

Запропоновано багаторівневе пряме та зворотне перетворення дискретних сигналів, суть якого полягає у перетворенні часових відліків дискретних сигналів у рядки двовимірної матриці, елементи якої є перетворенні відліки. Двовимірна матриця (по запропонованому у роботі алгоритму) перетворюється у кортеж, що являє собою образ сигналу. Алгоритм зворотного перетворення трансформує образ сигналу у вихідний сигнал

**Ключові слова:** дискретний сигнал, векторно-матричне перетворення, образ

Предложено многоуровневое прямое и обратное преобразование дискретных сигналов, суть которого заключается в преобразовании временных отсчетов дискретных сигналов в строки двумерной матрицы, элементами которой являются преобразованные отсчеты. Двумерная матрица (по предложенному в работе алгоритму) преобразуется в кортеж, представляющий собою образ сигнала. Алгоритм обратного преобразования трансформирует образ сигнала в исходный сигнал

**Ключевые слова:** дискретный сигнал, векторно-матричное преобразование, образ

The multilayer direct transformation and backward transformation of digital signals are offered. The essence it consists in the following. Temporary digital readout signals are transformed to the two-dimensional matrix. Each element of two-dimensional matrix is the transformed temporary digital readout signals. Two-dimensional matrixes of temporary digital readout signal (by offered algorithm) are transformed to the tuple. Tuple is the image of temporary digital readout signal. The reverse conversion algorithm of image transforms it is to an initial digital signal

**Keyword:** discrete signals, transformation, vector-matrix transformation, image

## 1. Введение

В работе [1] было предложено скалярно-векторное преобразование сигналов. Суть преобразования заключается в следующем. Каждому отсчету  $x_i$  (скалярной величине) цифрового сигнала по определенным правилам ставится в соответствие вектор  $x_i \rightarrow \mathbf{X}_i = (\hat{x}_{0i}, \hat{x}_{1i}, \dots, \hat{x}_{ri}, \dots, \hat{x}_{2L-i})^T$ , где  $\hat{x}_{ri}$  определяется как [2]:

# МНОГОУРОВНЕВОЕ ПРЯМОЕ И ОБРАТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

**И. Г. Филиппенко**

Доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины  
Украинская государственная академия железнодорожного транспорта  
пл. Фейербаха 7, м. Харьков, 61050  
Контактный тел.: (057) 7025960

**И. О. Филиппенко**

Харьковский национальный университет радиозлектроники  
пр. Ленина, 14, м. Харьков, 61166

$$\hat{x}_{ri} = \begin{cases} d, & \text{если } (x_i - q \cdot \ell) > 0; \\ 0, & \text{если } (x_i - q \cdot \ell) < 0; \\ -d, & \text{если } (x_i - q \cdot \ell) < 0; \\ 0, & \text{если } (x_i - q \cdot \ell) > 0. \end{cases} \quad (1)$$

где номер уровня  $\ell$  определяется через индекс  $r$  вектора  $\mathbf{X}_i$  как

$$\ell = \begin{cases} L-r, & \text{если } r < L \\ (L-1)-r, & \text{если } r > L-1 \end{cases}$$

Здесь:  $r \in \langle 0, 1, \dots, 2L-1 \rangle$ ;  $\ell \in \langle L, L-1, \dots, 2, 1, -1, -2, \dots, -L \rangle$ ;  $2L$  – число уровней скалярно-векторного преобразователя;  $d$  – целое положительное число;  $q$  – шаг квантования  $x_i$  сигнала по уровню, который определяется как:

$$q = \frac{\max |x_i|}{L} \quad (2)$$

Индексы  $r$  вектора  $\mathbf{X}_i$  в общем случае выражаются через номера уровней  $\ell$  следующим образом:

$$r = \begin{cases} L-\ell, & \text{если } \ell \in \langle 1, 2, \dots, L \rangle \\ (L-1)-\ell, & \text{если } \ell \in \langle -1, -2, \dots, -L \rangle \end{cases}$$

Скалярно-векторное преобразование цифровых сигналов нашло применение при преобразовании разностных уравнений цифровых фильтров прямой, каскадной и параллельной форм представления к целозначному, целозначному виду [3 - 5].

