

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

БУДІВЕЛЬНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра машинобудування та технічного сервісу машин

ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних занять і самостійних робіт

з дисципліни

«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА»

Харків – 2024

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри машинобудування та технічного сервісу машин 12 лютого 2024 р., протокол № 6.

Методичні вказівки рекомендуються для здобувачів вищої освіти денної форми навчання.

Укладачі:

доценти В. В. Семенова-Куліш,
А. О. Бабенко

Рецензент

проф. Д. А. Пługін

ВСТУП

Будь-яка деталь машинобудівного виробу складається з декількох простих геометричних поверхонь, до яких відносяться призма, піраміда, циліндр, конус, сфера тощо. При конструюванні таких поверхонь передбачається побудова лінії перетину двох поверхонь, які контактують між собою. Лінію, яка утворюється як множина спільних точок двох поверхонь, що перетинаються, називають *лінією перетину поверхонь*. Таку лінію можна розглядати як велику кількість точок, які є спільними для обох поверхонь [1].

Для побудови лінії перетину поверхонь визначають точки перетину ліній каркасу однієї поверхні з каркасом іншої. При цьому розглядають як ребра або твірні однієї поверхні перетинаються з ребрами, твірними або боковою поверхнею іншого геометричного тіла та навпаки. Для побудови точок лінії взаємного перетину двох поверхонь застосовують два методи: перетворення проєкцій та допоміжних перерізів. Як допоміжні перерізи може використовуватися допоміжна площина (метод січних площин) або допоміжна сфера (метод січних сфер). Вибір того або іншого методу обумовлюється насамперед формою та положенням поверхонь, які перетинаються [2, 3].

Метою цих методичних вказівок є опанування та засвоєння методів побудови лінії взаємного перетину поверхонь, закріплення навичок побудови точок лінії перетину.

У методичних вказівках розглянуто декілька прикладів розв'язання типових задач на побудову проєкцій лінії перетину двох поверхонь.

ПОЗНАЧЕННЯ

Π_1 – горизонтальна площина проєкцій

Π_2 – фронтальна площина проєкцій

Π_3 – профільна площина проєкцій

$1_1, 2_1, 3_1 \dots$ – горизонтальні проєкції точок 1, 2, 3 ...

$1_2, 2_2, 3_2 \dots$ – фронтальні проєкції точок 1, 2, 3 ...

$1_3, 2_3, 3_3 \dots$ – профільні проєкції точок 1, 2, 3 ...

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ

1 Визначення групи поверхонь, що перетинаються

Залежно від характеристик або властивостей геометричних тіл, які перетинаються, можна виділити три групи лінії перетину [4, 5].

До першої групи відносяться поверхні, які займають виключно проєктуюче положення. До таких поверхонь відносяться тільки пряма призма або прямий циліндр. Напрямні лінії обох поверхонь визначають дві проєкції лінії перетину. Це означає, що на тих площинах проєкцій, до яких бокова поверхня цих геометричних тіл є проєктуючою, тобто співпадає зі слідом бокової поверхні, автоматично утворюється лінія перетину. У цьому випадку необхідно побудувати третю проєкцію лінії перетину.

До другої групи відносяться поверхні, одна з яких є проєктуючою, а інша – непроєктуюча або загального положення. Однією поверхнею є пряма призма або прямий циліндр, іншою – будь-яка з решти поверхонь (піраміда, конус, сфера, тор). У цьому випадку напрямна лінія проєктуючої поверхні виявляє одну проєкцію лінії перетину. Необхідно побудувати дві інших проєкції лінії перетину.

До третьої групи відносяться поверхні, які займають непроєктуюче положення (поверхні загального положення). Жодної проєкції лінії

перетину не буде задано контуром цих поверхонь, тому необхідно побудувати всі три її проєкції.

2 Визначення характеру лінії перетину

Лінія взаємного перетину поверхонь має характерні (опорні або обов'язкові) й додаткові (допоміжні) точки [6–8].

Характерні точки займають особливе положення на лінії перетину двох поверхонь або їх виділяють розміщенням відносно площини проєкцій.

До опорних точок відносять:

1) точки, проєкції яких лежать на проєкціях контурних ліній однієї з поверхонь або точки, що відділяють видиму частину лінії від невидимої;

2) «крайні точки» – праві й ліві, найнижчі й найвищі, найближчі й найвіддаленіші від площини проєкцій.

Усі інші точки, що належать лінії взаємного перетину двох поверхонь, називаються *додатковими (допоміжними)*. Будуючи лінії перетину двох поверхонь, найперше рекомендується визначити положення всіх характерних точок. Якщо ці точки на окремих ділянках не виявляють характеру кривої, то крім них будують додаткові точки, які підвищують точність побудови і допомагають з'ясувати характер лінії перетину.

Унаслідок перетину двох поверхонь лінія перетину може мати такий характер:

1 *Просторова замкнена ламана* – утворюється при перетині двох багатогранників, до яких відносяться призма та піраміда.

Кількість точок, у яких лінія перетину змінює напрям, визначається кількістю ребер обох поверхонь, які перетинаються. Для цього треба «розібрати» першу поверхню на складові, тобто розглянути кожне ребро, і визначити, як це ребро, а це є пряма, перетинає ребра або грані іншої поверхні. Потім треба зробити навпаки, розглянути, як ребра другої поверхні перетинаються з ребрами або гранями першої. Унаслідок перетину

кожного ребра однієї поверхні з елементами іншої поверхні отримаємо точки, які за допомогою лінійки з'єднуємо між собою. Це буде просторова замкнена ламана.

2 Просторова замкнена крива – утворюється при перетині двох поверхонь обертання (циліндр, конус, сфера, тор).

Для побудови такої лінії перетину необхідно знайти характерні точки. Якщо таких точок буде недостатньо, треба побудувати додаткові точки, які будуть знаходитись між характерними. Кількість додаткових точок визначається індивідуально та залежить від точності побудови лінії перетину.

3 Ділянки плоских кривих другого порядку – утворюються при перетині багатогранника з поверхнею обертання.

Лінія перетину поверхні обертання з поверхнею багатогранника складається з декількох частин, кожною з яких є плоска крива. Тобто кожен грань багатогранника можна розглядати як січну площину для тіла обертання. Точки переходу однієї плоскої кривої в іншу (точки злому) є точками перетину ребер багатогранника з поверхнею обертання. Отже, побудова лінії перетину поверхні обертання з поверхнею багатогранника складається з таких задач: перетин прямої з поверхнею та побудова плоских перерізів.

3 Визначення кількості ліній перетину

Перетин поверхонь може бути *повним*, коли каркас одного геометричного тіла знаходиться всередині іншого, тобто не виходить за його межі. Унаслідок повного перетину поверхонь утворюються дві лінії перетину, а саме, лінія входу та лінія виходу.

Перетин поверхонь може бути *неповний*, коли каркас однієї поверхні частково виходить за межі іншої поверхні. Унаслідок неповного перетину утворюється одна замкнена лінія.

ПЕРША ГРУПА ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ

На прикладі розглянемо перетин двох поверхонь, які обидві є проєктуючими.

Задача 1. Побудувати проєкції лінії перетину прямого кругового циліндра та правильної прямої п'ятигранної призми (рисунок 1).

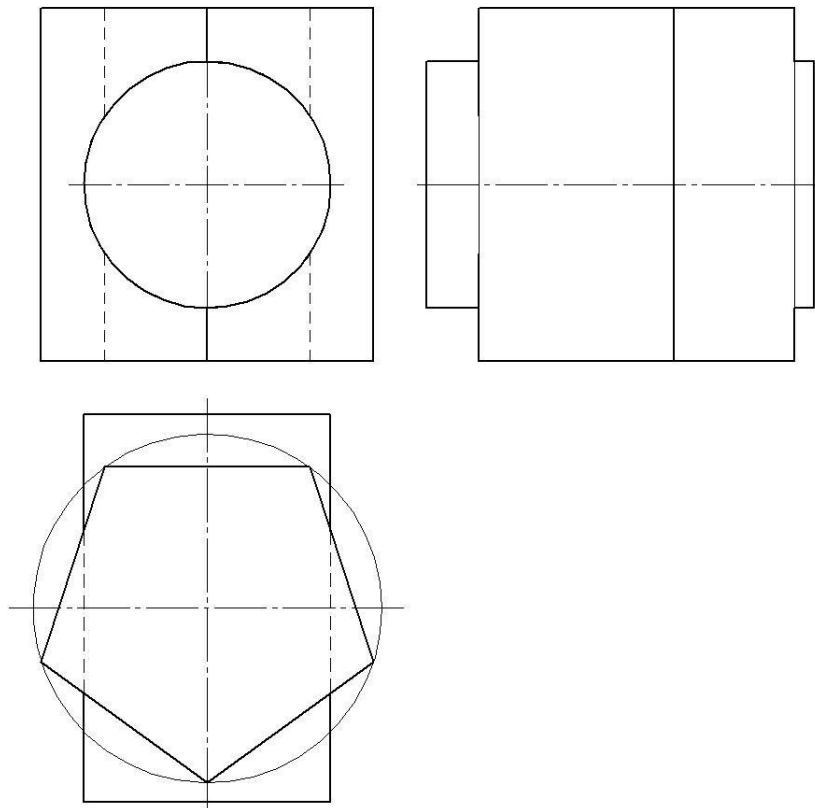


Рисунок 1 – Перетин циліндра та призми

Прямий круговий циліндр і правильна пряма п'ятигранна призма [8] є проєктуючими поверхнями, тому лінія перетину таких поверхонь – це перша група лінії перетину. Фронтальна проєкція лінії перетину буде співпадати з контуром основи циліндра. Горизонтальна проєкція лінії перетину буде співпадати з контуром основи призми. Необхідно знайти лише одну, а саме, профільну проєкцію лінії перетину. Оскільки призма є багатогранником, а циліндр – тілом обертання, то результатом їхнього

перетину будуть ділянки кривих другого порядку. На площині Π_2 контур кругового циліндра не виходить за межі п'ятигранної призми, тому перетин поверхонь буде повний і отримаємо дві лінії перетину – лінію входу та лінію виходу.

Характерними точками для побудови лінії перетину є точки перетину ребер призми з поверхнею циліндра та каркасу циліндра з поверхнею призми.

При перетині ближнього до спостерігача ребра з основою циліндра утворюються точки 1 та 2 (рисунок 2). Позначаємо на Π_2 проєкції 1_2 і 2_2 .

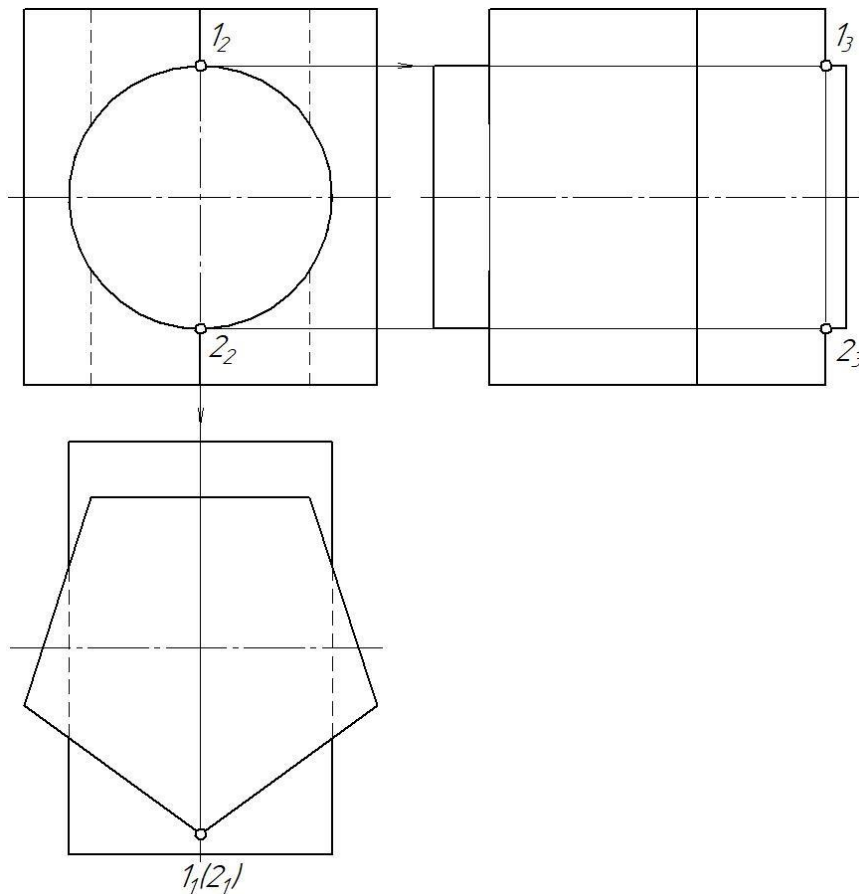


Рисунок 2 – Знаходження точок перетину

Усі ребра призми займають горизонтально-проєктуюче положення. Тобто на фронтальній та профільній площинах проєкцій ребра проєктуються в натуральну величину, а на горизонтальній площині

проекцій – в точки – вершини п'ятигранної призми. На Π_1 проєкції точок 1 і 2 співпадають: 1_1 – видима, 2_1 – невидима. На Π_3 $1_3, 2_3$ – видимі та розташовані одночасно і на проєкції ребра призми і на контурній твірній циліндра.

При перетині двох ребер, які найбільш віддалені від спостерігача, з поверхнею циліндра будуть утворюватися точки 3, 4, 5, 6 (рисунок 3).

На Π_2 всі проєкції цих точок $3_2, 4_2, 5_2, 6_2$ будуть невидимі.

На Π_1 $3_1, 4_1$ та $5_1, 6_1$ будуть співпадати ($3_1, 5_1$ – видимі, $4_1, 6_1$ – невидимі).

На Π_3 $3_3, 5_3$ та $4_3, 6_3$ будуть співпадати ($5_3, 6_3$ – видимі, $3_3, 4_3$ – невидимі).

Інші два ребра призми не перетинаються з поверхнею циліндра.

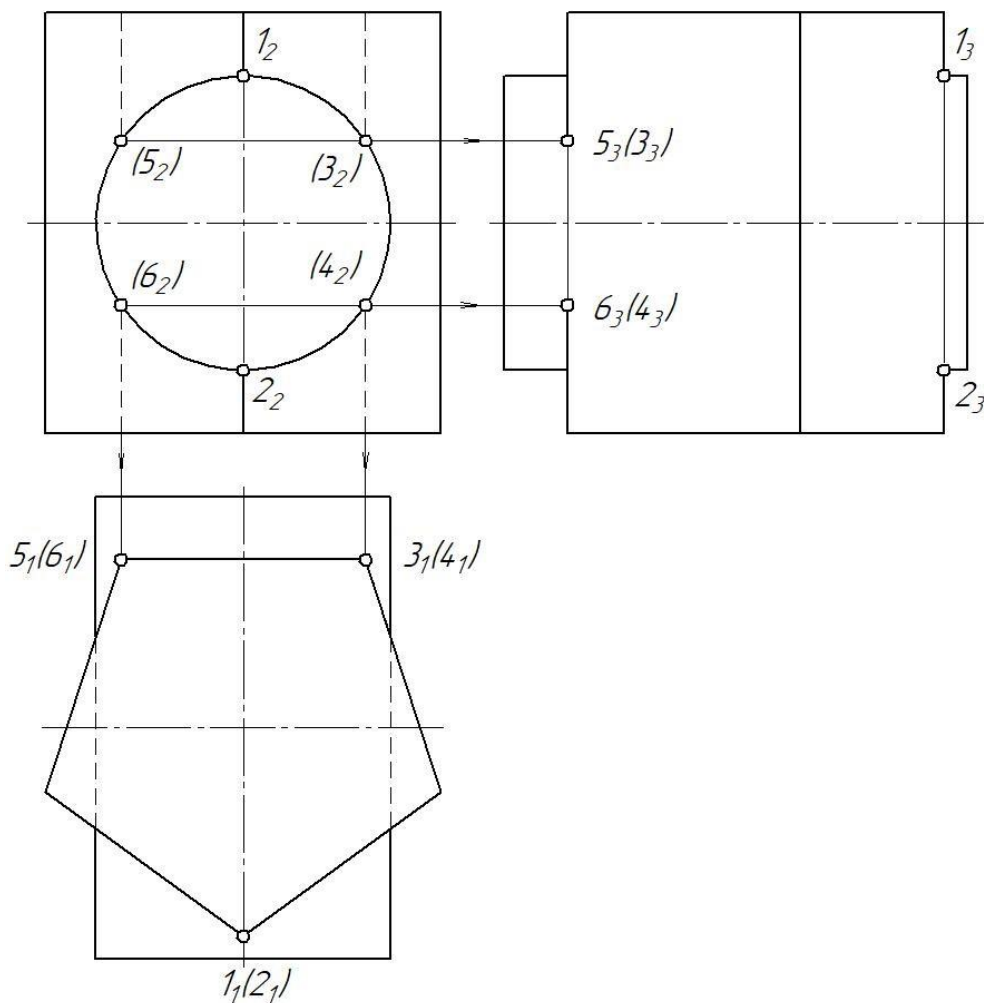


Рисунок 3 – Знаходження точок перетину

Далі розглянемо перетин фронтальних та профільних твірних циліндра з поверхнею призми (рисунок 4).

