

неквадратическая погрешность определения  $u_d$  составляет 4,7%.

Таким образом, анализ результатов имитационного моделирования, их непосредственное сравнение с данными натуральных экспериментов показывает, что разработанная модель (4)-(5) адекватно описывает режимы функционирования комплекта РЛВД – Др. Это подтверждается также согласованностью полученных результатов с теоретическими выкладками [3, 6]. Для уменьшения погрешности моделирования предполагается провести параметрическую идентификацию используемой модели применительно к комплектам с различными типами РЛВД.

1.Справочная книга по светотехнике / Под ред. Ю.Б. Айзенберга. – М.: Знак, 2006. – 972 с.

2.Рохлин Г.Н. Разрядные источники оптического излучения (обзор развития) / Г.Н. Рохлин // Светотехника. – 1995. – №4. – С.34-51.

3.Краснопольский А. Е. Пускорегулирующие аппараты для разрядных ламп / А.Е. Краснопольский, В.Б. Соколов, А.М. Троицкий. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 207 с.

4.Shvartsas M. A SPICE Compatible Model of High Intensity Discharge Lamps / M. Shvartsas, S. Ben-Yaakov // 30th IEEE power electronic specialists conference. Vol. 2. – № 1. – 1999. – P.1037-1042.

5.Клыков М.Е. Расчёты электрических цепей с разрядными лампами / М.Е. Клыков, А.Е. Краснопольский, В.Б. Соколов // Светотехника. – 2002. – №2. – С.2-4.

6.Anton J.C. An Equivalent Conductate Model for High Indensity Discharge Lamps / J.C. Anton, C. Blanco, F. Ferrero, P. Roldan, G. Zissis // Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record. – 2002. – vol. 2. – №3. – P.1494-1498.

7.Кончуковский Д.А. Моделирование электрических параметров газоразрядной лампы высокого давления / Д.А. Кончуковский // Электротехника и электроэнергетика. – 2010. – №1. – С.72-77.

8.Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink / И.В. Черных. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с.

9.Харченко В.Ф. Основы электробережения та ефективності в системах освітлення міст: Дис....д-ра техн. наук / В.Ф. Харченко. – Харків, 2007. – 351с.

10.Шампайн Л. Ф. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB / Л.Ф. Шампайн, И. Гладвел, С. Томпсон. – СПб.: Лань, 2009. – 304 с.

*Получено 22.05.2012*

УДК 621.311

В.Г.ЯГУП, д-р техн. наук

*Харьковская национальная академия городского хозяйства*

Е.В.ЯГУП, канд. техн. наук

*Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, г.Харьков*

## **К ФОРМИРОВАНИЮ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ПОЛИНОМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С РЕЗИСТИВНЫМ ПРЕВАЛИРОВАНИЕМ**

Рассмотрена методика получения характеристического полинома электрической системы топологическим методом ненаправленных графов. Показаны преимущества использования этого метода по сравнению с другими.

Розглянуто методику одержання характеристичного полінома електричної системи топологічним методом ненаправлених графів. Показано переваги використання цього методу в порівнянні з іншими.

The method of receipt of characteristic polynomial of the electric system is considered by the topological method of nondirectional graphs. Advantages of the use of this method are rotined as compared to other.

*Ключевые слова:* характеристический полином, электрическая система, ненаправленный граф, системная матрица.

Формирование характеристического полинома является важной задачей при исследовании динамики электрических систем. Характеристический полином представляет собой алгебраическое многочлен, порядок которого совпадает с порядком электрической системы, а последний в системе без топологических вырождений равен количеству реактивных элементов в электрической системе. Приравнивание характеристического полинома нулю дает характеристическое уравнение, корни которого определяют динамические свойства электрической системы, и, в конечном счете, решения дифференциальных уравнений переходных процессов электрической системы [1-3].

Существует несколько способов получения характеристического уравнения. При заданном линейном дифференциальном уравнении характеристический полином формируется по виду левой части дифференциального уравнения [4]. В приложении к электрическим цепям существуют рекомендации формировать характеристический полином в виде операторного сопротивления  $z(p)$  относительно пары зажимов, к котором присоединен источник напряжения [4]. Можно формировать характеристический полином топологическими методами направленных и ненаправленных графов [5]. Самым общим методом является нахождение определителя вида:

$$\det (pI - A),$$

где  $A$  – системная матрица;  $I$  – единичная матрица.

Системная матрица  $A$  берется из матричной формы линейной системы уравнений по методу переменных состояния [3]. Последний метод является наиболее общим и строгим, однако для его использования требуется предварительно знать системную матрицу, что в цепях с резистивным превалярованием вызывает определенные трудности.