Как известно, в частности из [6], дискретный сигнал математически может быть представлен N - мерным вектором X как

$$\mathbf{X} = (x_0, x_1, \dots, x_i, \dots, x_{N-1}), \quad (3)$$

где  $x_i$  – числовые значения сигнала в  $i$  точках дискретных отсчетов.

Применяя к каждой ( $x_i$ ) точке отсчета скалярно-векторное преобразование, вектор X преобразуется в двумерную матрицу S размерности  $2L \times N$ , где  $2L$  – число уровней скалярно-векторного преобразования, N – число дискретных отсчетов по каждому уровню.

Так, для запоминания дискретного сигнала, представленного вектором X (3), требуется запомнить N значений точек отсчета сигнала.

Целью работы является разработка метода преобразования дискретных сигналов, позволяющего восстанавливать исходные сигналы с достаточной точностью при меньшем количестве отсчетов.

## 2. Основная часть

Дискретный сигнал задан вектором X (3).

**Многоуровневое прямое преобразование дискретных сигналов.** Первый шаг преобразования - определение полярности сигнала. Если сигнал не является однополярным, то он преобразуется в однополярный сигнал следующим образом. Отыскивается минимальное ( $\min Z_{nachn}$ ) значение компоненты вектора X. Далее вектор X преобразуется в вектор  $X^+$

$$\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}^+ = (x_0^+, x_1^+, \dots, x_i^+, \dots, x_{N-1}^+), \quad (4)$$

где  $x_i^+ \Big|_{i=\overline{0, N-1}} = x_i + |\min Z_{nachn}|$ .

После чего производится нормирование вектора  $X^+$ , для чего вначале отыскивается максимальное значение ( $\max Z_{nachn}$ )  $x_i^+ \Big|_{i=\overline{0, N-1}}$  отсчета, а затем вычисляется нормированный вектор  $\bar{X}^+$  как

$$\bar{\mathbf{X}}^+ = \left( \frac{x_0^+}{\max Z_{nachn}}, \frac{x_1^+}{\max Z_{nachn}}, \dots, \frac{x_i^+}{\max Z_{nachn}}, \dots, \frac{x_{N-1}^+}{\max Z_{nachn}} \right), \quad (5)$$

где

$$\bar{x}_i^+ \Big|_{i=\overline{0, N-1}} = \begin{cases} \frac{x_i^+}{\max Z_{nachn}} & \text{если } \max Z_{nachn} \geq 1 \\ x_i^+ * \left( \frac{1.0}{\max Z_{nachn}} \right) & \text{если } \max Z_{nachn} < 1.0 \end{cases}$$

Далее производится скалярно-векторное преобразование  $\bar{x}_i^+ \Big|_{i=\overline{0, N-1}}$  -х компонент вектора  $\bar{X}^+$ . Поскольку речь идет об однополярном сигнале, представленном вектором  $\bar{X}^+$ , процедура скалярно-векторного преобразования его компонент по сравнению с (1) упрощается и имеет следующий вид:

$$\bar{x}_i^+ \Big|_{i=\overline{0, N-1}} \rightarrow \mathbf{X}_i \Big|_{i=\overline{0, L-1}} = (x_{0i}, x_{1i}, \dots, x_{ri}, \dots, x_{L-i})^T, \quad (6)$$

$$\text{где } x_{r,i} \Big|_{r=\overline{0, L-1}} \Big|_{i=\overline{0, N-1}} = \begin{cases} d, & \text{если } (x_i - q \cdot r) > 0; \\ 0, & \text{если } (x_i - q \cdot r) \leq 0. \end{cases}$$

Здесь:  $r \in \langle 0, 1, \dots, L-1 \rangle$ ; L – число уровней скалярно-векторного преобразователя; d = 1; q – шаг квантования  $x_i$  сигнала по уровню, который определяется как  $q = 1.0/L$ .