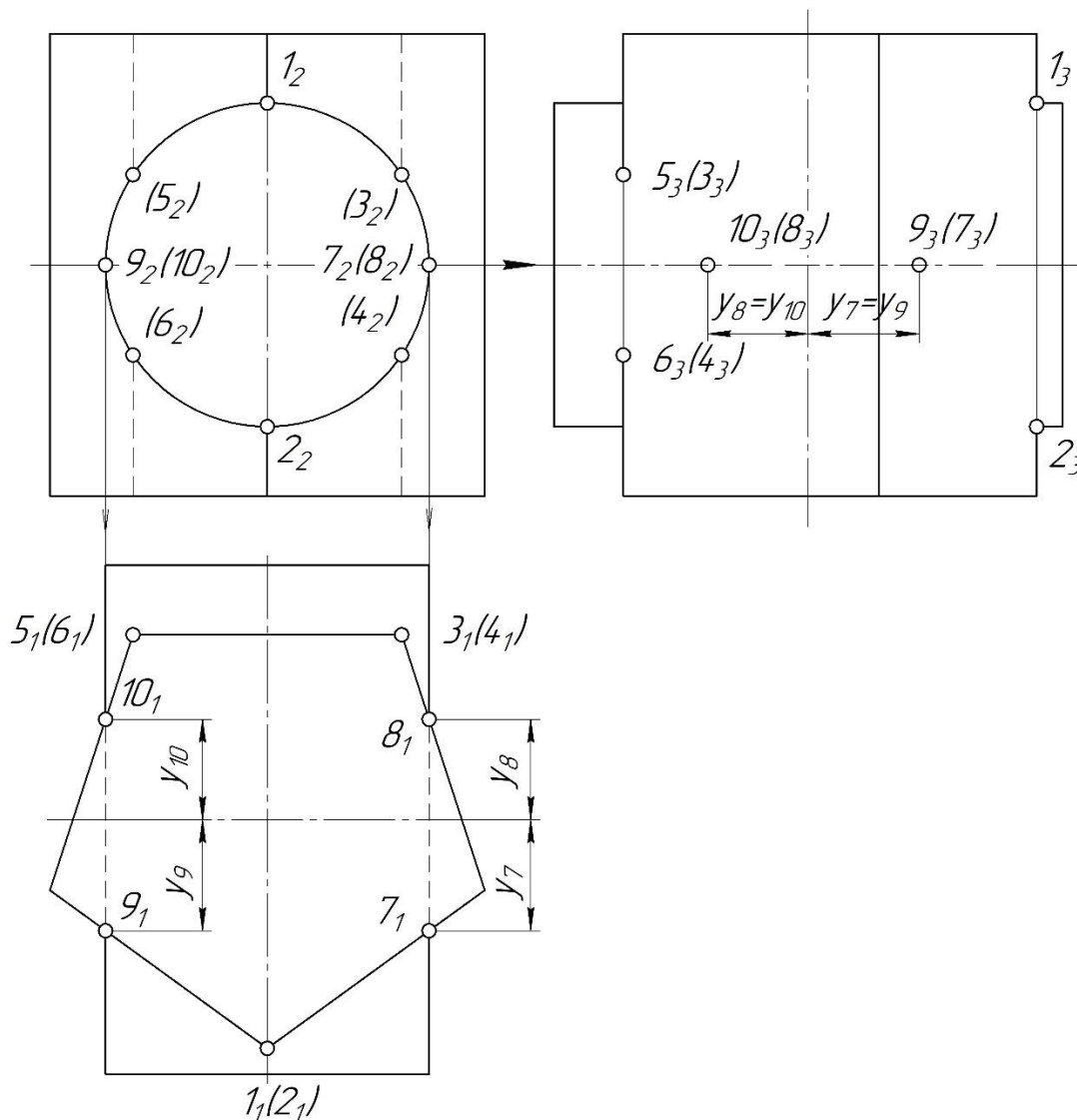


Рисунок 4 – Знаходження точок перетину

Спочатку розглянемо точки 7, 8, 9, 10, які отримані при перетині горизонтальних твірних циліндра з бічними гранями призми.

На Π_1 позначаємо видимі проєкції точок $7_1, 8_1, 9_1, 10_1$.

На Π_2 проєкції точок $7_2, 8_2$ та $9_2, 10_2$ співпадають і розташовані на горизонтальній осі циліндра ($7_2, 9_2$ – видимі, $8_2, 10_2$ – невидимі).

На Π_3 проєкції точок $7_3, 9_3$ та $8_3, 10_3$ співпадають і розташовані на горизонтальній осі циліндра ($9_3, 10_3$ – видимі, $7_3, 8_3$ – невидимі). Для їхньої

побудови заміряємо на горизонтальній площині проєкцій у-координати точок і відкладаємо їх на профільній площині проєкцій від вертикальної осі симетрії вправо і вліво на горизонтальній осі циліндра. Слід зазначити, що $y_7=y_9$, а $y_8=y_{10}$. Відповідно на профільній площині проєкцій 7_3 та 8_3 будуть невидимі, а 9_3 та 10_3 видимі.

Далі розглянемо побудову точок 11 та 12 (рисунок 5).

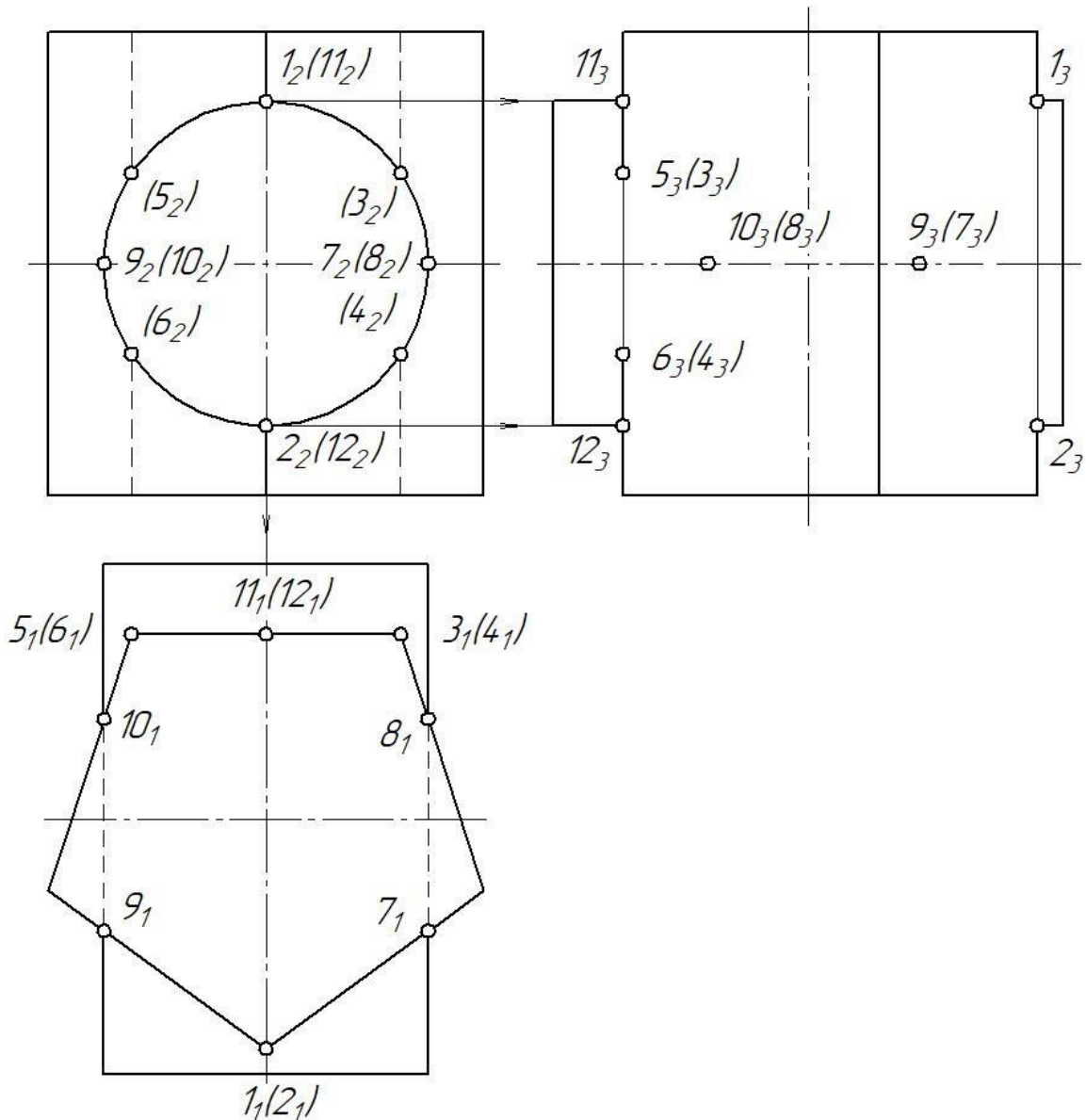


Рисунок 5 – Знаходження точок перетину

Точки 11 і 12 знаходяться на профільній твірній циліндра і належать задній грані призми, яка займає положення фронтальної площини рівня. На фронтальній площині проєкцій проєкції 11_2 і 12_2 розташовані на вертикальній осі та будуть невидимими і співпадають з видимими проєкціями 1_2 і 2_2 .

На Π_1 проєкції 11_1 та 12_1 будуть знаходитись на горизонтальній проєкції задньої грані призми. Відповідно 11_1 буде видимою, а 12_1 невидимою.

На Π_3 проєкції 11_3 та 12_3 видимі і будуть проєктуватись на профільну проєкцію грані.

Всі знайдені точки – характерні. Якщо з'єднати за допомогою лекала на профільній площині проєкцій проєкції цих точок, то отримаємо лінії перетину призми і циліндра на вході і на виході (рисунок 6).

Профільна проєкція лінії перетину на вході $1_3-9_3-2_3-7_3-1_3$. Ділянка $2_3-7_3-1_3$ буде невидимою, але вона повністю співпадає з видимою ділянкою $1_3-9_3-2_3$. На виході буде утворюватися лінія за напрямом $11_3-5_3-10_3-6_3-12_3-4_3-8_3-3_3-11_3$. Ділянка $11_3-5_3-10_3-6_3-12_3$ буде видимою.

Якщо характерних точок для побудови кривих буде недостатньо, можна використовувати допоміжні горизонтальні площини рівня для побудови додаткових точок.

На рисунку 6 наведено остаточний вигляд лінії перетину кругового циліндра та правильної прямої призми на усіх трьох площинах проєкцій, а також наочне зображення.

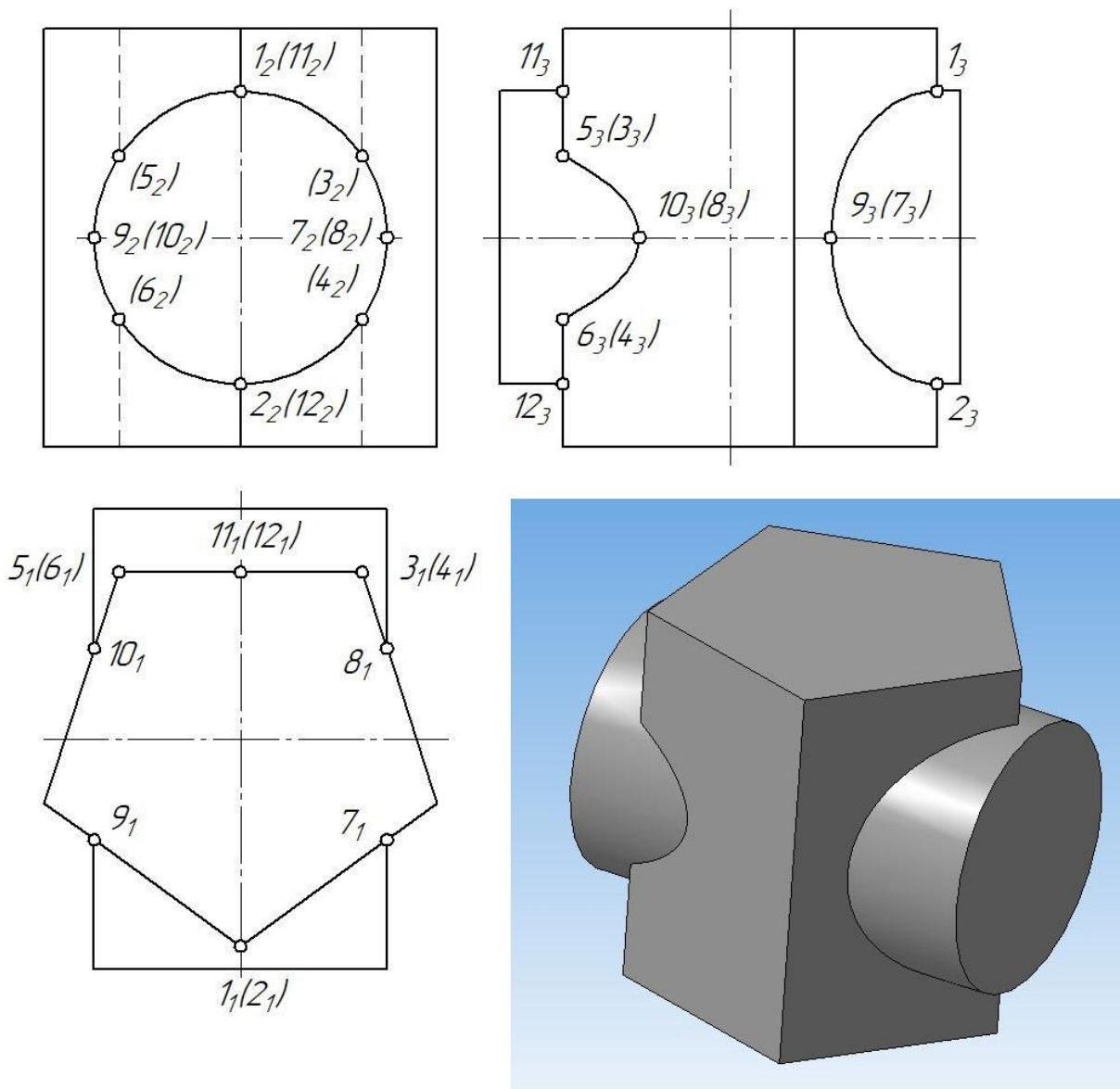


Рисунок 6 – Лінія перетину кругового циліндра та правильної прямої призми та наочне зображення

ДРУГА ГРУПА ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ

У наступних прикладах розглянемо перетин двох поверхонь, одна з яких є проєктуючою, а інша – непроєктуючою.

Задача 2. Побудувати проєкції лінії перетину прямого кругового циліндра та полусфери (рисунок 7).

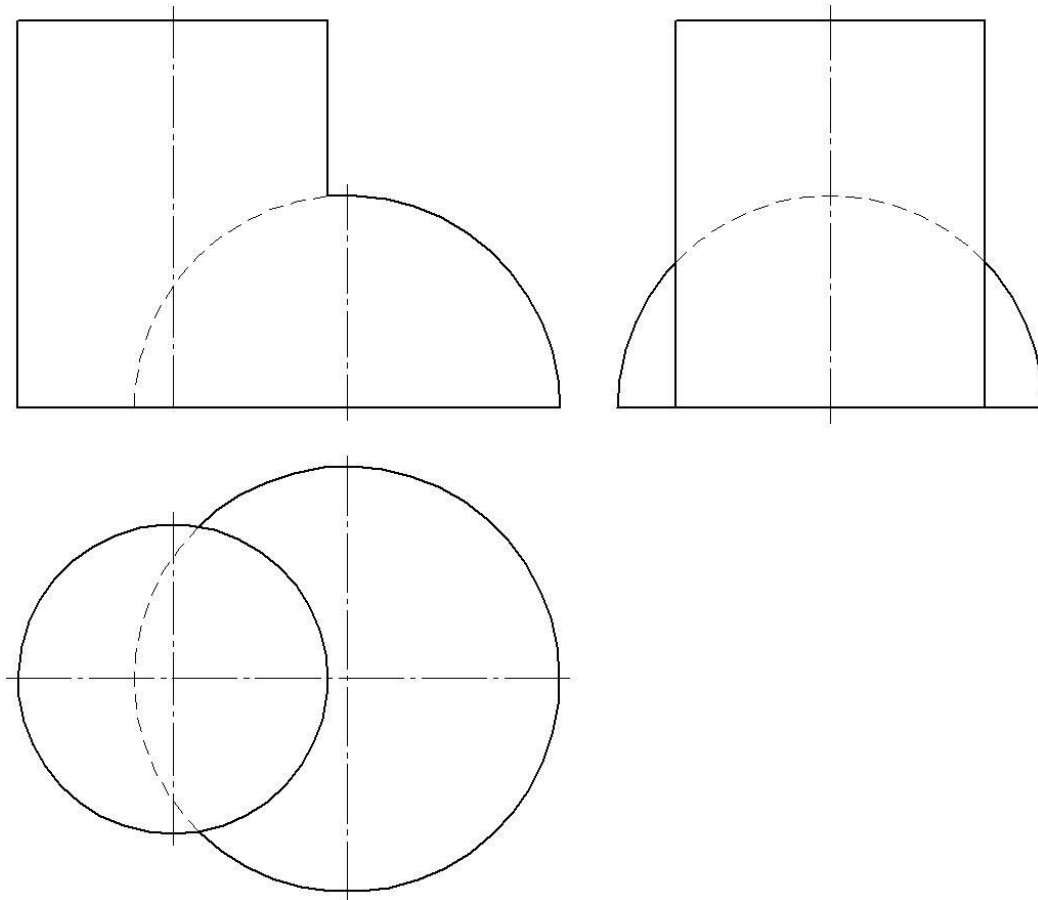


Рисунок 7 – Перетин циліндра та сфери

Прямий круговий циліндр є проєктуючою поверхнею, а полусфера – непроєктуюча поверхня, тому лінія їхнього взаємного перетину – це, відповідно, друга група лінії перетину. Одна проєкція лінії перетину, а саме горизонтальна, буде співпадати з контуром основи циліндра (контурною твірною горизонтальної проєкції циліндра). Необхідно знайти інші дві

проекції лінії перетину (фронтальну та профільну). Дві поверхні, що перетинаються є тілами обертання, тому результатом перетину буде просторова крива. Перетин поверхонь не повний, тому в результаті отримаємо одну просторову криву.

