

## МЕТОДИКА АППРОКСИМАЦИИ КРИВЫХ НАМАГНИЧИВАНИЯ ВЕНТИЛЬНЫХ ИНДУКТОРНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Зинченко Е.Е.

Украинская государственная академия железнодорожного транспорта  
Украина, 61050, Харьков, пл. Фейербаха, 7, кафедра электротехники и электрических машин  
тел. (057) 730-19-96

Финкельштейн В.Б., д.т.н.

Харьковская национальная академия городского хозяйства  
Украина, 61002, Харьков, ул., Революции, 12, кафедра электротехники  
тел. (057) 731-95-28, E-mail: final@kharkov.ukrpack.net

*На базі функцій сплайн-інтерполяції та сплайн-апроксимації системи MathCAD 2001 запропоновано методику апроксимації кривих намагнічування вентильних індукторно-реактивних двигунів і одержання залежності поточкозчеплення від струму й кута повороту ротора, які необхідні для математичного опису електромагнітних процесів в цих двигунах та розрахунку їх параметрів і характеристик.*

*На базе функций сплайн-интерполяции и сплайн-аппроксимации системы MathCAD 2001 предложена методика аппроксимации кривых намагничивания вентильных индукторно-реактивных двигателей и получения зависимости поточкозчепления от тока и угла поворота ротора, которая необходима для математического описания процессов в них и расчета их параметров и характеристик.*

Благодаря появлению силовых полупроводниковых приборов на большие токи и напряжения стало возможным создание вентильных индукторно-реактивных двигателей. Эти двигатели имеют механическую характеристику подобную механической характеристике двигателей постоянного тока с последовательным возбуждением, но при этом они значительно проще по конструкции и значительно надежнее в эксплуатации. Вентильные индукторно-реактивные двигатели (ВИРД) могут работать от однофазных и трехфазных цепей переменного тока, а также от источников постоянного тока. Указанные факторы обусловили бурный рост серийного производства вентильных индукторно-реактивных двигателей в странах дальнего зарубежья и началом производства их отдельных типоразмеров в странах СНГ.

Для расчета параметров и характеристик таких двигателей необходима зависимость поточкозчепления  $\Psi$  от тока  $I$  и угла поворота ротора  $\zeta$ . Определение такой зависимости является целью настоящей статьи.

При заданных массивах  $b_n$  и  $h_n$  кривой намагничивания стали с помощью функций сплайн-интерполяции и сплайн-аппроксимации системы MathCAD 2001:

$$S1:=\text{lspline}(b,h) \quad (1)$$

$$H(B):=\text{interp}(S1,b,h,B) \quad (2)$$

зависимость напряженности магнитного поля  $H$  от магнитной индукции  $B$  представляется как встроенная программная функция. При этом аппроксимация получается настолько точной, что, практически, не наблюдается отклонений точек заданного массива от кривой построенной по аппроксимирующей функции. Таким образом, становится возможным, задавшись массивом значений магнитной индукции в воздушном зазоре  $B_\delta$  определить массивы поточкозчеплений и намагничивающей силы при согласованном положении ротора:

$$\Psi_i = B_{\delta_i} \cdot \tau \cdot l \cdot W; \quad (3)$$

$$F_{Fe_i} = \left[ 2 \cdot h_{z1} \cdot H(B_{\delta_i} \cdot K_{z1}) + 2 \cdot h_{z2} \cdot H(B_{\delta_i} \cdot K_{z2}) + (D_{вн} - 2 \cdot h_{z2}) \cdot H \left[ B_{\delta_i} \cdot \frac{b_{z2} \cdot K_{z2}}{(D_{вн} - 2 \cdot h_{z2})} \right] \cdot \frac{\pi}{2} + D_n \cdot H \left( \frac{B_{\delta_i} \cdot K_{z1}}{k_2} \right) \cdot \frac{\pi}{2} \right] \cdot 100; \quad (4)$$

$$F_{\delta_i} = \frac{B_{\delta_i} \cdot 2 \cdot \delta}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}; \quad (5)$$