В результате скалярно-векторного преобразования получена следующая матрица:

$$\tilde{\mathbf{X}}^+ = (\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_i, \dots, \mathbf{X}_{N-1}) = \begin{pmatrix} x_{0,0} & x_{0,1} & \dots & x_{0,i} & \dots & x_{0,N-1} \\ x_{1,0} & x_{1,1} & \dots & x_{1,i} & \dots & x_{1,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{r,0} & x_{r,1} & \dots & x_{r,i} & \dots & x_{r,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{L-1,0} & x_{L-1,1} & \dots & x_{L-1,i} & \dots & x_{L-1,N-1} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Каждый элемент матрицы  $\tilde{\mathbf{X}}^+$  может принимать значение нуля или единицы.

**Преобразование матрицы (7) в кортеж.** Для этого каждой  $\tilde{\mathbf{X}}^+$  строке (7) ставится в соответствие кортеж  $S_r$ , элементами которого являются кортежи длиной 2 (пары) [7]:

$$\tilde{\mathbf{X}}^+ \Big|_{r=\overline{0, L-1}} \rightarrow \mathbf{S}_r = \left\langle \langle i_{\text{left } r,0}, i_{\text{right } r,0} \rangle, \langle i_{\text{left } r,1}, i_{\text{right } r,1} \rangle, \dots, \langle i_{\text{left } r,j}, i_{\text{right } r,j} \rangle, \dots, \langle i_{\text{left } r,n}, i_{\text{right } r,n} \rangle \right\rangle, \quad (8)$$

где каждая пара представляет собой номера точек отсчета  $\tilde{\mathbf{X}}^+$  строки, в которых происходит изменение значения  $x_{r,i}$  отсчета на противоположное значение.

В результате преобразования матрицы (7) получен кортеж P в виде:

$$\mathbf{P} = \left\langle \begin{matrix} \mathbf{S}_0, \\ \mathbf{S}_1, \\ \dots \\ \mathbf{S}_r, \\ \dots \\ \mathbf{S}_{L-1} \end{matrix} \right\rangle. \quad (9)$$

Полученный, в результате представленного выше преобразования кортеж P (9) в дальнейшем будем называть образом однополярного нормированного дискретного сигнала.

**Обратное преобразование образа однополярного нормированного дискретного сигнала.** Каждая  $\bar{x}_i^+$  компонента вектора  $\bar{X}^+$  (5) восстанавливается по формуле

$$\bar{x}_i^+ \Big|_{i=\overline{0, N-1}} \rightarrow \tilde{x}_i^+ = q \sum_{r=0}^{L-1} f_r, \quad (10)$$

где  $\tilde{x}_i^+$  - элемент восстановленного вектора  $\tilde{\mathbf{X}}^+$ ,

$$f_{vr \in \overline{0, L-1}} = \begin{cases} 1, & \text{если } \exists \langle i_{\text{left } r, *}, i_{\text{right } r, *} \rangle \in \mathbf{S}_r \mid i_{\text{left } r, *} \leq i \leq i_{\text{right } r, *} \\ 1, & \text{если } \exists \langle i_{\text{left } r, *}, i_{\text{right } r, *} \rangle \in \mathbf{S}_r \mid i_{\text{left } r, *} \gg i \ll i_{\text{right } r, *} \end{cases}$$

Читается  $f_{vr \in \overline{0, L-1}}$  следующим образом. Значение функции  $f_{vr \in \overline{0, L-1}}$  для всех r, принадлежащих  $\overline{0, L-1}$ , равно единице, если в  $\mathbf{S}_r$  существует пара (кортеж)  $\langle i_{\text{left } r, *}, i_{\text{right } r, *} \rangle$ , удовлетворяющая условию  $i_{\text{left } r, *} \leq i \leq i_{\text{right } r, *}$ , т.е. i-ый отсчет r-го уровня дискретного сигнала находится в пределах  $[i_{\text{left } r, *}, i_{\text{right } r, *}]$ . В противном случае значение функции  $f_r$  равно нулю.