Для вирішення задачі використовуємо загальне правило знаходження лінії перетину. Для цього скористаємось допоміжними січними площинами-посередниками, а саме, горизонтальними площинами рівня.

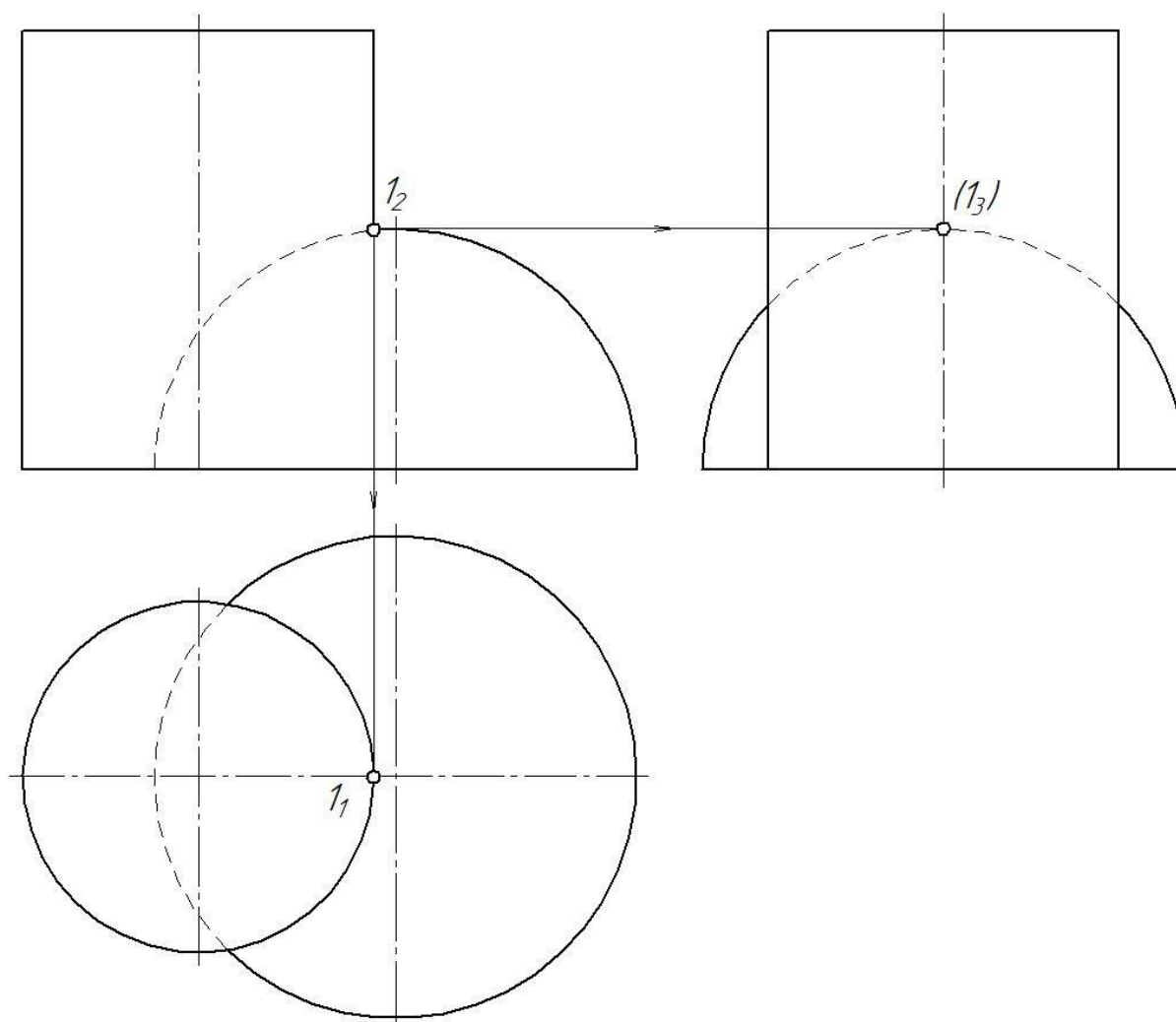


Рисунок 8 – Знаходження точки перетину 1

Точка 1 (рисунок 8) утворюється при перетині твірних обох тіл обертання. На фронтальній площині проєкцій позначаємо фронтальну проєкцію точки перетину 1_2 . Знаходимо дві інші проєкції точки перетину, враховуючи, що горизонтальна проєкція точки перетину 1_1 буде розташована на горизонтальній осі, а профільна 1_3 – на вертикальній осі.

Для побудови інших точок лінії перетину поверхонь використовуємо допоміжні горизонтальні площини рівня. У такому випадку результатом перетину з цими площинами в перерізі циліндра завжди буде коло, діаметр якого дорівнює діаметру основи циліндра, а в перерізі полусфери також будуть кола, але різного діаметру. Кількість таких допоміжних площин має бути не менше трьох. Слід відмітити, що одна з площин має обов'язково пройти через основи циліндра та полусфери. Місцезнаходження решти площин обирається довільно.

Для знаходження точок 2 та 3 використовуємо горизонтальну площину рівня Φ (рисунок 9). У перерізі циліндра буде коло, діаметром, якій дорівнює діаметру основи циліндра. В перерізі полусфери – коло, радіусом R_{23} , який дорівнює відстані між вертикальною віссю та твірною.

Унаслідок перетину цих двох кіл на горизонтальній площині проєкцій і будуть знаходитись горизонтальні проєкції точок 2_1 та 3_1 . Далі, за допомогою лінії зв'язку, знаходимо фронтальні проєкції точок 2_2 та 3_2 , які розташовані на фронтальному сліду площини Φ_2 . На фронтальній площині проєкцій вони будуть конкуруючими та видимою буде саме точка 2. Далі з фронтальних проєкцій точок проводимо горизонтальну лінію зв'язку на профільну площину проєкцій і, відклавши координати y_2 та z_3 , знаходимо місцезнаходження профільних проєкцій точок 2_3 та 3_3 .

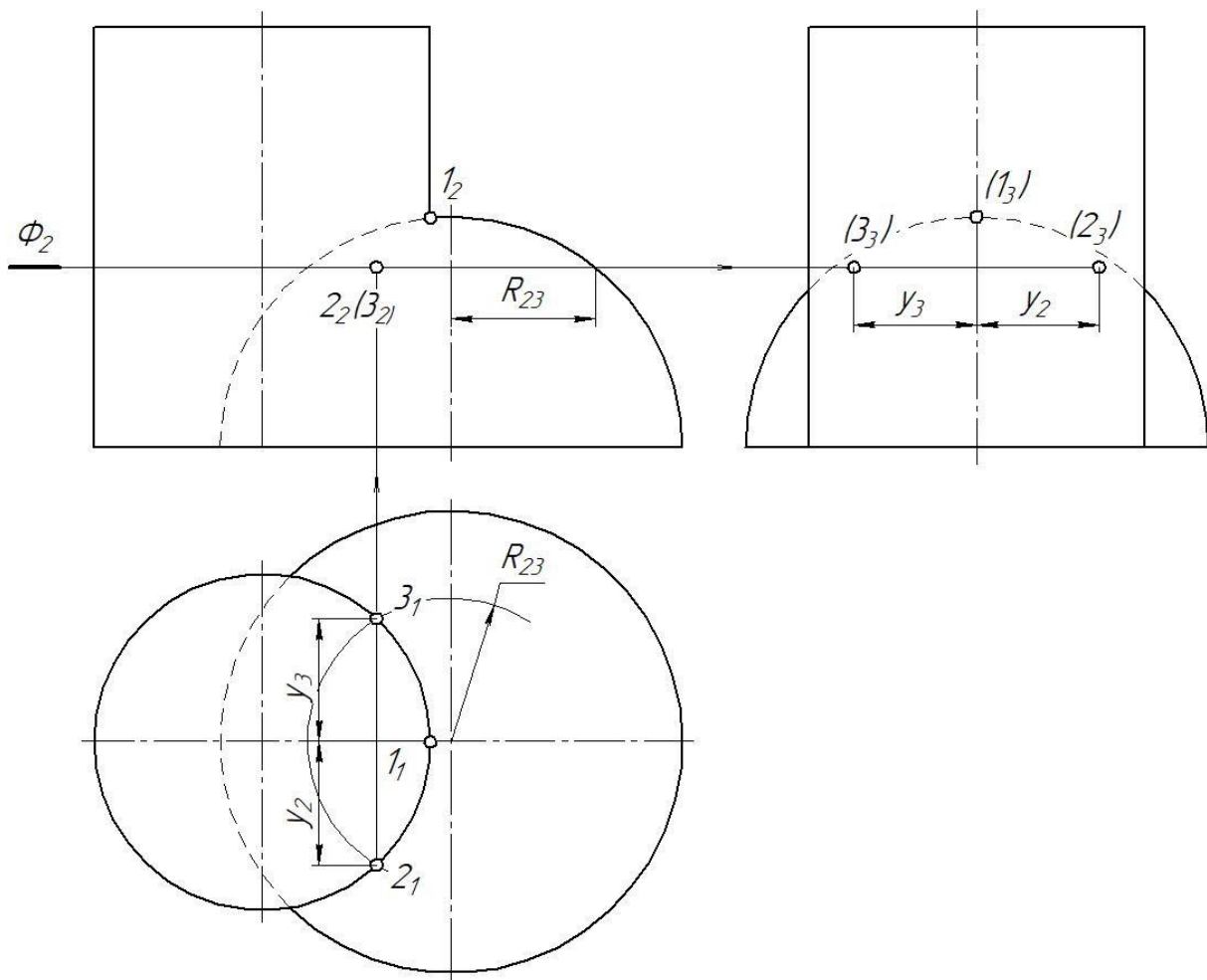


Рисунок 9 – Знаходження точок перетину 2 і 3

Решта точок 4, 5, 6, 7 будуються аналогічно точкам 2 та 3, використовуючи допоміжні січні площини Φ' та Φ'' (рисунки 10 і 11).

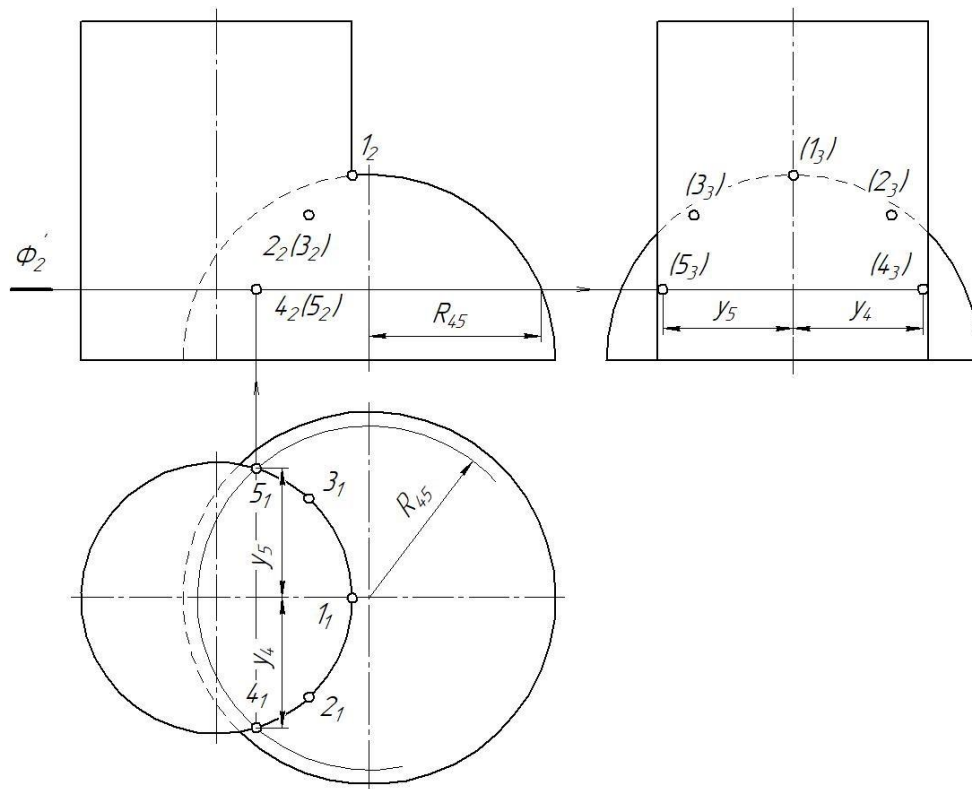


Рисунок 10 – Знаходження точок перетину 4 і 5

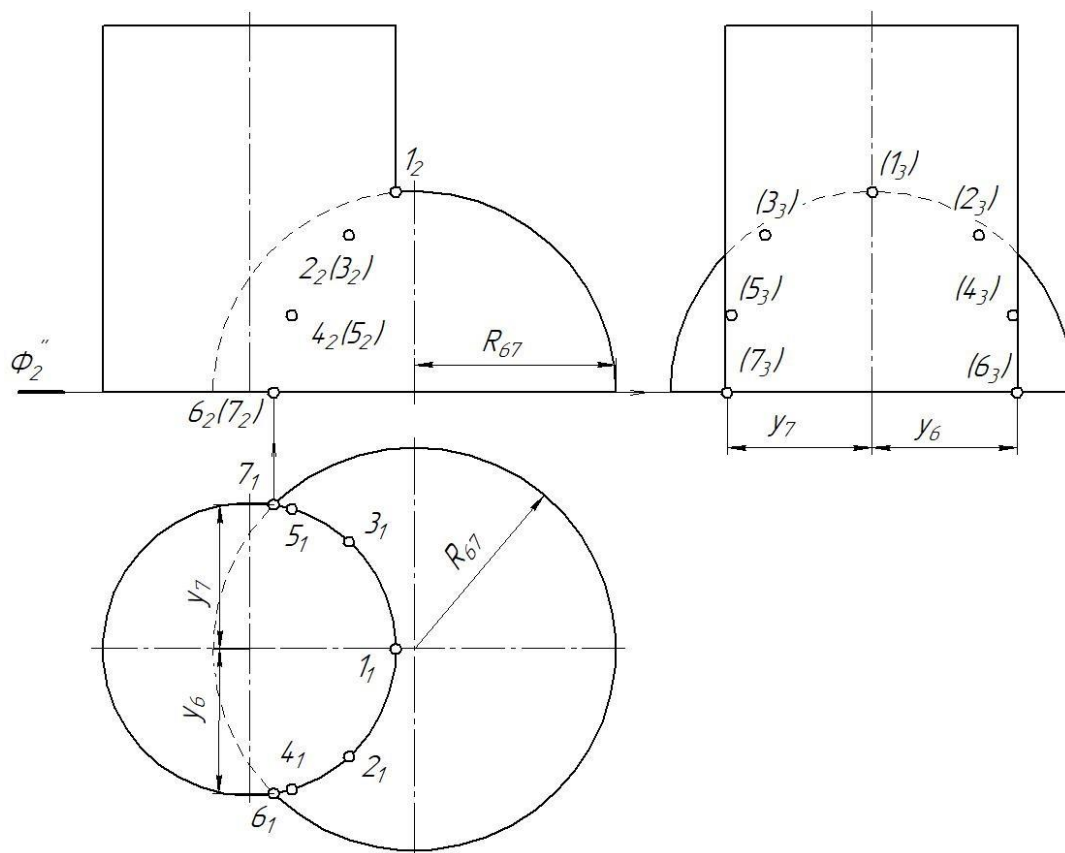


Рисунок 11 – Знаходження точок перетину 6 і 7

Отримані проєкції точок на Π_2 $6_2-4_2-2_2-1_2-3_2-5_2-7_2$ з'єднуємо плавними контурними лініями за допомогою лекала. На Π_3 лінія $6_3-4_3-2_3-1_3-3_3-5_3-7_3$ буде невидимою, тому проєкції точок з'єднуємо плавною штриховою лінією.

На рисунку 12 наведено остаточний вигляд лінії перетину кругового циліндра та полусфери на усіх трьох площинах проєкцій а також наочне зображення.