$$I_i = \frac{F_{\delta_i} + F_{Fe_i}}{W}, \quad (6)$$

где  $\tau$  – полусная дуга статора;  $l$  – длина магнитопровода;  $W$  – число витков фазной обмотки;  $F_{Fe}$ ,  $F_\delta$  – массивы намагничивающих сил приходящихся на магнитопровод и воздушный зазор соответственно;  $\delta$  – величина воздушного зазора;  $h_{z1}$ ,  $h_{z2}$  – высоты зубцов статора и ротора соответственно;  $D_n$ ,  $D_{вн}$  – наружный и внутренний диаметр статора, соответственно;  $b_{z2}$  – ширина зубца ротора;  $k_2$  – коэффициент изменения высоты спинки статора относительно половины ширины его зубца;

$$K_{z1} = \begin{cases} \frac{\gamma_r}{\gamma_s} & \text{если } \gamma_s \geq \gamma_r \\ 1 & \text{если } \gamma_s \leq \gamma_r \end{cases}; \quad K_{z2} = \begin{cases} 1 & \text{если } \gamma_s \geq \gamma_r \\ \frac{\gamma_s}{\gamma_r} & \text{если } \gamma_s \leq \gamma_r \end{cases},$$

$\gamma_s, \gamma_r$  – величины дуг зубцов статора и ротора соответственно. По рассчитанным значениям поточкозчеплений и токов может быть построена кривая намагничивания в согласованном положении (рис. 1, верхняя пунктирная кривая) и с использованием процедур (1,2) получена зависимость  $\Psi(i)$ .

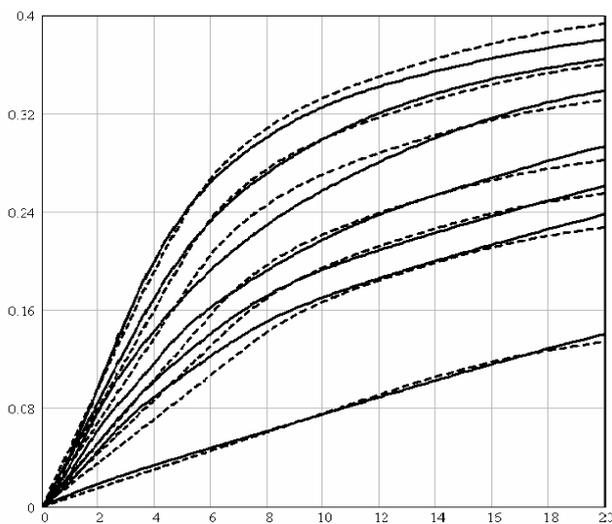


Рис. 1. Семейство кривых намагничивания ВИРД  $\Psi(i, \zeta)$  при углах поворота ротора 180, 126, 108, 84, 72, 60 и 0 электрических градусов (сплошные линии – экспериментальные кривые, штриховые – расчетные)

Анализ семейств кривых намагничивания  $\Psi(i, \zeta)$  при фиксированных значениях угла поворота ротора, полученных расчетом поля и экспериментально различными авторами [1, 2, 4, 5, 8, 9, 11] позволяет заключить:

- до "колена" зависимость потокосцепления от тока при всех значениях угла поворота ротора линейна;
- после "колена" при всех значениях угла поворота ротора зависимости также линейны и параллельны друг другу;

- в рассогласованном положении кривая намагничивания параллельна касательной к кривой в согласованном положении на краю насыщенного участка, соответствующего максимальному току.

Эти закономерности позволили использовать [1, 2] билинейную аппроксимацию кривых намагничивания.

Такая аппроксимация в связи с наличием скачка производной в точке пересечения прямых, при расчете ЕДС также приводит к её скачку, физически не существующему.

В [5] участок кривой намагничивания от "колена" до насыщения аппроксимируется квадратичной функцией, но, как показывает сравнение расчетных кривых с опытными, они существенно отличаются. В [11] аппроксимация осуществляется с помощью трансцендентной функции от тока и угла поворота ротора. Сравнение расчетных и опытных данных, к сожалению, не приведено.

Представляется целесообразным уточнить расчет кривых намагничивания, избавившись от скачка производной, получив функциональную зависимость потокосцепления от тока и угла поворота ротора в удобном для дальнейших расчетов виде.

