Казанко О.В.
Асистент кафедри Обчислювальної техніки та систем управління
Український державний університет залізничного транспорту, Україна

Пєнкіна О.Є.
Старший викладач кафедри Обчислювальної техніки та систем управління
Український державний університет залізничного транспорту, Україна

МІРА ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙЙ КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩ ТА СПОСОБИ ПЕРЕХОДУ ДО МІРИ НЕОДНОРІДНИХ СУЦІЛЬНИХ СЕРЕДОВИЩ

Вступ. Складно, мабуть, переоцінити значення технологій, що дозволяють керувати електромагнітним випромінюванням, для сучасної промисловості та людського господарства у цілому. Такі галузі науки як електроніка, фотоніка, оптика, радіотехніка, немислимі без розв'язання задач про розповсюдження електромагнітних хвиль (дифракційних задач) [1-2]. Втім, сфери застосування дифракційних задач далеко не вичерпуються переліченими вище галузями.

У роботі розвивається підхід до побудови одновимірної моделі неоднорідного середовища, увагу приділяється, головним чином, визначенню міри електромагнітних властивостей останнього. Аналогічні принципи можуть бути використані також для побудови двовимірних і тривимірних моделей.

Основна частина. Один із шляхів закласти основу у сучасній теорії дифракції (теорія, у якій вивчаються закономірності розповсюдження електромагнітних хвиль) полягає в уведені концепції дифракційно інертного середовища – середовища усередині якого хвиля при розповсюджені зберігає форму. Сама ж концепція дифракційно інертного середовища коріннями сходить у доволі глибоку давнину та має багато спільного із розвитком поглядів на природу світла – Демокріт (460 р. до н. е.), Емпедокл (приблизно 400 р. до н. е.), «Оптика» Евкліда (приблизно 300 р. до н. е.). Стародавні учені дісталися висновку, що світло розповсюджується за прямими лініями [2]. Усередині середньовічної епохи при формуванні геометричної оптики формулюється, так званий, принцип прямолінійного розповсюдження світла. Цей принцип певною мірою й стає прообразом концепції дифракційно інертного середовища і разом з тим формується уявлення про коефіцієнт заломлення. За тих часів такі речовини як вода, повітря, скло, кришталь вважалися оптично прозорими [2]. Із розвитком досліджень Д. К. Максвела (1831-1879) та інших учених розвивається погляд про те, що феномен світла є окремим видом електромагнітного коливання [2]. Так теорія дифракції «поглинає» оптику.

Електромагнітні властивості дифракційно інертного середовища характеризується деяким скалярним показником – коефіцієнтом заломлення [3]. Взагалі кажучи, не будь-яке суцільне середовище є дифракційно інертним. Принцип Гюйгенса-Френеля (1815 р.) передрікає зміну форми хвилі при розповсюджені [3-4]. Тому цілком природньо говорити про необхідність характеризувати електромагнітні властивості суцільних неоднорідних середовищ, тобто про потребу уведення електромагнітної міри. Зрозуміло, що будь-яке поняття має визначатися через поняття, які були визначені раніше. Втім, концепція дифракційно інертного середовища відкриває таку можливість. Зупинимось коротко на основаній думці. Відштовхуючись від концепції дифракційно інертного середовища може бути уведено середовище, що складається з не більш ніж зі зліченого числа областей, усередині котрих хвиля зберігає форму. Будемо називати це середовище кусково-однорідним середовищем, відповідно, міру цього середовища уведемо як скалярну кусково-сталу функцію просторових змінних [3]. Зокрема, коли це середовище опинається цілком однорідним (й ізотропним) середовищем то міра такого середовища стає сталою функцією, що у принципі не суперечить загальності.

Далі, для наочності, розглянемо одновимірну модель суцільного електромагнітного середовища – Ω, яке володіє однорідністю та ізотропією в обох необмежних напрямах, та на деякому відрізу $[a,\ b) \supset \Omega$ однорідність втрачається. Принцип побудови неоднорідного середовища полягає у послідовному здійснені розбиття даного відрізу $[a,\ b)$ з необмежено зростаючою подрібненістю.

Певні аналогії із цим принципом проглядаються у математичному аналізі при введені класичного поняття про інтегральну суму, інтеграл та інтегровану функцію. У таких побудовах використовується послідовне здійснення розбиття проміжку інтернування з необмежено зростаючою подрібненістю. Для кожного розбиття будується інтегральна сума й здійснюється відповідний граничний перехід. При певних умовах виникає інтеграл та інші суміжні поняття (інтегрована функція тощо) [5].