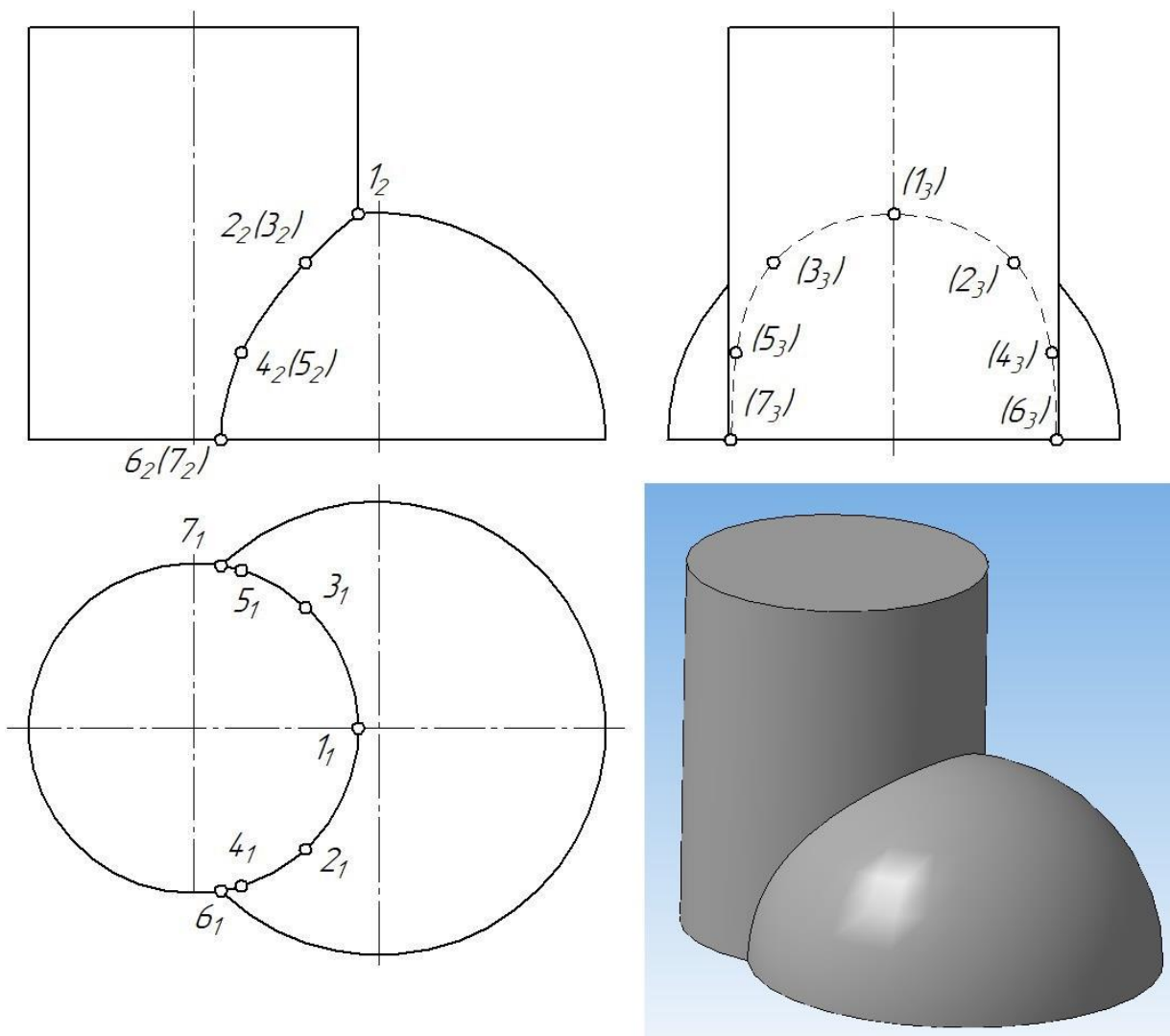


Рисунок 12 – Лінія перетину кругового циліндра та полусфери та наочне зображення

Задача 3. Побудувати проєкції лінії перетину прямого кругового циліндра та кругового конуса (рисунок 13).

Прямий круговий циліндр є проєктуючою поверхнею, а круговий конус – непроєктуюча поверхня, тому лінія їхнього взаємного перетину – це відповідно друга група лінії перетину. Одна проєкція лінії перетину, а саме горизонтальна, буде співпадати з контуром основи циліндра (контурною твірною горизонтальної проєкції циліндра). Нам необхідно знайти інші дві проєкції лінії перетину (фронтальну та профільну). Дві поверхні, що перетинаються є тілами обертання, тому результатом перетину буде просторова крива. Перетин поверхонь не повний, тому отримаємо одну просторову криву.

Конус перетинає, окрім бокової поверхні циліндра, ще і його верхню основу. В цьому випадку лінією перетину з верхньою основою буде коло радіуса R , який буде дорівнювати відстані від твірної до осі конуса (рисунок 13).

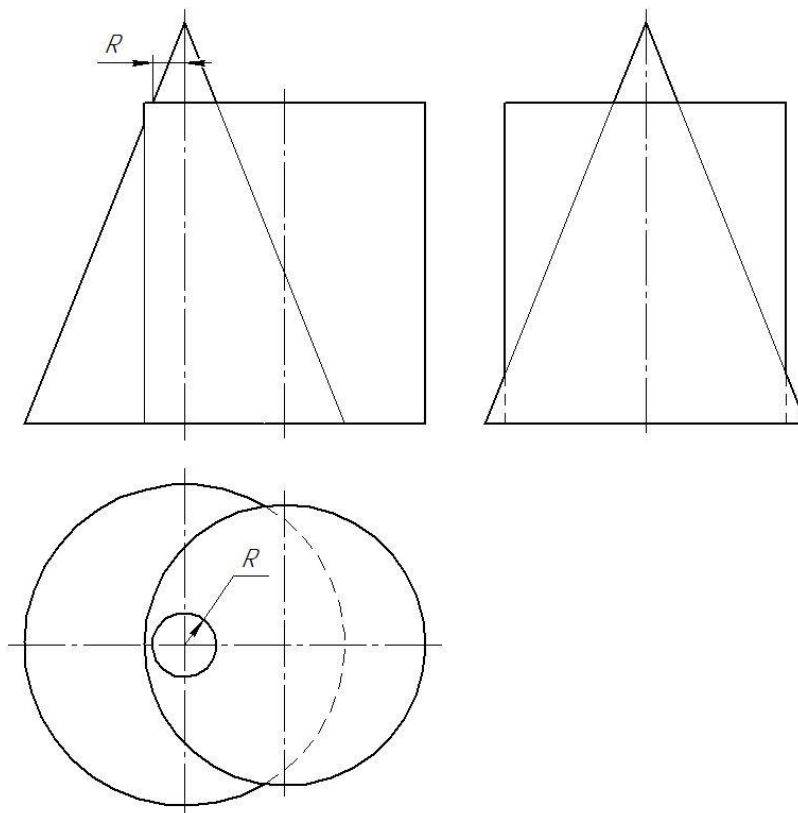


Рисунок 13 – Перетин циліндра та конуса

Для побудови лінії перетину знайдемо характерні точки 1, 2, 3, 4, 5.

Точка 1 (рисунок 14) утворюється при перетині твірних обох тіл обертання. На фронтальній площині проєкцій позначаємо фронтальну проєкцію точки перетину 1_2 . Знаходимо дві інші проєкції точки перетину, враховуючи, що горизонтальна проєкція точки перетину 1_1 буде розташована на горизонтальній осі, а профільна 1_3 – на вертикальній осі.

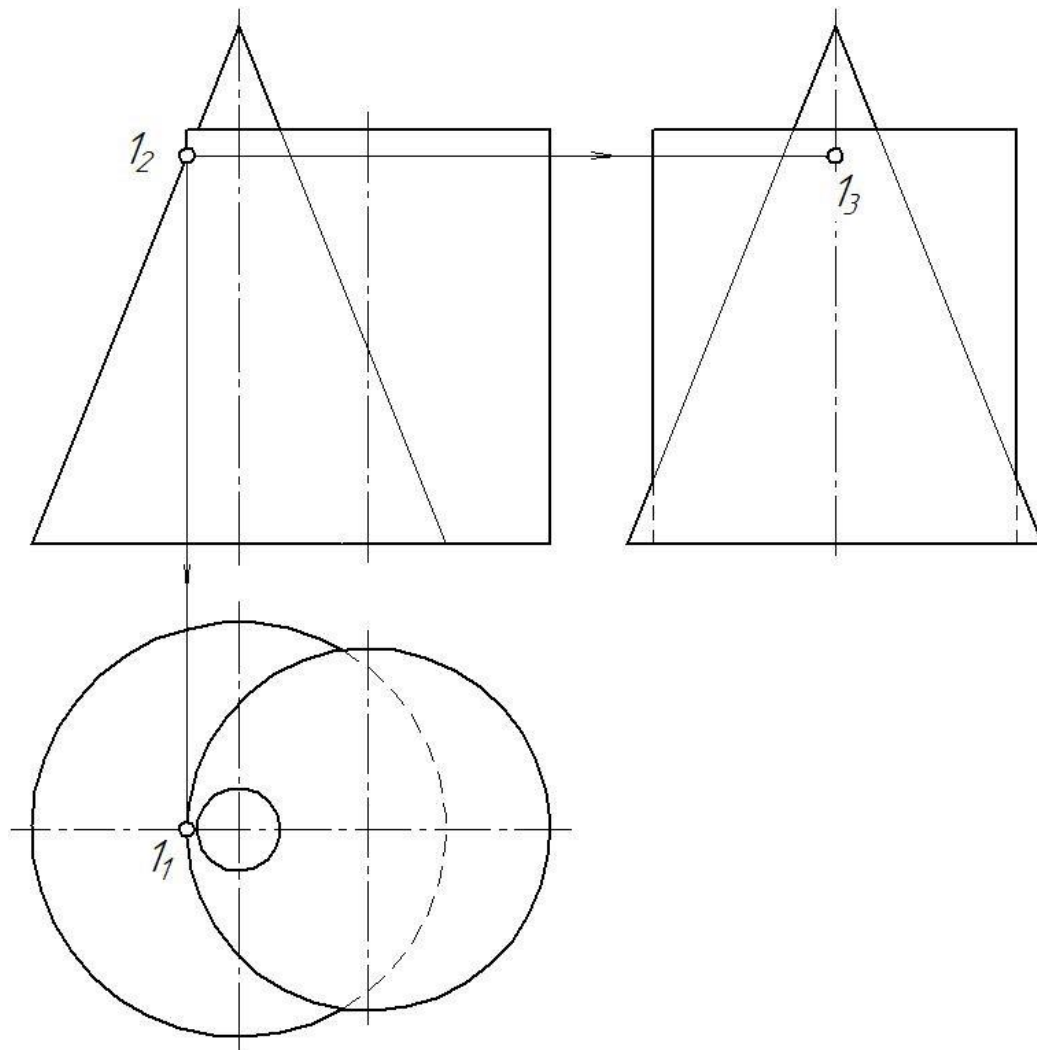


Рисунок 14 – Знаходження точки перетину 1

Точки 2 та 3 (рисунок 15) будуть утворюватися при перетині контурної твірної циліндра та осевої конуса на горизонтальній площині проєкцій (відповідно горизонтальні проєкції точок 2_1 та 3_1). Оскільки горизонтальні проєкції точок знаходяться на вертикальній осі конуса, то ці точки будуть знаходитись відповідно на вертикальній осі конуса на фронтальній площині проєкцій (2_2 і 3_2) та на контурних твірних конуса на профільній площині (2_3 і 3_3). Саме з профільної площини проєкцій і продовжуємо будувати ці точки. Замірявши координати y_2 та y_3 на горизонтальній площині проєкцій, відкладаємо їх на профільній площині від вертикальної осі та при перетині з твірними конуса отримаємо профільні проєкції точок 2_3 та 3_3 . Далі, за допомогою лінії зв'язку, знаходимо фронтальні проєкції точок 2_2 та 3_2 .

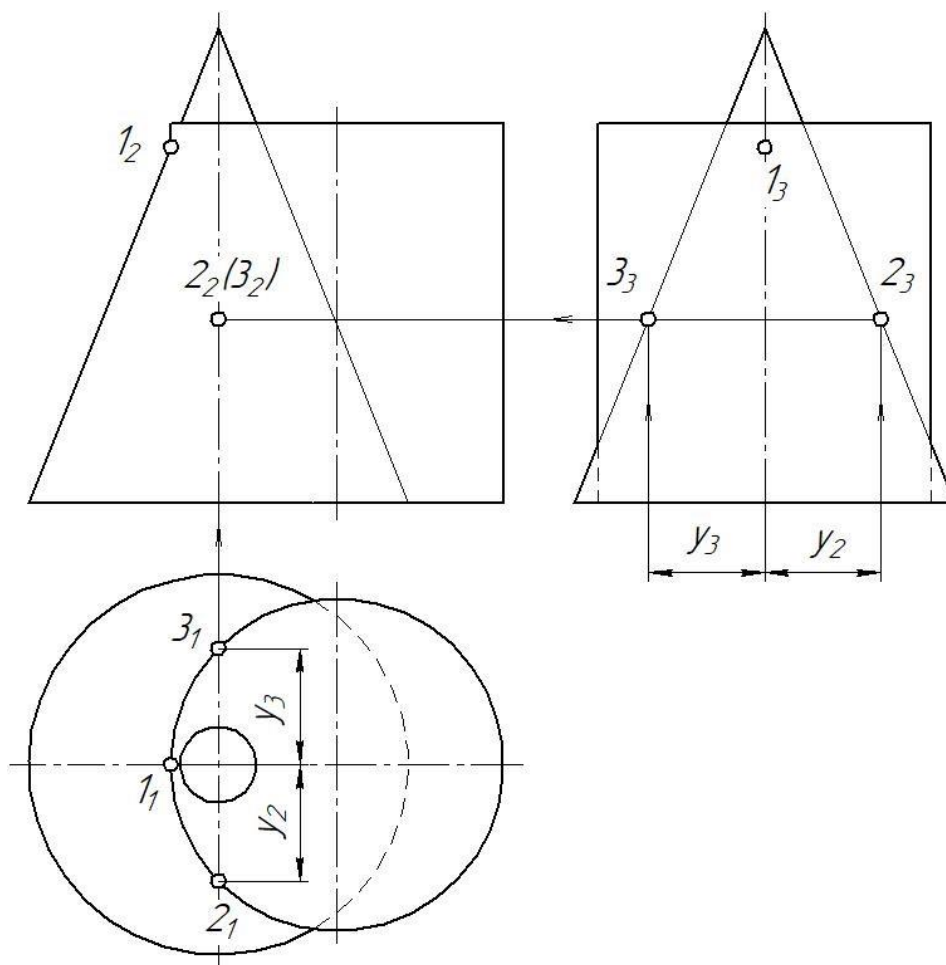


Рисунок 15 – Знаходження точок перетину 2 і 3

Точки 4 та 5 (рисунок 16) будуть утворюватися при перетині основ циліндра та конуса. Позначаємо проєкції точок на горизонтальній площині проєкцій 4_1 та 5_1 . Далі, за допомогою лінії зв'язку, знаходимо фронтальні проєкції точок 4_2 та 5_2 . Замірявши координати y_4 та y_5 , відкладаємо їх на профільній площині від вертикальної осі та отримаємо профільні проєкції точок 4_3 та 5_3 , які будуть невидимими.

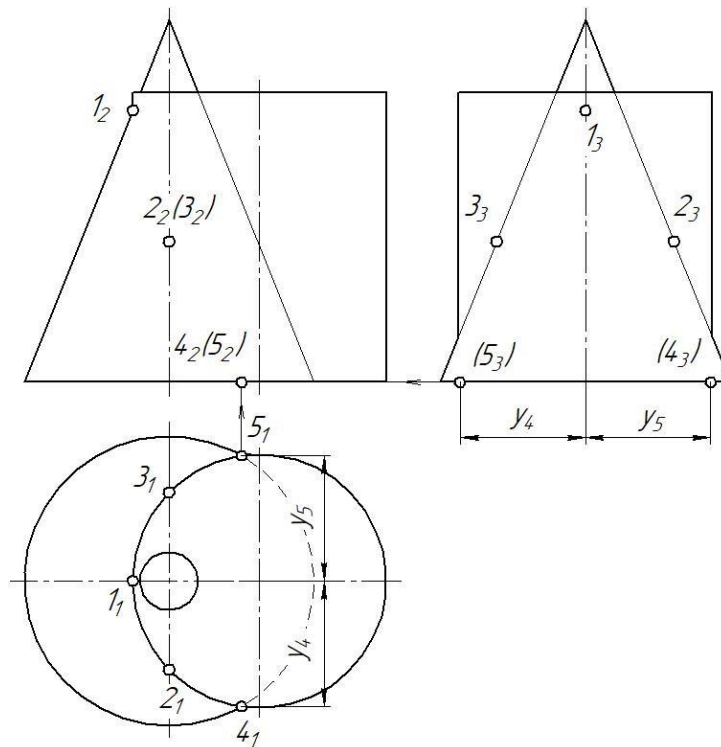


Рисунок 16 – Знаходження точок перетину 4 і 5

Характерних точок буде недостатньо. Тому застосуємо додаткові точки 6-9 (рисунок 17, 18). Для їхньої побудови використовуємо допоміжні горизонтальні площини рівня. У такому випадку результатом перетину поверхонь з цими площинами в перерізі циліндра завжди буде коло, діаметр якого дорівнює діаметру основи циліндра, в перерізі конуса будуть кола, але різного діаметру (відстань від осі до твірної). Кількість таких допоміжних площин має бути не менше двох, місцезнаходження їх обирається довільно.

Для знаходження точок 6 та 7 використовуємо горизонтальну площину рівня Φ (рисунок 17). У перерізі циліндра буде коло діаметром, який дорівнює діаметру основи циліндра. В перерізі конуса – коло радіусом R_{67} .

Унаслідок перетину цих двох кіл на горизонтальній площині проєкцій і будуть знаходитись горизонтальні проєкції точок 6_1 та 7_1 . Далі, за допомогою лінії зв'язку, знаходимо фронтальні проєкції точок 6_2 та 7_2 , які розташовані на фронтальному сліду площини Φ_2 . На фронтальній площині проєкцій вони будуть конкуруючими та видимою буде саме точка 6. Далі з фронтальних проєкцій точок проводимо горизонтальну лінію зв'язку на профільну площину проєкцій і, відклавши координати y_6 та y_7 , знаходимо місцезнаходження профільних проєкцій точок 6_3 та 7_3 .