Наклон линейного участка кривых намагничивания определяется индуктивностью, определяемой магнитной проводимостью воздушного промежутка при заданном значении угла поворота ротора  $\lambda(\zeta)$  и магнитной проводимостью магнитопровода на линейном участке кривой намагничивания стали (Пренебрежение на линейном участке магнитным сопротив-

лением стали т.е. допущение о бесконечности магнитной проницаемости неоправданно. Магнитная проницаемость стали на линейном участке велика, но велика и длина магнитной силовой линии в стали в десятки и сотни раз превышающая величину воздушного зазора. Соотношение между результирующей намагничивающей силой и магнитным напряжением воздушного зазора в согласованном положении на этом участке может достигать до 1,8). Зависимость проводимости от угла поворота ротора аппроксимировали разностью постоянной и косинусоидальной составляющих [3, 6, 9, 11], кусочно-линейной [2, 7], параболической [10]. Наиболее распространенная аппроксимирующая функция – это указанный отрезок ряда Фурье. Но, как показано [5, 8], ширина участка наибольших значений может быть меньше участка наименьших значений, что не отражается при аппроксимации отрезком ряда Фурье. Поэтому, для определения линейного участка кривых намагничивания при различных углах поворота ротора приняты формулы [11]. При этом учитывается магнитное сопротивление магнитопровода в ненасыщенном состоянии:

$$L(\zeta) = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot W^2}{1 + \frac{F_{FeK} \cdot \mu_0 \cdot l \cdot W}{\lambda(\zeta) \Psi_k}}, \quad (7)$$

где  $L(\zeta)$  – зависимость индуктивности от угла поворота ротора;  $k$  – номер точки на линейном участке кривой намагничивания в согласованном положении,  $\lambda(\zeta) = 0.5 \cdot [\lambda_{\max} + \lambda_{\min} - (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \cdot \cos(\zeta)]$  – проводимость воздушного зазора в зависимости от угла поворота ротора,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  – магнитная проницаемость воздуха. Индуктивность на линейном участке при заданном значении угла поворота  $\zeta$  одновременно является производной от потокосцепления по току, в том числе и в точке сопряжения линейного участка кривой намагничивания с коленом. Следовательно, для определения этой точки необходима зависимость тока от производной потокосцепления по току (динамической индуктивности). Массив точек этой зависимости может быть определен методом конечных разностей:

$$\frac{\partial \Psi_k}{\partial i_k} = \frac{\Psi(1.001 \cdot i_k) - \Psi(i_k)}{0.001 \cdot i_k}. \quad (8)$$

Получив массив точек, зависимость тока от производной  $i(\Psi')$  (рис. 2) получаем, используя функции сплайн-интерполяции и сплайн-аппроксимации. Подставив в эту зависимость (7) определим значения граничных токов линейных участков кривых намагничивания  $i_{\text{гр}}[L(\zeta)]$  как функцию от угла поворота ротора.

Величина параллельного смещения отрезков ОМ (рис. 3) нелинейной части кривой намагничивания в согласованном (после смещения пунктирная кривая) положении определяется (10)

$$\Delta \Psi(\zeta) = \Psi \Big|_{i_{\text{гр}}[L(\zeta)]} - L(\zeta) \cdot i_{\text{гр}}[L(\zeta)]. \quad (10)$$

С учетом (10) искомая зависимость потокосцепления от тока и угла поворота ротора примет вид:

$$\Psi(i, \zeta) = \begin{cases} L(\zeta) \cdot i & \text{если } i \leq i_{\text{гр}} \\ \Psi(i) - \Delta \Psi(\zeta) & \text{если } i > i_{\text{гр}} \end{cases}$$

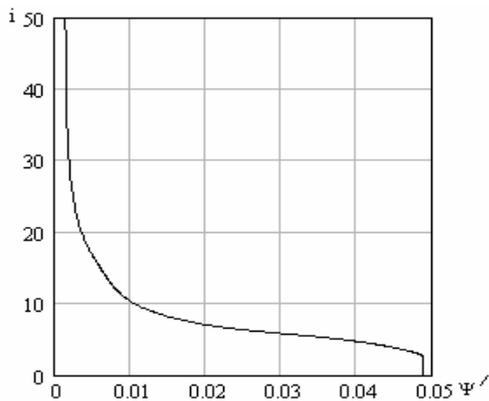


Рис. 2. Зависимость тока от производной от потокосцепления по току (динамической индуктивности)