Нехай $\mathrm{T}_k = \{x_j\}_j^{j_k}$ – точки, що розбивають відрізок $[a,\ b) \supset \Omega$:

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{j_k} = b, \Delta x_{j_k} = [x_{j_{k-1}}, x_{j_k})\ , [a,\ b) = \cup^{j_k} \Delta x_{j_k}.$$

Далі, кожній області Δx_{j_k} розбиття T_k поставимо у відповідність число $\boldsymbol{n}_k = \boldsymbol{n}_{j_k}$ та назвемо це число показником заломлення середовища Δx_{j_k} й припускатимемо збіжність послідовності $\boldsymbol{n}_k$.

Кожна точка x відрізку $[a,\ b)$ суцільного середовища Ω може розглядатися як точка, що належить множині $x \in \mathrm{T}_k = \{x_j\}_j^{j_k}$ при відповідному $k = k_0$, або точку, яка належить деякій безкінечній послідовності вкладених відрізків $x\ \in \Delta x_{j_k}\ \supset \Delta x_{j_{k+1}},\ k = 1, 2, \dots$. Якщо точка x співпадає з вузловою точкою x_{j_k} при $k = k_0$, тобто $x\ \in \mathrm{T}_{k=k_0}$, то $\forall k,\ k_0 > k : \boldsymbol{n}_k = \boldsymbol{n}_{k_0}$. Тому, за визначенням, покладемо $\boldsymbol{n}(x) = \boldsymbol{n}_{k_0}$. Й напроти, якщо $x \notin \mathrm{T}_k, \forall k$, то ця точка x буде належати деякій системі безкінечно вкладених відрізків $\Delta x_{j_k}\ \supset \Delta x_{j_{k+1}},\ k = 1, 2, \dots$. За принципом вкладених відрізків [5] існує одна та лише одна точка, яка цілком належить усій цій системі відрізків. Або, точці x відповідає одна та лише одна система виду $\Delta x_{j_k}\ \supset \Delta x_{j_{k+1}}\ (k = 1, 2, \dots)$. Тож, у припущеннях про збіжність послідовності $\boldsymbol{n}_k$, дістаємось наступного визначення $\boldsymbol{n}(x) = \lim\limits_{k\to\infty} \boldsymbol{n}_k$. Таким чином кожній точці x було поставлено у відповідність одне та лише одне число $\boldsymbol{n}(x)$, у цьому сенсі було визначено міру неоднорідного одновимірного суцільного середовища як скалярну функцію.

Висновки. Уведена міра електромагнітних властивостей і разом з тим розбудова самого неоднорідного одновимірного суцільного середовища відповідає інтуїтивному представленню про те, яким об'єктом має бути. Проте, як свідчить історія різноманітних досліджень, у природі зустрічаються досить екзотичні об'єкти (наприклад, фаркали), тому уведення понять з математичною строгістю завжди є пріоритетною задачею у будь-яких дослідженнях та побудовах кількісного апарату розуміння.

Список використаних джерел:

1. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках: монографія. Харьков: ХГУ, 1973. 288 с.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Москва: Наука. Оптика, Т. 4, 1980. 752 с 2.

3. Казанко, О.В. & Пєнкіна, О.Є. Диференціювання дисперсійного рівняння у дифракційній задачі для необмеженого двовимірного періодичного шаруватого середовища. Wiadomości o postępie naukowym i rzeczywistych badaniach naukowych współczesności: kolekcja prac naukowych «ΛΌΓΟΣ» z materiałami międzynar. nauk.-prakt. konf. (Tom. 4, ss. 36-42). 17 czerwca 2019, Krakow: OP «Europejska platforma naukowa».
4. Казанко, О., & Пєнкіна, О. (2020). Диференціювання поперечних розв’язків хвильового рівняння по подовжньому хвильовому числу в дифракційній задачі для необмеженого періодичного шаруватого середовища з метаматеріалом. Збірник наукових праць ΛΌГОΣ, 126-130. DOI: https://doi.org/10.36074/05.06.2020.v3.49.
5. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: учебник для студентов, том 1, Москва "Высшая школа", 1981 – 584 с.