Точки 8 і 9 будуються аналогічно точкам 6 і 7, використовуючи допоміжну січну площину Φ' (рисунок 18).

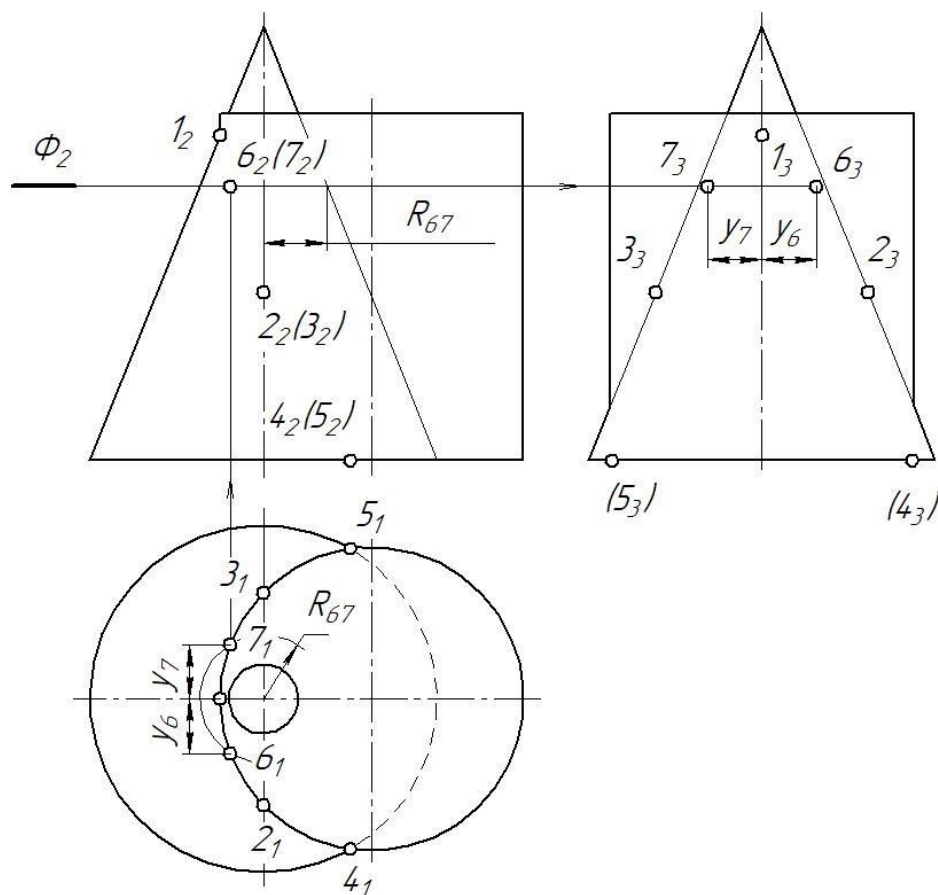


Рисунок 17 – Знаходження точок перетину 6 і 7

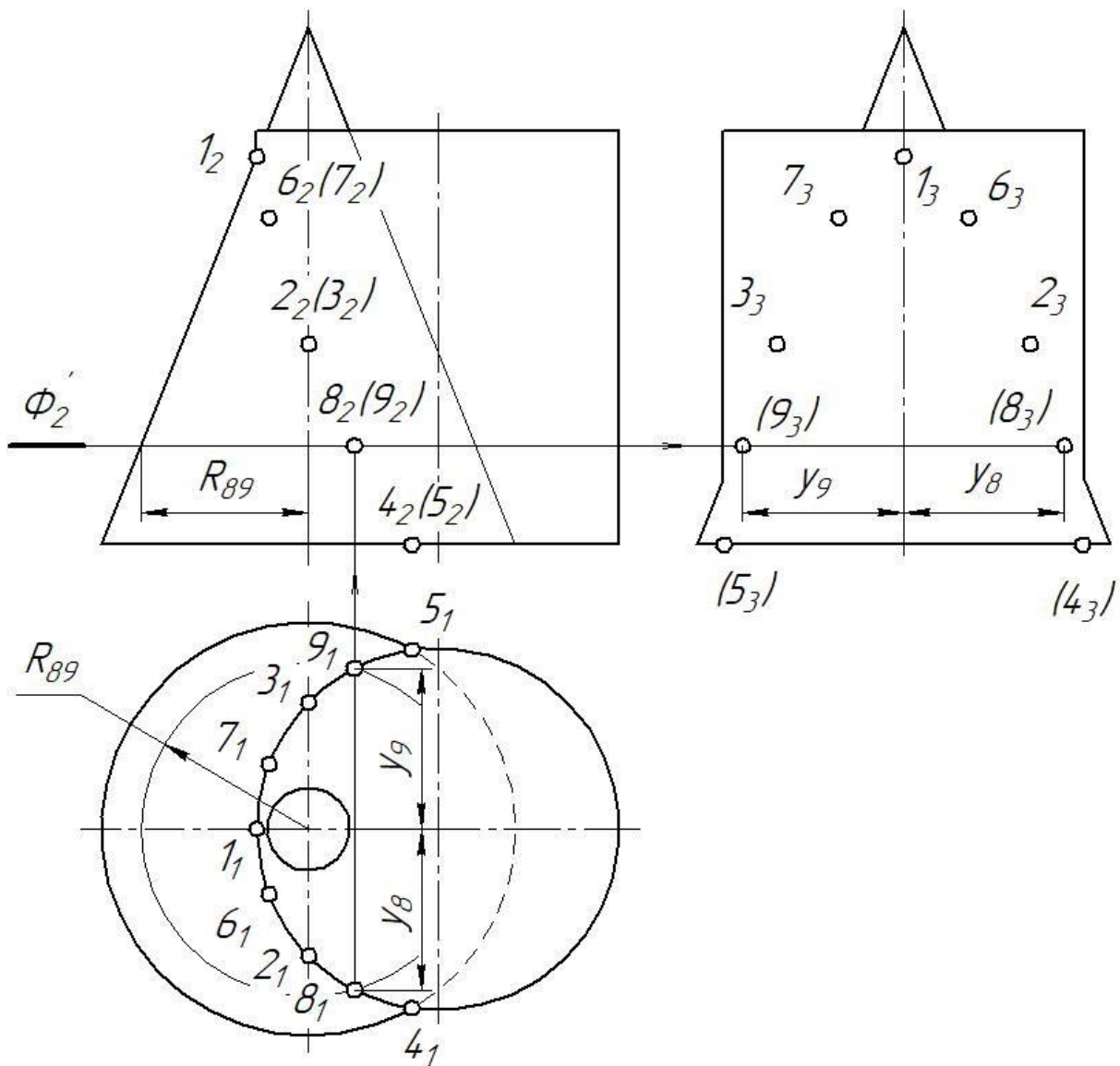


Рисунок 18 – Знаходження точок перетину 8 і 9

Отримані проєкції точок $5_2-9_2-3_2-7_2-1_2-6_2-2_2-8_2-4_2$ з'єднуємо плавними контурними лініями за допомогою лекала на фронтальній площині проєкцій. На профільній площині проєкцій лінія $5_3-9_3-3_3-7_3-1_3-6_3-2_3-8_3-4_3$ частково буде видимою на ділянці $3_3-7_3-1_3-6_3-2_3$, тому проєкції точок з'єднуємо контурною плавною лінією. Інші ділянки $5_3-9_3-3_3$ та $2_3-8_3-4_3$ будуть невидимі, тобто з'єднуємо штриховою плавною лінією.

На рисунку 19 наведено остаточний вигляд лінії перетину кругового циліндра та кругового конуса на усіх трьох площинах проєкцій, а також наочне зображення.

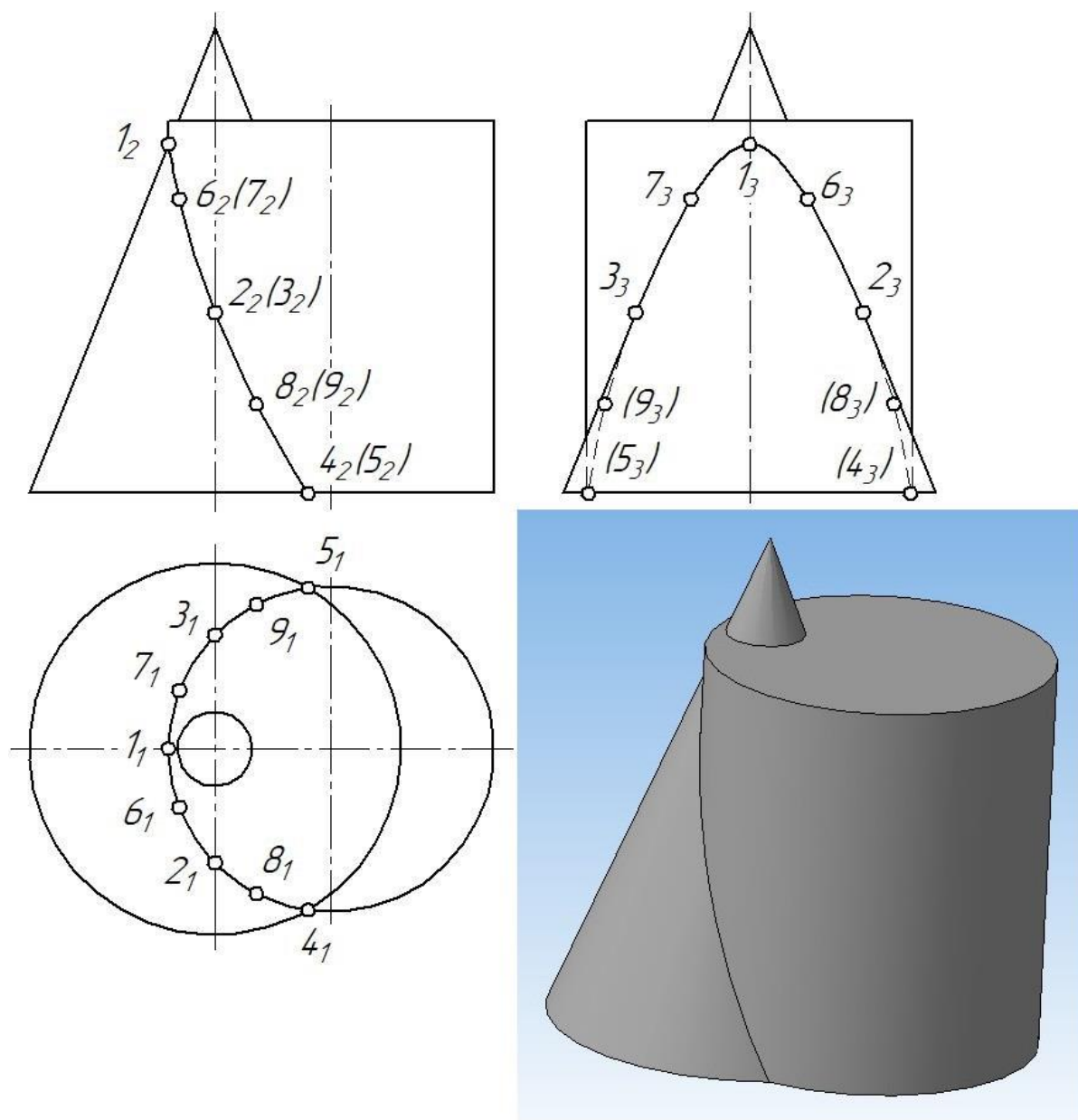


Рисунок 19 – Лінія перетину кругового циліндра та кругового конуса та наочне зображення

Задача 4. Побудувати проєкції лінії перетину прямого кругового конуса та тригранної призми (рисунок 20).

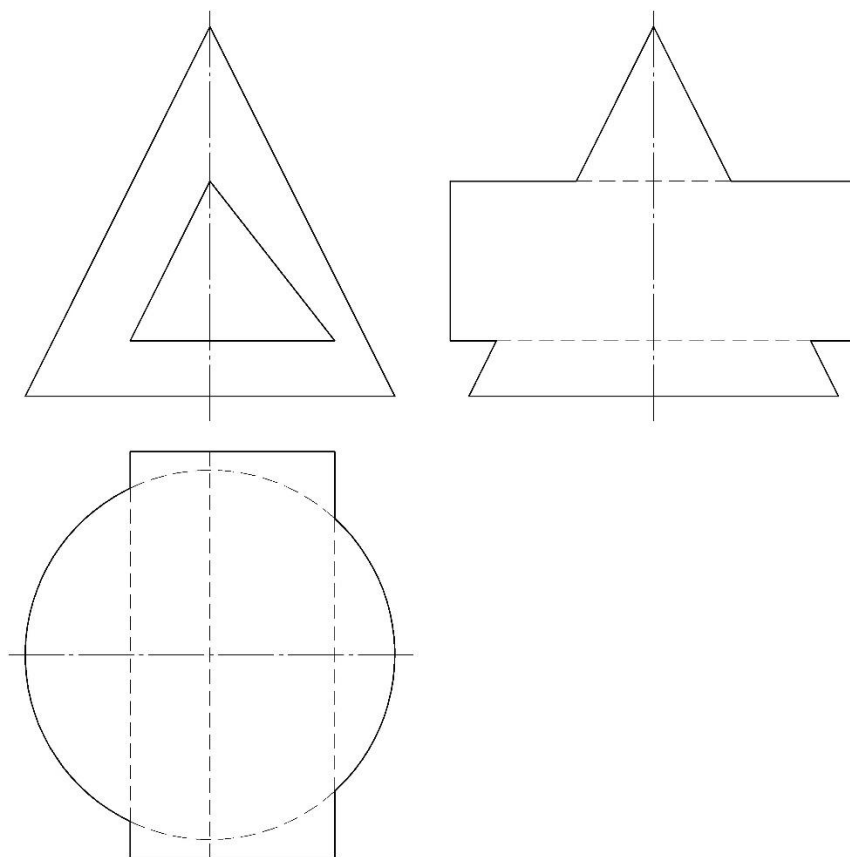


Рисунок 20 – Перетин конуса та призми

Тригранна призма – проєктуюча поверхня, прямий круговий конус – непроєктуюча поверхня, тому лінія перетину таких поверхонь – це друга група лінії перетину. Задана тригранна призма є фронтально проєктуючою поверхнею, тому одна проєкція лінії перетину співпадає з основою призми (трикутником) на фронтальній площині проєкцій. Необхідно знайти інші дві проєкції лінії перетину (горизонтальну та профільну).

Лінія перетину конуса з призмою складається з плоских кривих, кожна з яких є результатом перетину конуса однією гранню призми, тобто площиною. Точки, в яких ці плоскі криві сполучаються, є точками перетину

ребер призми з поверхнею конуса. Перетин поверхонь повний, тому отримаємо дві лінії перетину – лінію входу і лінію виходу.

Оскільки грані призми – площини, то їх можна задати слідами фронтально проєктуючих площин $T(T_2)$, $\Phi(\Phi_2)$, $Q(Q_2)$ і встановити характер лекальних кривих, з яких складається лінія перетину поверхонь. Від площини T – коло, Φ – еліпс, Q – парабола (рисунок 21).

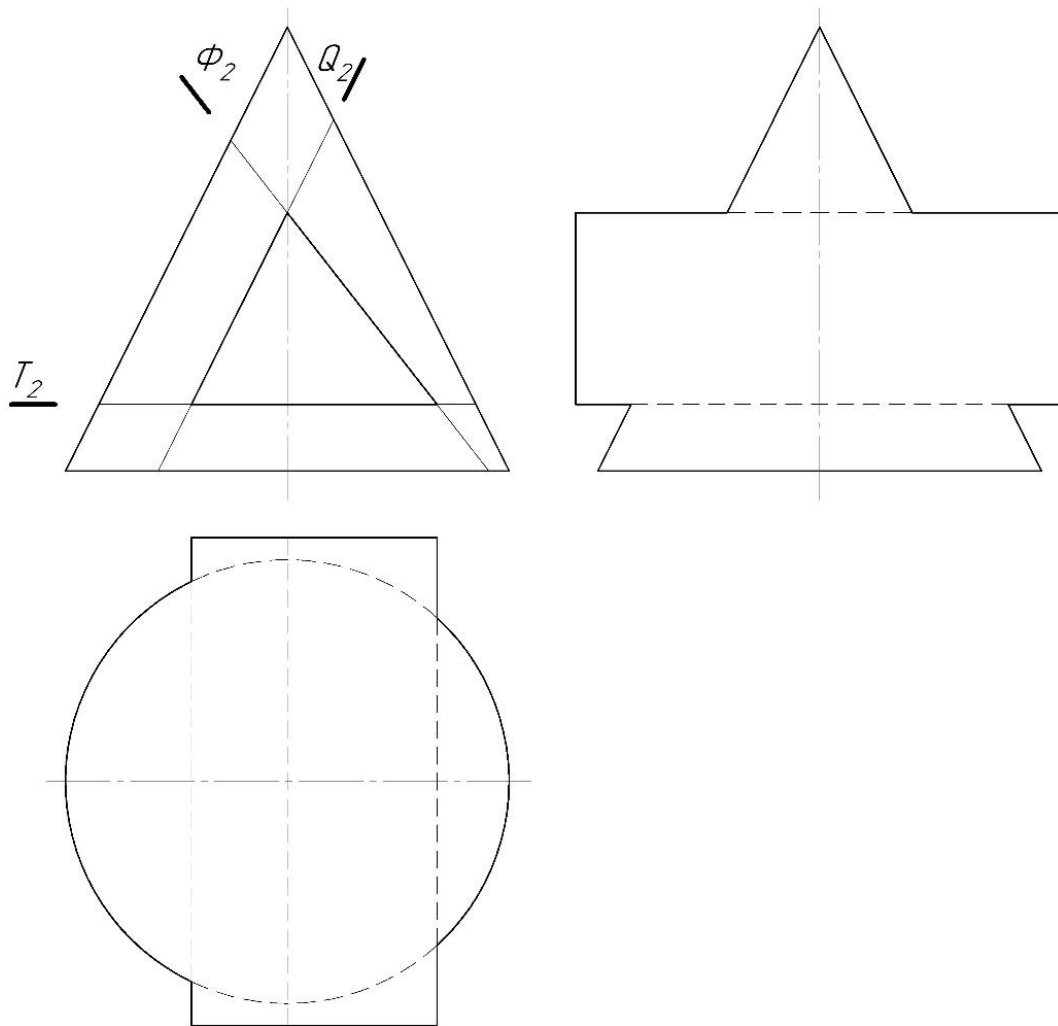


Рисунок 21 – Позначення фронтально проєктуючих площин

На фронтальній площині проєкції позначаємо характерні точки 1-8 (рисунок 22).