Целью статьи является сопоставление известных классических методов с топологическим методом ненаправленных графов и демонстрация преимущества последнего метода, особенно в случае резистивного превалярования.

В качестве примера рассмотрим относительно простую электрическую схему, изображенную на рис.1.

Признак резистивного преваляирования здесь состоит в том, что при формировании дерева (на рис.1, б изображено жирными сплошными линиями) в него можно включить лишь один резистор (например,  $R_2$ , как это показано), а остальные два резистора отойдут к связям (изображены пунктиром). Эти резистивные связи вне зависимости от способа выбора дерева в отношении резисторов, будут образовывать особенные контуры обязательно через резистор, вошедший в дерево. В таких случаях выражения для резистивных токов и напряжений требуют отдельного решения.

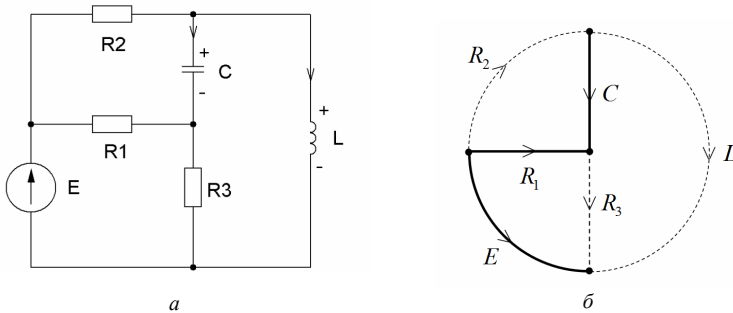


Рис.1

Топологическая матрица для рассматриваемого случая имеет вид:

$$F = \begin{matrix} & E & C & R_1 \\ R_2 & & +1 & -1 \\ R_3 & -1 & & +1 \\ L & -1 & -1 & +1 \end{matrix}$$

Система топологических уравнений имеет вид:

$$\begin{matrix} V_{R2} \\ V_{R3} \\ V_L \end{matrix} = \begin{matrix} & & -1 & +1 \\ +1 & & & -1 \\ +1 & +1 & & -1 \end{matrix} \square \begin{matrix} V_E \\ V_C \\ V_{R1} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} i_E \\ i_C \\ i_{R1} \end{matrix} = \begin{matrix} & & -1 & -1 \\ +1 & & & -1 \\ -1 & +1 & & +1 \end{matrix} \square \begin{matrix} i_{R2} \\ i_{R3} \\ i_L \end{matrix}$$

Перемножив матриці, получим:

$$V_{R2} = V_{R1} - V_C; \quad (1)$$

$$V_{R3} = V_E - V_{R1}; \quad (2)$$

$$V_L = V_E + V_C - V_{R1}; \quad (3)$$

$$i_E = -i_{R2} - i_{R3}; \quad (4)$$

$$i_C = i_{R2} - i_L; \quad (5)$$

$$i_{R1} = -i_{R2} + i_{R3} + i_L. \quad (6)$$

Для получения полной системы уравнений добавим компонентные уравнения:

$$V_{R1} = R_1 i_{R1}; \quad (7)$$

$$i_{R2} = \frac{1}{R_2} V_{R2}; \quad (8)$$

$$i_{R3} = \frac{1}{R_3} V_{R3}; \quad (9)$$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}; \quad (10)$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}. \quad (11)$$

Преобразования полной системы к уравнениям по методу переменных состояний приводит к следующей системе:

$$\begin{aligned} \frac{dV_C}{dt} = & \frac{1}{C} \left[ -\frac{(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_C - \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} i_L + \right. \\ & \left. + \frac{R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_E \right]; \\ \frac{di_L}{dt} = & \frac{1}{L} \left[ -\frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_C - \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} i_L + \right. \\ & \left. + \frac{R_3 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_E \right]. \end{aligned}$$

Из этой системы может быть выделена системная матрица  $A$  из матричного уравнения для переменных состояния [3].

$$\frac{dX}{dt} = AX + BQ.$$

Эта матрица имеет вид:

$$A = \begin{array}{|c|c|} \hline -\frac{R_1 + R_3}{C(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} & -\frac{R_2(R_1 + R_3)}{C(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} \\ \hline \frac{R_2(R_1 + R_3)}{L(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} & -\frac{R_1R_2R_3}{L(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} \\ \hline \end{array}$$