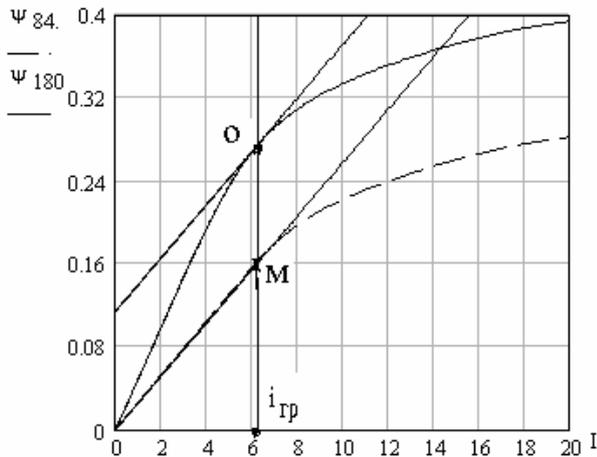


Рис. 3. Параллельный перенос участка кривой намагничивания от линии граничного тока до максимального тока в согласованном положении ротора на кривую при рассогласованном положении ротора

Сравнение рассчитанных по полученной формуле и экспериментальных кривых (рис. 1) демонстрирует их достаточное для практических целей совпадение.

#### ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ИЗМЕРЕНИЮ КРИВЫХ НАМАГНИЧИВАНИЯ

К одной фазе  $C_1 - C_5$  четырехфазного двигателя было подведено переменное синусоидальное напряжение частотой 50 Гц. Свободный конец вала был зажат в патроне делительной головки (рис. 4).



Рис. 4. Вентильный индукторно-реактивный двигатель, спаренный с делительной головкой

При нескольких фиксированных напряжениях измерялись ток и мощность при различных углах поворота ротора относительно рассогласованного положения. Угол изменялся поворотом патрона делительной головки. Максимальное потокосцепление, на основании измеренных величин вычислялось (11)

$$\Psi = \frac{U \cdot 1,41}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P}{UI}\right)^2} \quad (11)$$

При определении максимальной величины тока следует учитывать, что, так как он несинусоидальный соотношение между действующим значением и максимальным не равно 1,41. Поэтому при каждом напряжении снималась осциллограмма (рис. 5) и по ней определялось максимальное значение тока. По осциллограммам было установлено, что в пределах рабочих потокосцеплений соотношение между амплитудным и действующим значениями тока может достигать до 1,68.

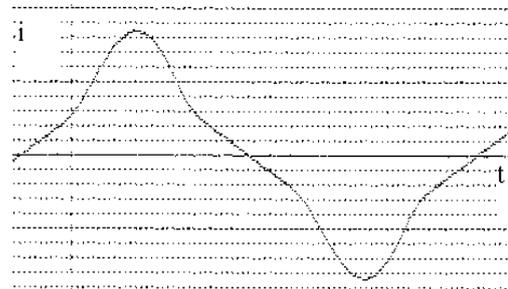


Рис. 5. Осциллограмма тока при насыщенном магнитопроводе

Этот результат был также подтвержден теоретически. Экспериментально снятая кривая намагничивания для согласованного положения была аппроксимирована для нелинейного участка аналитической зависимостью:

$$i(\Psi) = \frac{Y_3\Psi - Y_0}{2 \cdot (Y_1 - Y_4\Psi)} + \sqrt{\left(\frac{Y_3\Psi - Y_0}{2 \cdot (Y_1 - Y_4\Psi)}\right)^2 - \frac{1 - Y_2\Psi}{Y_1 - Y_4\Psi}} \quad (12)$$

Линейный участок представлен в виде:

$$i = \frac{\Psi}{L} \quad (13)$$

Зависимость (12) можно представить в виде:

$$Y_0 i_n + Y_1 i_n^2 - Y_2 \Psi_n - Y_3 \Psi_n i_n - Y_4 \Psi_n^2 = -1 \quad (14)$$

Для определения пяти констант возьмем пять точек кривой  $n = 1 \dots 5$  начиная с граничной точки линейного участка. Причем вторую точку для обеспечения сопряжения линейного участка и "колена" следует брать как можно ближе к граничной точке линейного участка. Подставив значения потокосцеплений и токов в пяти точках в (14) получим систему пяти линейных уравнений с пятью неизвестными относительно констант  $Y_0, Y_1, Y_2, Y_3$  и  $Y_4$  решив которую найдем их значения (рис. 6).