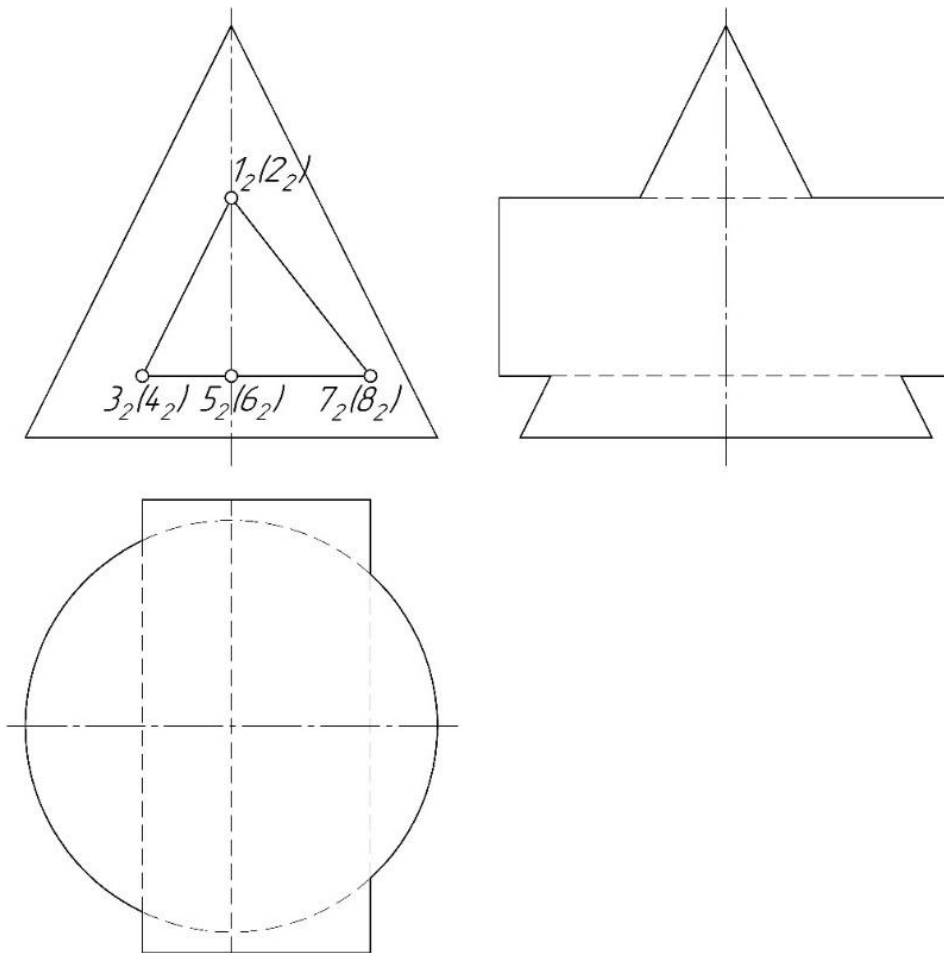


Рисунок 22 – Знаходження точок перетину 1-8

Точки 1 та 2 (рисунок 23) розташовані на вертикальній осі конуса, що є проєкцією профільних контурних твірних. Тому проводимо лінію зв'язку з $1_2(2_2')$ на профільну площину до перетину з контурним твірними і позначаємо 1_3 та 2_3 . Замірявши на профільній площині проєкцій координати y_2 та y_3 , відкладаємо їх на горизонтальній площині від центра на вертикальній осі конуса і отримуємо горизонтальні проєкції точок 1_1 та 2_1 .

Для побудови точок 3-8 (рисунок 24) використовуємо допоміжну горизонтальну площину рівня T (T_2). Ця площина-посередник розсікає конус по колу радіусом R . Радіус кола R дорівнює відстані від осі обертання до його контурної твірної.

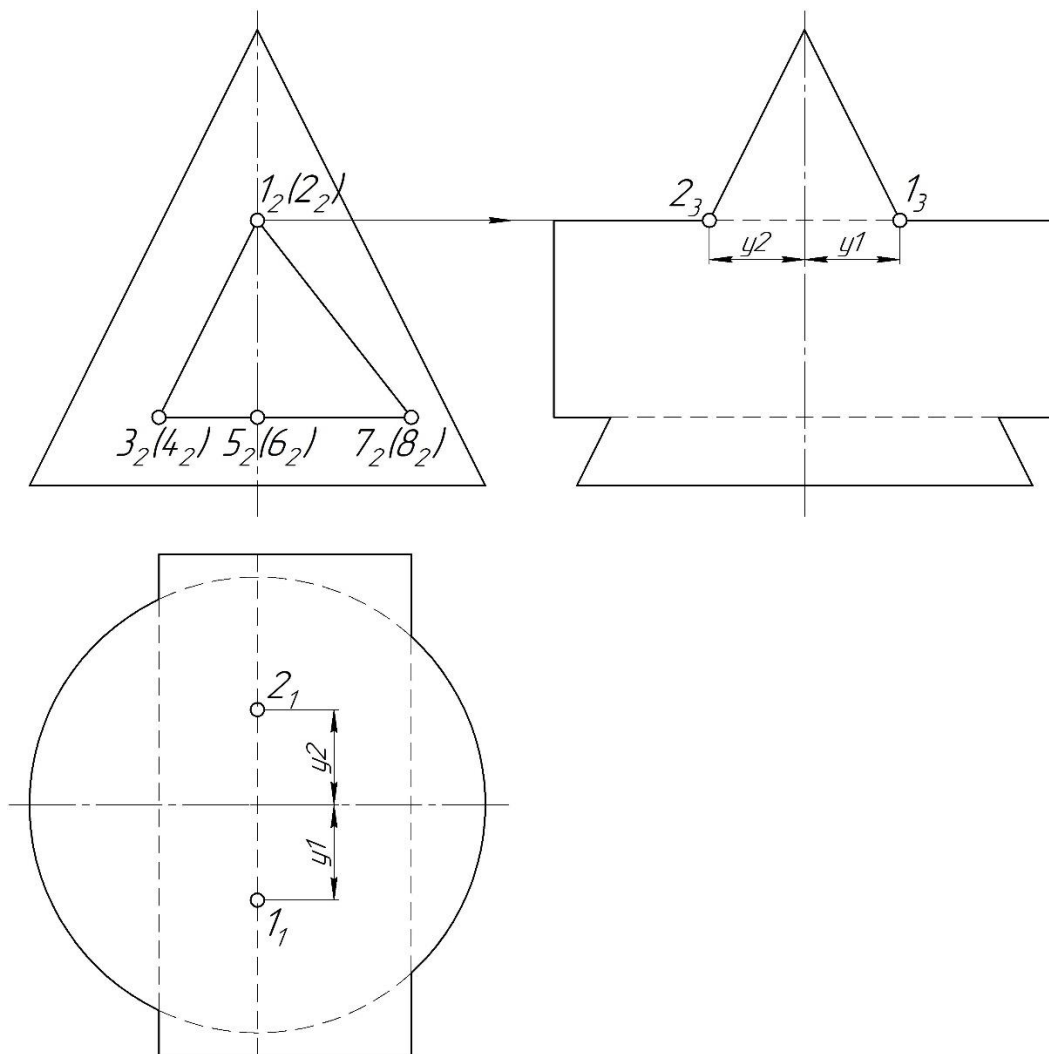


Рисунок 23 – Знаходження точок перетину 1 і 2

Креслимо коло радіусом R на горизонтальній площині проєкцій із центру основи конуса (це додаткова побудова, тому використовуємо тип лінії – суцільна тонка). При перетині цього кола з проєкціями бічних ребер призми позначаємо горизонтальні проєкції точок $3_1, 4_1, 5_1, 6_1, 7_1, 8_1$.

Профільні проєкції точок $3_3, 4_3, 5_3, 6_3, 7_3, 8_3$ будуть збігатися зі слідом площини T_3 і розташовані справа та зліва від вертикальної осі на відповідних координатах $y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8$. Слід зауважити, що точки 5 та 6 розташовані на контурних профільних твірних конуса.

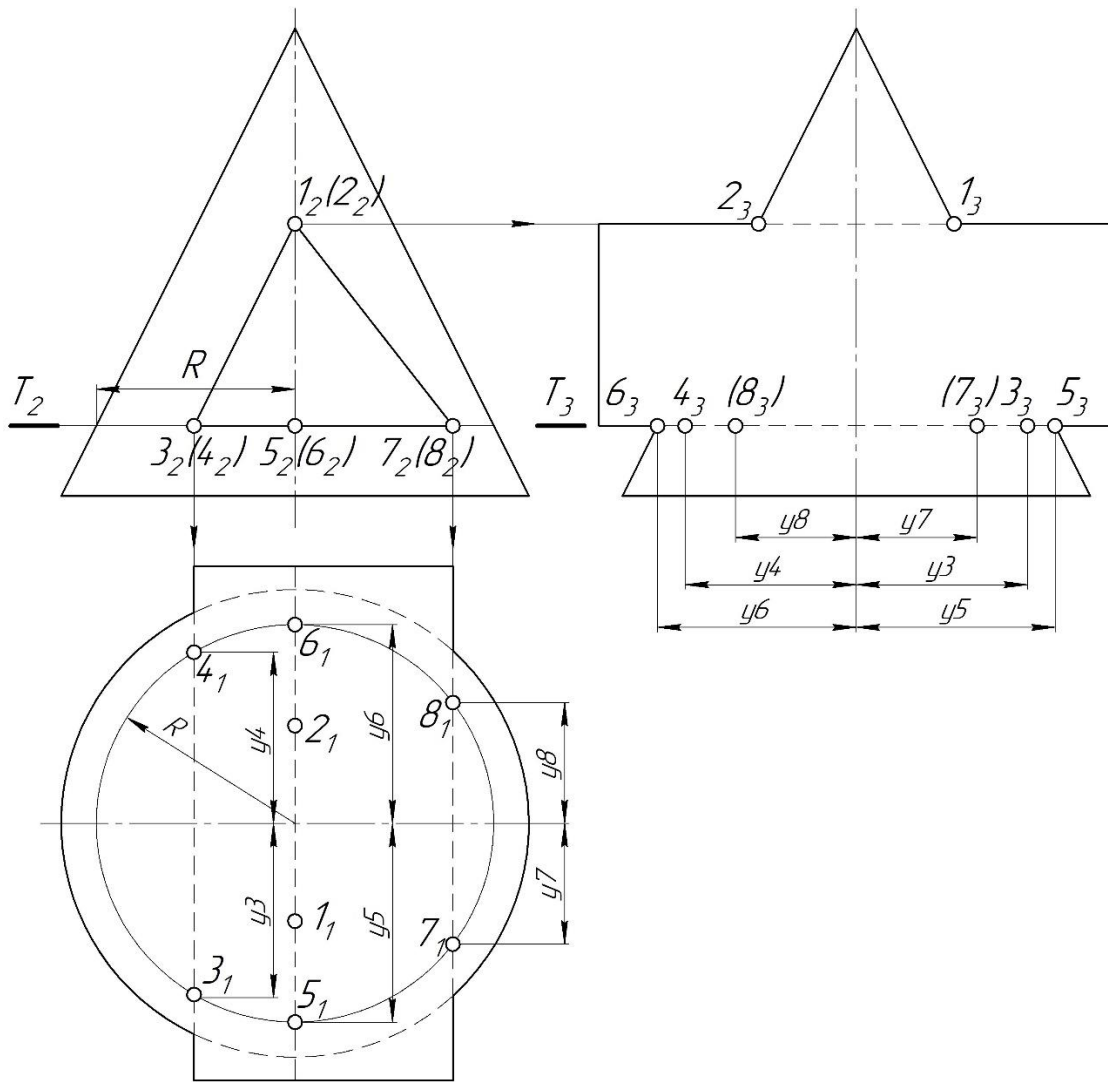


Рисунок 24 – Знаходження точок перетину 3 – 8

Окрім характерних точок для побудови лінії перетину необхідно обрати додаткові точки 9-12 (рисунок 25).

Знаходимо їх за допомогою допоміжної горизонтальної площини рівня $S(S_2)$. При перетині конуса такою площиною утворюється коло радіусом R^* . Креслимо коло радіусом R^* на горизонтальній площині проєкцій із центру основи конуса (це додаткова побудова, тому використовуємо суцільну тонку лінію). При перетині цього кола з вертикальними лініями зв'язку із проєкцій точок $9_2(10_2)$, $11_2(12_2)$ отримаємо горизонтальні проєкції точок 9_1 , 10_1 , 11_1 , 12_1 .

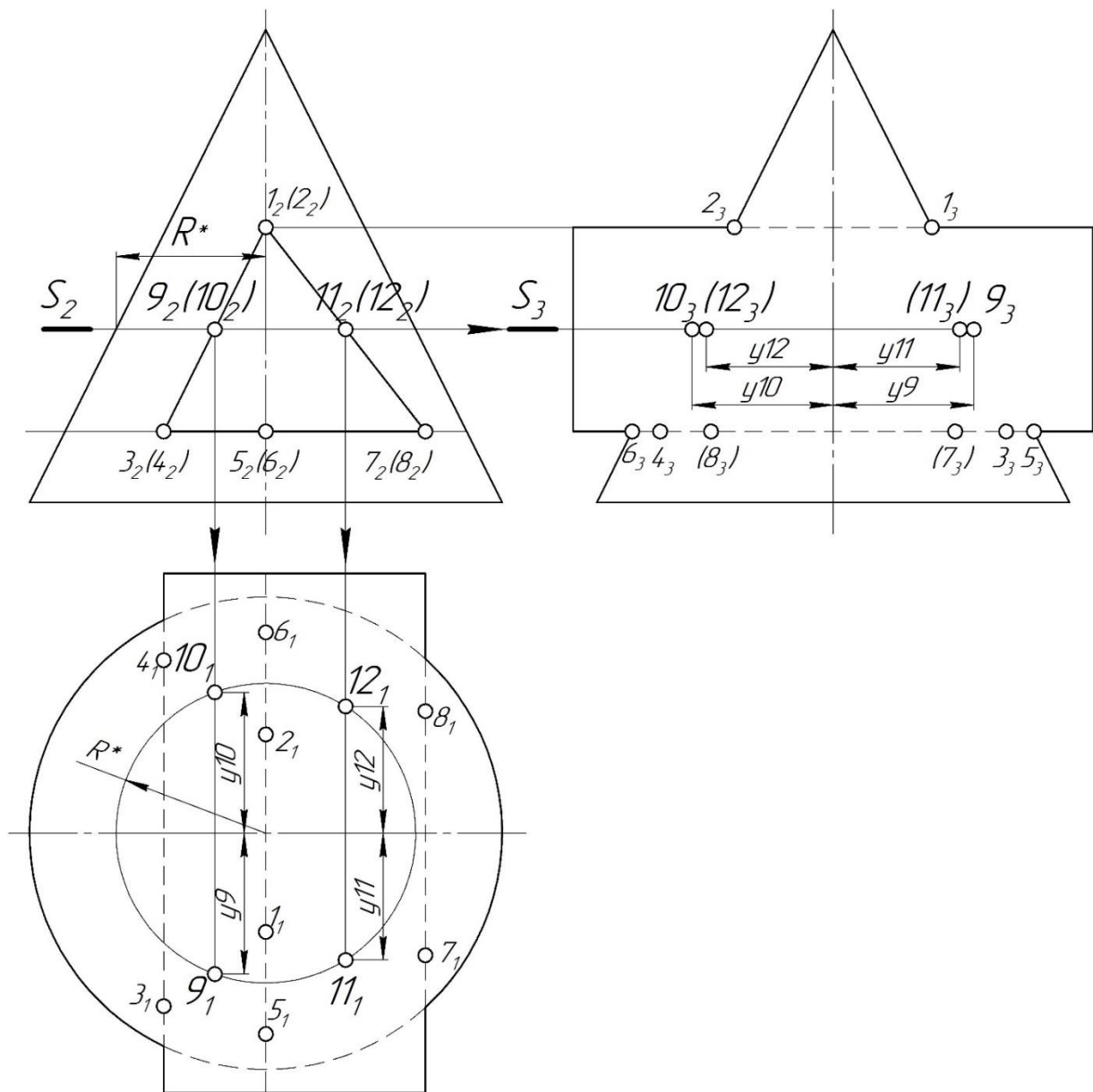


Рисунок 25 – Знаходження точок перетину 9 – 12

Отримані проєкції точок з'єднуємо плавними контурними лініями на горизонтальній та профільних площинах з урахуванням видимості.