В матричной форме характеристический полином представляется в виде  $\det(pI - A)$ :

$$\det \begin{array}{|c|c|} \hline p + \frac{R_1 + R_3}{C(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} & \frac{R_2(R_1 + R_3)}{C(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} \\ \hline -\frac{R_2(R_1 + R_3)}{L(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} & p + \frac{R_1R_2R_3}{L(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} \\ \hline \end{array} =$$

$$p^2 + p\left(\frac{R_1 + R_3}{C(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} + \frac{R_1R_2R_3}{L(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)}\right) +$$

$$+ \frac{R_1R_2R_3(R_1 + R_3)}{CL(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)^2} + \frac{R_2^2(R_1 + R_3)^2}{CL(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)^2} =$$

$$= p^2 + \frac{(R_1 + R_3)L + R_1R_2R_3C}{CL(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)} + \frac{R_2(R_1 + R_2)}{CL(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)}.$$

Для формирования характеристического уравнения топологическим методом изображен ненаправленный граф исходной схемы, в которой источник напряжения  $E$  закорочен (рис.2). Параметрами ребер ненаправленного графа выступают проводимости  $g_1 = \frac{1}{R_1}$ ,

$$g_2 = \frac{1}{R_2}, \quad g_3 = \frac{1}{R_3} \text{ для резистивных элементов.}$$

Для реактивных элементов параметры ребер берутся как операторные проводимости  $y_C = pC$  и  $y_L = \frac{1}{pL}$ .

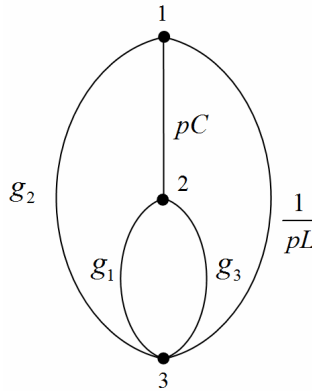


Рис.2

Характеристический полином формируется как символическое выражение для определителя полученного ненаправленного графа. Определитель представляет собой сумму величин для всех деревьев [5, 6]. Он может быть найден методом разложения по двум узлам

$$\Delta = \sum_k P_k \Delta_k,$$

где  $P_k$  – величины всех возможных путей между двумя выбранными узлами;  $\Delta_k$  – алгебраическое дополнение соответствующего пути, равное определителю графа при закороченном пути.

Разлагая определитель по узловой паре 1-3, найдем:

$$P_1 = pCg_1; \Delta_1 = 1;$$

$$P_2 = pCg_3; \Delta_2 = 1;$$

$$P_3 = g_2; \Delta_3 = g_1 + g_3 + pC;$$

$$P_4 = \frac{1}{pL}; \Delta_4 = g_1 + g_3 + pC.$$

Следовательно:

$$\Delta = \sum_{k=1}^4 P_k \Delta_k = pC g_1 + pC g_3 + g_2(g_1 + g_3 + pC) + \frac{1}{pL}(g_1 + g_3 + pC).$$

Записывая характеристическое уравнение, приравняем характеристический полином нулю:

$$pC(g_1 + g_3) + (g_1 + g_3 + pC)(g_2 + \frac{1}{pL}) = 0.$$

После алгебраических преобразований получим:

$$p^2 + \frac{g_2(g_1 + g_3)L + C}{(g_1 + g_2 + g_3)CL} p + \frac{g_1 + g_3}{(g_1 + g_2 + g_3)CL} = 0.$$

Для проверки эквивалентности коэффициентов выраженных через проводимости, преобразуем, например, коэффициент при  $p^1$ :

$$\frac{g_2(g_1 + g_3)L + C}{(g_1 + g_2 + g_3)CL} = \frac{\frac{1}{R_2}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3})L + C}{(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})CL} = \frac{(R_1 + R_3)L + R_1 R_2 R_3 \cdot C}{(R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2)CL}.$$

Такой же подстановкой можно показать эквивалентность коэффициента при  $p^0$ .

Таким образом, получение характеристического полинома электрической системы топологическим методом ненаправленных графов представляется наиболее наглядным, экономичным и рациональным по сравнению с иными методами, известными из теорий матричного исчисления дифференциальных уравнений и теоретической электротехники. В случае цепи с резистивным превалированием использование системной матрицы из соответствующего представления уравнений по методу переменных состояния оказывается существенно более громоздким. В этом случае элементы системной матрицы количественно представляют собой дробные соотношения, выраженные через параметры превалирующих резисторов, и нахождение этих коэффициентов требует дополнительных вычислительных операций.

1.Реза Ф., Сиян С. Современный анализ электрических цепей. – М.-Л.: Энергия, 1964. – 480 с.

2.Сенди К. Современные методы анализа электрических систем. – М.: Энергия, 1971. – 360 с.

3.Чуа Л.О., Пен-Мин Лин. Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы). – М.: Энергия, 1980. – 640 с.

4.Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. шк., 1967. – 775 с.

5.Долбня В.Т. В защиту метода графов // Электричество. – 1970. – №1. – С.85-88.

6.Мэзон Г., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. – М.: Из-во ин. лит-ры, 1963. – 619 с.

Получено 06.07.2012