В эксперименте потокосцепление изменялось синусоидально. Подставив синусоидальную функцию в (12, 13) получаем зависимость тока от времени. После вычисления 180 значений массива тока с шагом равным одному градусу и замены интеграла суммой представляется возможным определение действующей величины тока:

$$I = \sqrt{\frac{2}{T} \sum_{n=0}^{180} (i_n)^2 \cdot t_n}, \quad (15)$$

где  $T$  - период,  $i_n$  - мгновенное значение тока,  $t_n$  - шаг по времени, соответствующий одному градусу. Соотношение между амплитудным и действующим значением тока  $K = I_{\max} / I$ . Указанные вычисления повторялись при ряде амплитудных величин потокосцепления, в результате получен график изменения  $K$  от амплитуды потокосцепления (рис. 7).

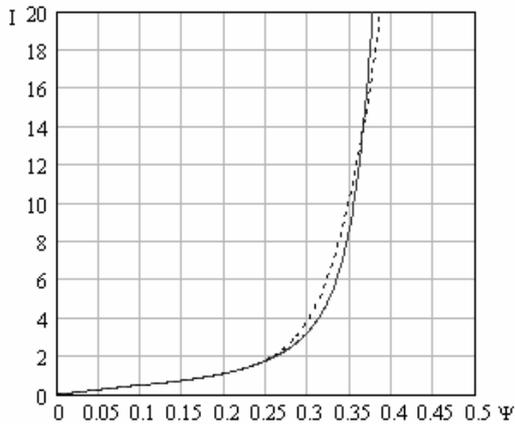


Рис. 6. Зависимость тока от потокосцепления (сплошная линия – расчетная кривая, пунктирная – аппроксимированная)

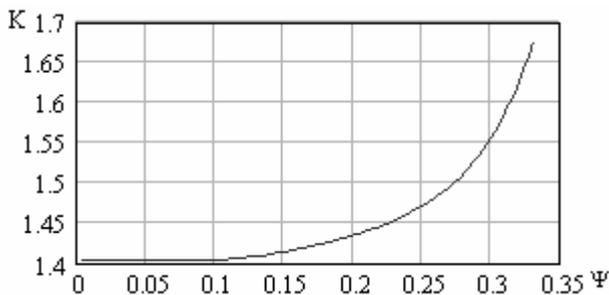


Рис. 7. Зависимость соотношения между амплитудным и действующим значением тока  $K$  от амплитуды потокосцепления  $\Psi$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная методика аппроксимации кривых намагничивания вентильных индукторно-реактивных двигателей обеспечивает удовлетворительную сходимость с экспериментальными кривыми и может быть использована при их расчете и проектировании.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бычков М.Г. Анализ вентильно-индукторного электропривода с учетом локального насыщения магнитной системы // *Электричество*, 1998. - №6. - С. 50-53.
- [2] Бут Д.А. Линейные вентильно-индукторные двигатели. Часть 1 // *Электричество*. - 1999. - №12. - С. 32-41.
- [3] Голландцев Ю.А. Вентильные индукторно-реактивные двигатели. Санкт-Петербург: 2003. - 149 с.
- [4] Красовский А.Б. Анализ процесса отключения фазной обмотки вентильно-индукторного двигателя при локальном насыщении зубцовой зоны // *Электричество*, 2001. - №5. - С. 41-47.
- [5] Кузнецов В.А., Кузьмичев В.А. Вентильно-индукторные двигатели. - М.: издательство МЭИ, 2003. - 70 с.
- [6] Кузнецов В.А., Садовский Л.А., Виноградов В.Л., Лопатин В.В. Особенности расчета индукторных двигателей для вентильного электропривода // *Электротехника*, 1998. - №6. - С. 35 - 43.
- [7] Krishnan R. Switched Reluctance Motor Drives. Modeling, Simulation, Analysis, Design and Applications. - CRC Press, 2001. - 398 p.
- [8] Miller T.J.E. Switched Reluctance Motor and their Control. - Magna Physics Publishing and Clarendon Oxford Press, 1993. - 203 p.
- [9] Рымша В.В. Математическое моделирование линейных вентильно-реактивных двигателей // *Электротехника і електромеханіка*, 2003. - №4. - С. 72-76.
- [10] Смирнов Ю.В. Линейные вентильно-индукторные двигатели. // *Электричество*. - 2002. - №1. - С. 37-43.
- [11] Ткачук В.І. Електромеханотроніка. - Львів: видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2006. - 440 с.

Поступила 02.06.2008