На рисунку 26 наведено лінію перетину заданих поверхонь на три площини проєкцій з наочним зображенням.

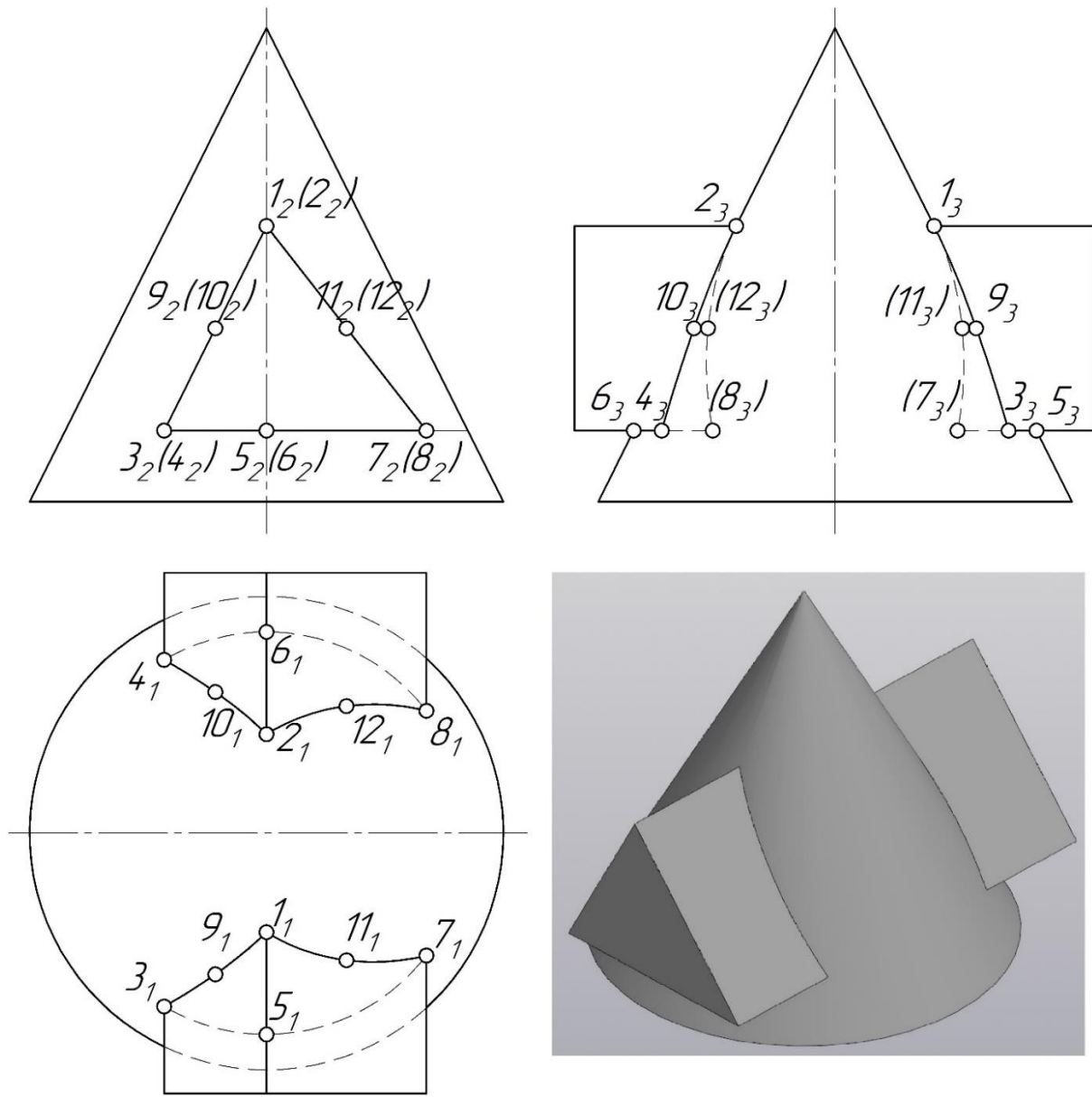


Рисунок 26 – Лінія перетину кругового конуса та тригранної призми
та наочне зображення

ТРЕТЯ ГРУПА ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ

Розглянемо побудову лінії перетину двох поверхонь загального положення. Ця лінія не буде розташована на контурних твірних. Для знаходження лінії перетину використовується загальне правило, яке передбачає застосування допоміжних січних площин-посередників, які будуть розсікати задані тіла за простими елементами – багатокутниками або колами. Потім за допомогою вибраної площини-посередника будують лінію перетину кожної поверхні. Отримані точки з'єднують лекальною кривою з урахуванням видимості.

Задача 5. Побудувати проєкції лінії перетину прямого кругового конуса та правильної чотиригранної піраміди (рисунок 27).

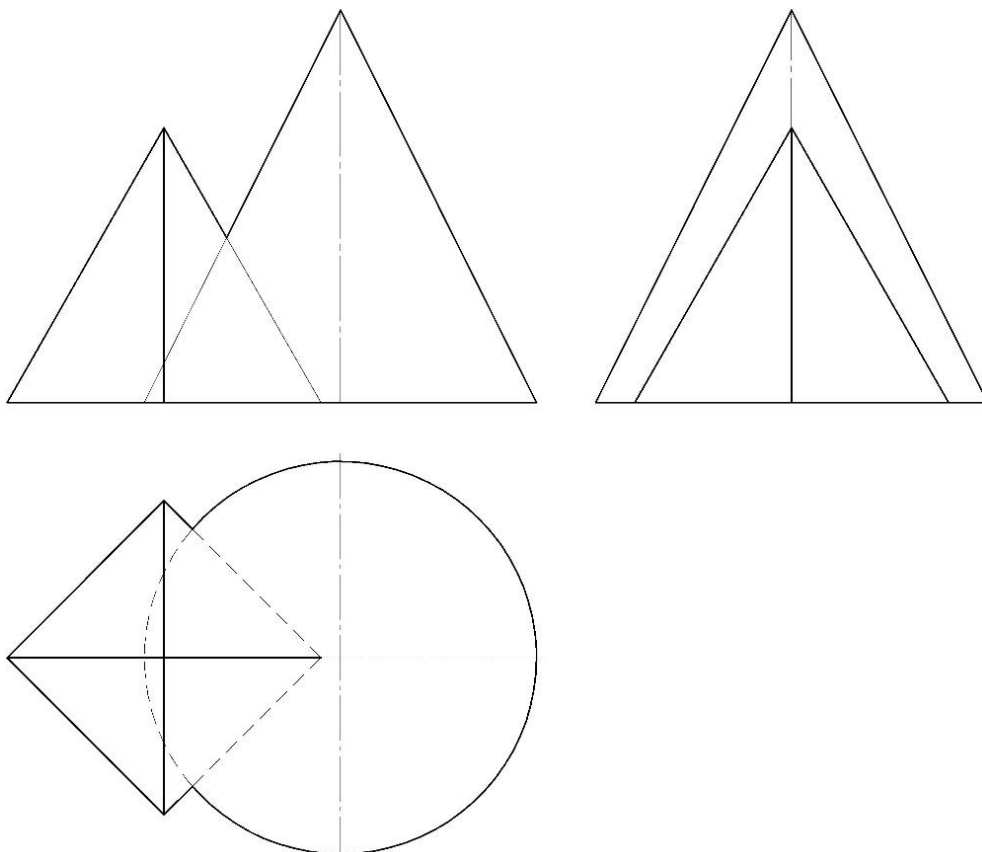


Рисунок 27 – Перетин конуса та піраміди

Прямий круговий конус та правильна чотиригранна піраміда є поверхнями загального положення, тому лінія перетину таких поверхонь – це третя група лінії перетину. Лінія перетину конуса з пірамідою складається з плоских кривих, кожна з яких є результатом перетину конуса однією гранню піраміди, тобто площиною. Точки, в яких ці плоскі криві сполучаються, є точками перетину ребер піраміди з поверхнею конуса.

Для вирішення задачі використовуємо загальне правило знаходження лінії перетину. Скористаємося допоміжними січними площинами рівня, які будуть перетинати конус по колу, а чотиригранну піраміду по квадрату.

Отже, для знаходження найвищої точки 1 лінії перетину використовуємо фронтальну площину рівня T (T_1), проведену через горизонтальну ось заданих тіл (рисунок 28). Ця площина перетинає поверхні по двох трикутниках, у перетині яких на фронтальній площині проєкції отримаємо фронтальну проєкцію точки 1_2 . Проводимо з 1_2 вертикальну лінію зв'язку на слід площини T_1 і знаходимо горизонтальну проєкцію точки 1_1 , яка буде видимою. Далі проводимо з 1_2 горизонтальну лінію зв'язку на слід площини T_3 і знаходимо профільну проєкцію точки 1_3 , яка буде невидимою.

Для побудови точок 2 та 3 лінії перетину використовуємо допоміжну горизонтальну площину рівня Φ (рисунок 29). Ця площина-посередник розсікає конус по колу радіусом R_{23} , а чотиригранну піраміду по квадрату \square_{23} . Радіус кола R_{23} дорівнює відстані від осі обертання конуса до його контурної твірної у площині перерізу площиною Φ . Квадрат \square_{23} в перерізі піраміди буде подібний до основи і будується від точки K на ребрі паралельно до сторін основи піраміди.

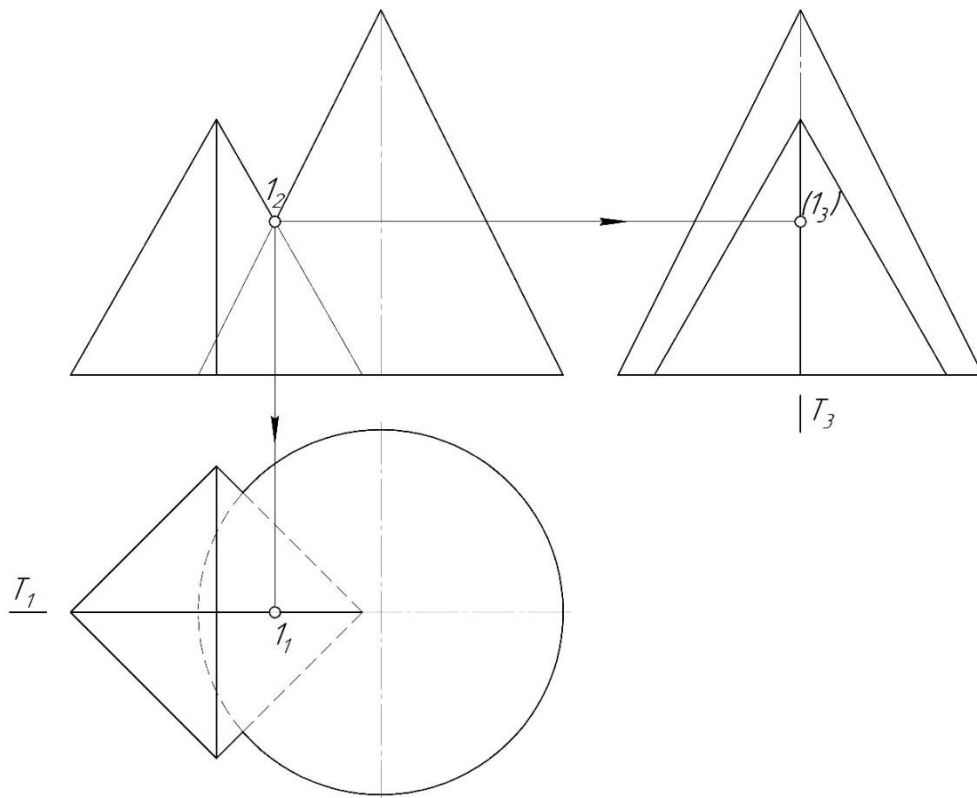


Рисунок 28 – Знаходження точки 1

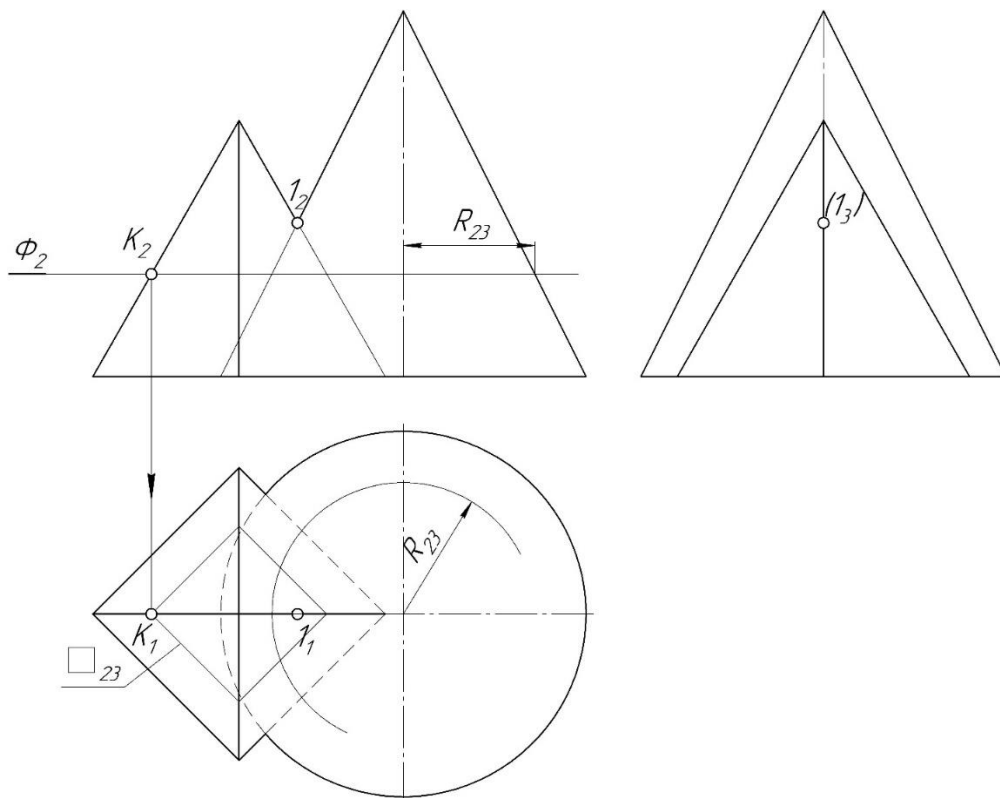


Рисунок 29 – Знаходження точок 2 і 3

Креслимо відповідно коло і квадрат на горизонтальній площині проєкцій (це додаткові побудови, тому використовуємо тип лінії – суцільна тонка). При цьому пам'ятаємо, що на горизонтальній проєкції коло для конуса виконується із центру основи конуса. У перетині кола і квадрата знаходимо дві точки 2 (2_1) і 3 (3_1).

Проводимо з проєкцій точок 2_1 і 3_1 вертикальну лінію зв'язку на фронтальну площину. Проєкції точок $2_2(3_2)$ будуть збігатися зі слідом Φ_2 (рисунок 30).

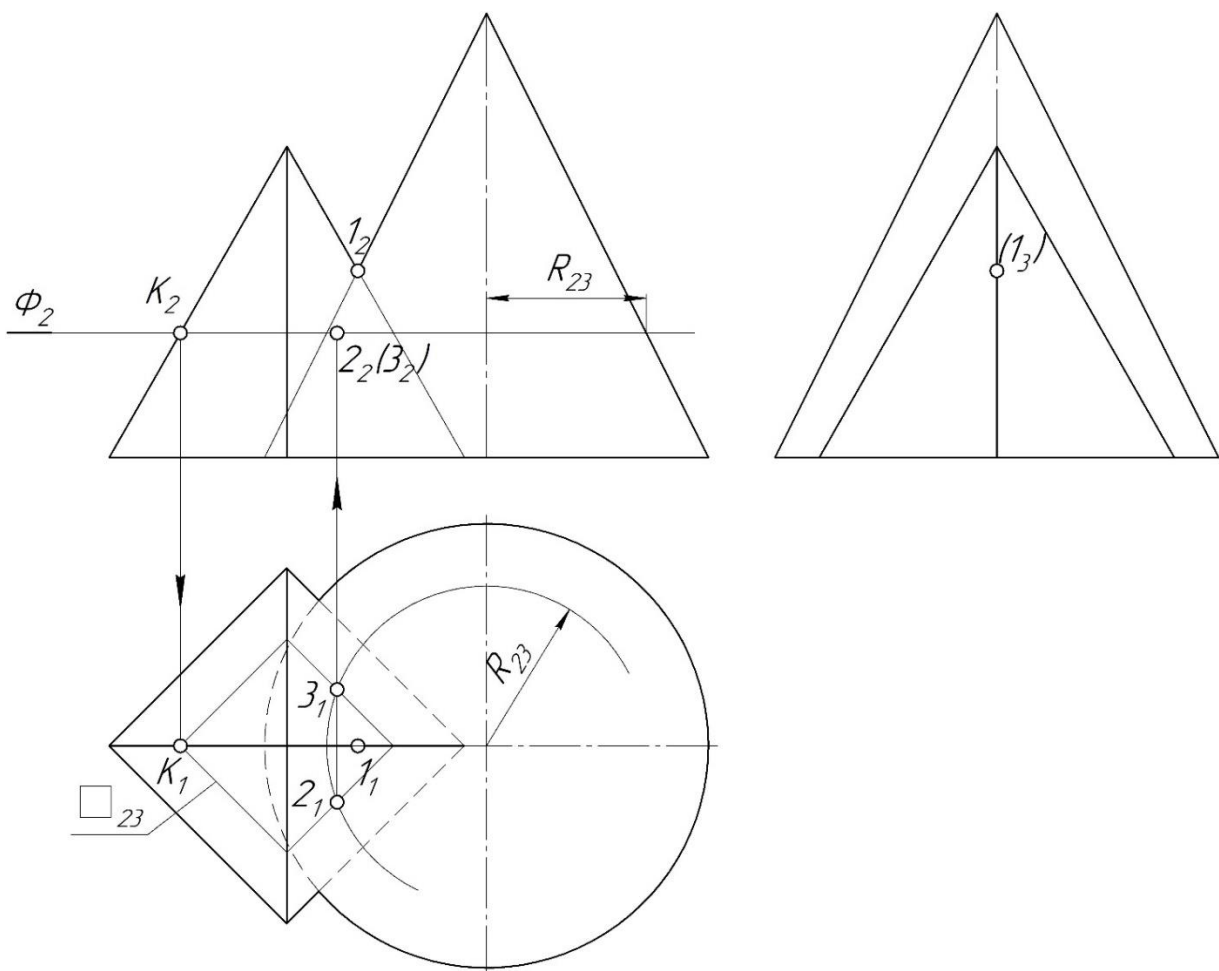


Рисунок 30 – Знаходження точок 2 і 3

З проєкцій точок $2_2(3_2)$ проводимо горизонтальну лінію зв'язку на профільну площину. Проєкції точок $2_3(3_3)$ будуть збігатися зі слідом Φ_3 і розташовані справа і зліва від вертикальної осі на відповідних координатах y_2 та y_3 (рисунок 31).

