0,4276	0,87	0,1748
0,12	0,3671	0,38	0,5305	0,63	0,4199	0,88	0,1623
0,13	0,3826	0,39	0,5298	0,64	0,4121	0,89	0,1496
0,14	0,3971	0,40	0,5288	0,65	0,4040	0,90	0,1368
0,15	0,4105	0,41	0,5274	0,66	0,3956	0,91	0,1238
0,16	0,4230	0,42	0,5256	0,67	0,3871	0,92	0,1107
0,17	0,4346	0,43	0,5236	0,68	0,3783	0,93	0,0974
0,18	0,4453	0,44	0,5211	0,69	0,3694	0,94	0,0839
0,19	0,4552	0,45	0,5184	0,70	0,3602	0,95	0,0703
0,20	0,4644	0,46	0,5153	0,71	0,3508	0,96	0,0565
0,21	0,4728	0,47	0,5120	0,72	0,3412	0,97	0,0426
0,22	0,4806	0,48	0,5083	0,73	0,3314	0,98	0,0286
0,23	0,4877	0,49	0,5043	0,74	0,3215	0,99	0,0144
0,24	0,4941	0,50	0,5000	0,75	0,3113	1,00	0,0000

ПЕРЕДАВАННЯ І ПРИЙМАННЯ СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧІ  
ДИСКРЕТНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання практичних занять і самостійних робіт  
із дисципліни

*«ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІ СИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ»*

Відповідальний за випуск Трубчанінова К. А.

Редактор Ібрагімова Н. В.

---

Підписано до друку 16.01.2025 р.

Умовн. друк. арк. 4,0. Тираж . Замовлення № .

Видавець та виготовлювач Український державний університет  
залізничного транспорту,  
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха,7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.