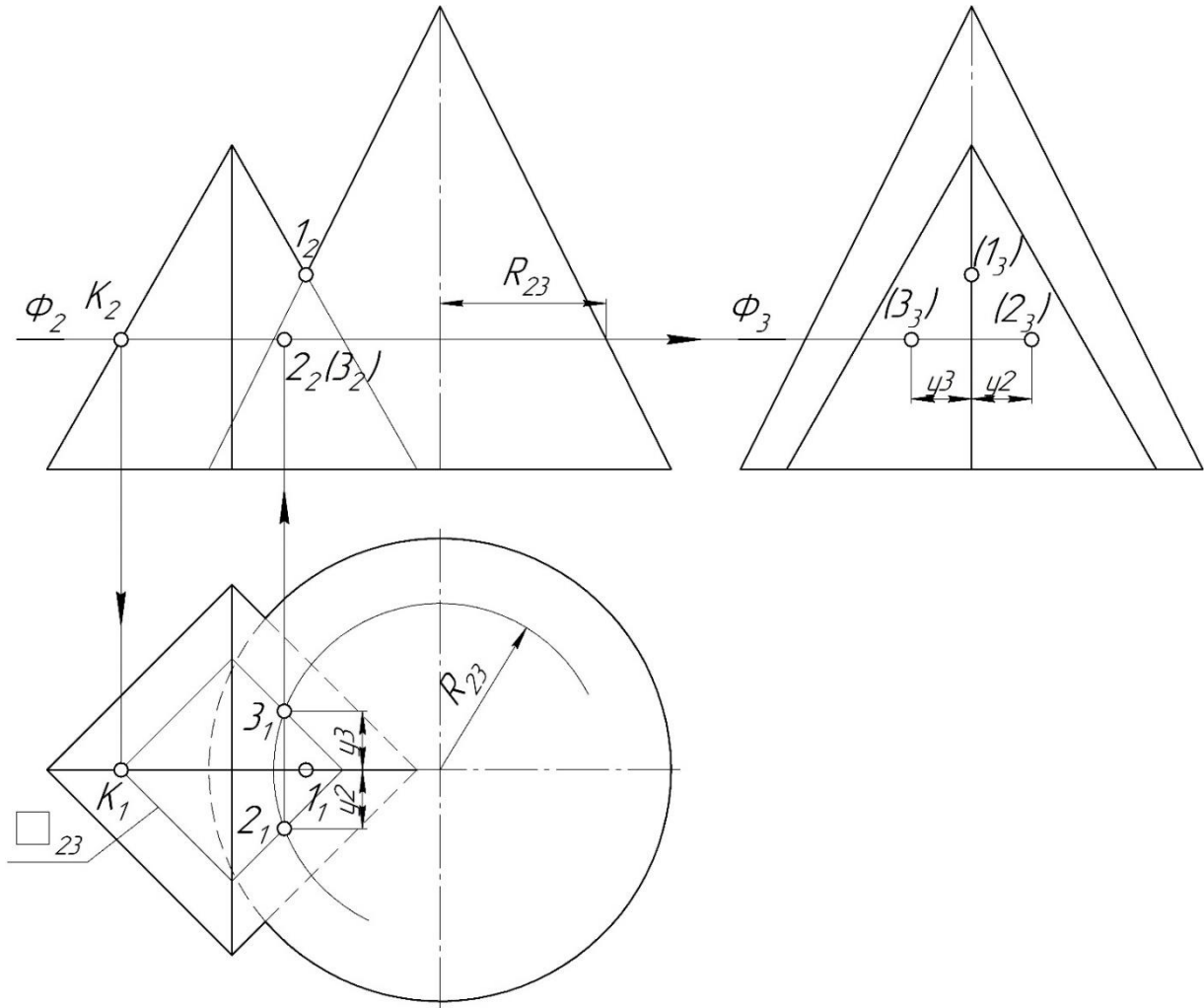


Рисунок 31 – Знаходження точок перетину

Точки лінії перетину 4, 5, 6, 7 будуються аналогічно з точками 2, 3. Для подальшої побудови використовуємо допоміжні горизонтальні площини рівня Φ' – для точок 4, 5 і Φ'' (проходить через основи конуса і піраміди) – для точок 6, 7. Етапи побудови наведені на рисунках 32 і 33.

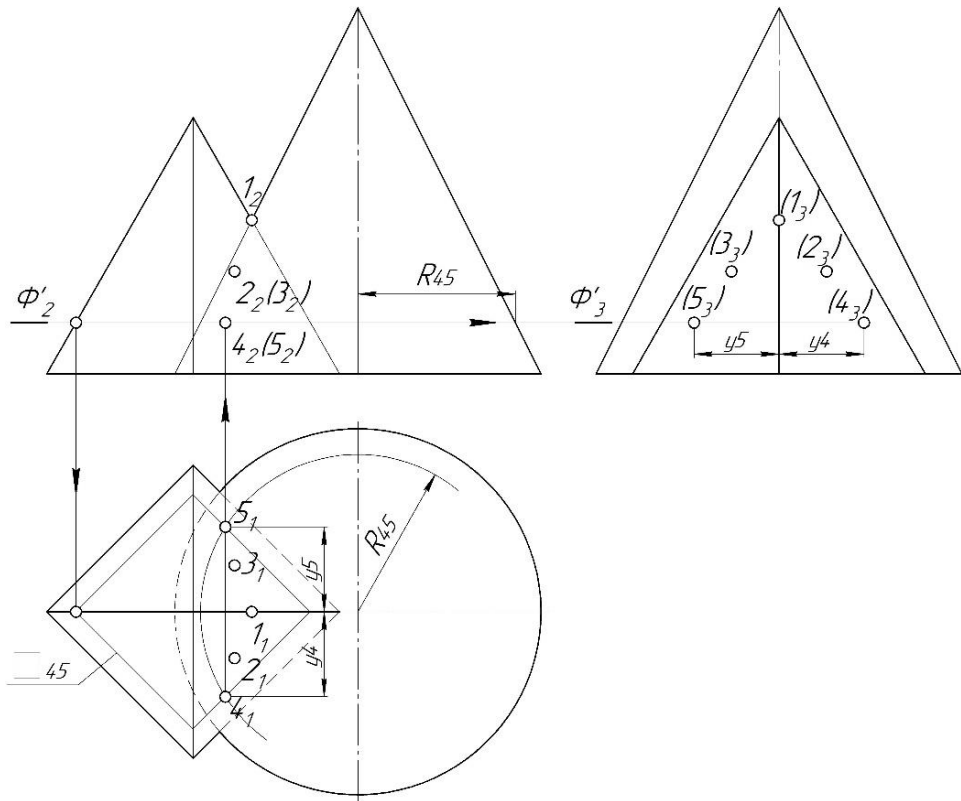


Рисунок 32 – Знаходження точок 4 і 5

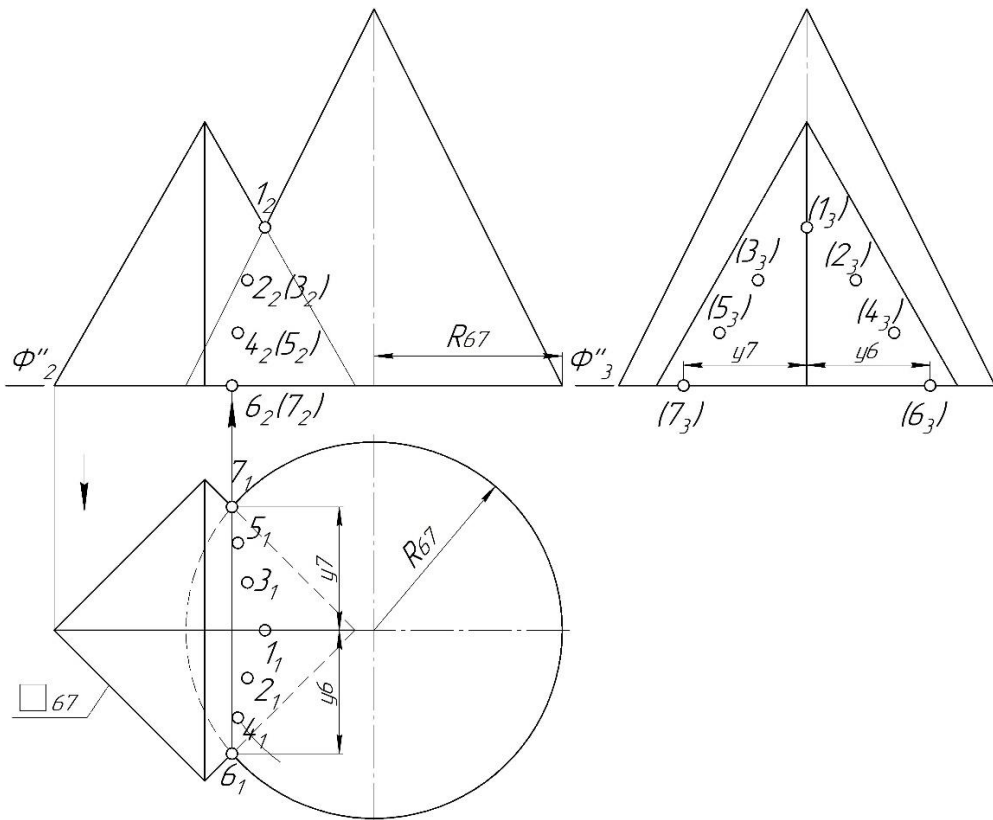


Рисунок 33 – Знаходження точок 6 і 7

Отримані проєкції точок з'єднуємо плавними контурними лініями на горизонтальній та фронтальній площинах. На профільній площині лінія буде невидимою, тому проєкції точок з'єднуємо плавною штриховою лінією.

На рисунку 34 наведено лінію перетину заданих поверхонь на три площини проєкцій з наочним зображенням.

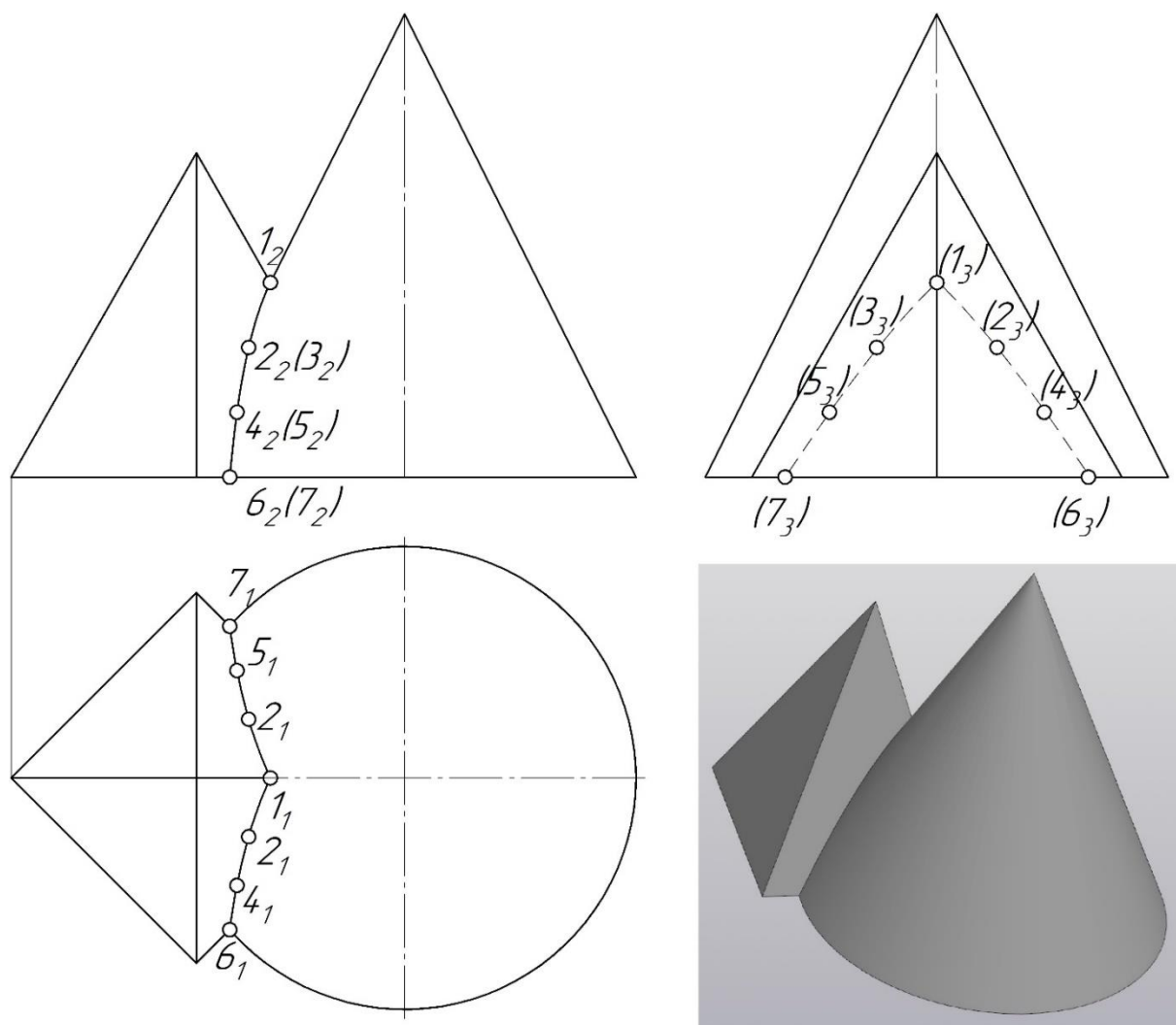


Рисунок 34 – Лінія перетину кругового конуса та чотиригранної піраміди та наочне зображення

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Інженерна та комп'ютерна графіка / В. Є. Михайленко, В. В. Ванін, С. М. Ковальов; за ред. В.Є. Михайленка. Київ : Каравела, 2018. 360 с.

2 Технічне креслення та комп'ютерна графіка: навч. посіб. для підготовки кваліфікованих робітників у проф.-техн. навч. закладах / П. П. Волошкевич, О. О. Бойко, П. А. Базишин, Н. О. Мацура. Київ : Кондор-Видавництво, 2017. 230 с.

3 Ванін В. В., Блюк А. В., Гнітецька Г. О. Оформлення конструкторської документації : навч. посіб. Вид. 4-те, випр. і доповн. Київ: Каравела, 2012. 200 с.

4 Головчук А. Ф., Кепко О. І., Чумак Н. М. Інженерна та комп'ютерна графіка : навч. посіб. Київ : Центр учбової літератури, 2010. 160 с.

5 Сидоренко В. К. Технічне креслення: підручник. Львів: Оріяна-Нова, 2000. 497 с.

6 Хмеленко О. С. Нарисна геометрія : підручник. Київ : Кондор, 2008. 440 с.

7 Глушко Ю. Ю., Гребенькова Г. В. Креслення : навч. посіб. Ресурсний центр ГУРТ, 2016. 128 с. URL : <https://www.gurt.org.ua/uploads/news/files/2016-8/Креслення-min.pdf>.

8 Семенова-Куліш В. В., Бородін Д. Ю., Кудіна З. І. Поверхні: метод. вказівки до виконання завдання з дисципліни «Нарисна геометрія». Харків: УкрДУЗТ, 2016. 57 с.

ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних занять і самостійних робіт

з дисципліни

«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА»

Відповідальний за випуск Бабенко А. О.

Підписано до друку 04.03.2024 р.

Умовн. друк. арк. 2,5. Тираж . Замовлення № .

Видавець та виготовлювач Український державний університет залізничного
транспорту,

61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха,7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.