По восстановленному вектору  $\tilde{\mathbf{X}}^+$  восстанавливается (с некоторой степенью приближения) исходный биполярный сигнал  $\tilde{\mathbf{X}}$  (3) следующим образом:

$$x_i \Big|_{i=[0, N-1]} \rightarrow \tilde{x}_i = \tilde{x}_i^+ \times \max Z_{nachn} - |\min Z_{nachn}|, \quad (11)$$

где  $\tilde{x}_i \in \tilde{\mathbf{X}}$ .

Рассмотрим описанное выше преобразование на примере.

**Пример.**

Задан сигнал

$$x_i = e^{-0.5iT} \cdot \cos(\pi \cdot iT), \quad (12)$$

где  $i$  – точка отсчета дискретного сигнала;  $T = 0.01$  – период квантования сигнала по времени.

Дискретный сигнал (12) для числа отсчетов  $N = 2^9$  и ( $i = [0, N-1]$ ) показан на рис. 1.

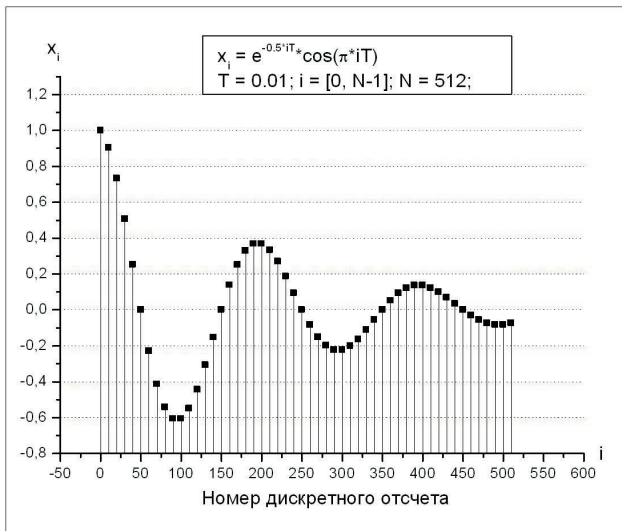


Рис. 1. Исходный дискретный сигнал

После преобразования исходного двуполярного сигнала (12) к однополярному виду по формуле (4), и нормирования однополярного сигнала по (5), он приобретает вид, показанный на рис. 2.

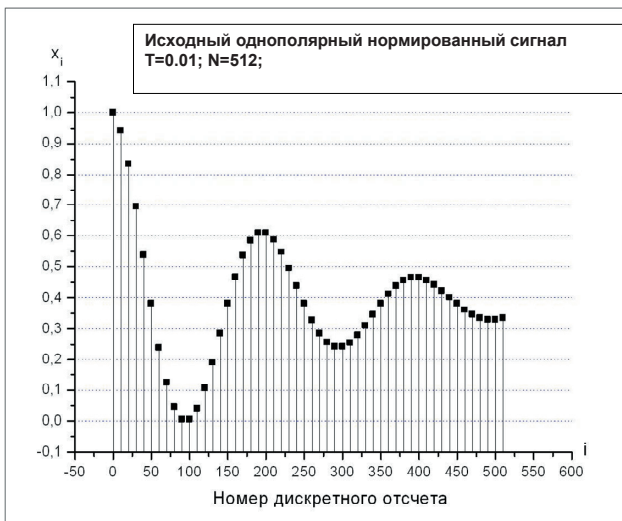


Рис. 2. Однополярный нормированный дискретный сигнал

Применив скалярно-векторное преобразование (6) к  $x_i$  компонентам однополярного нормированного сигнала (рис. 2), последний преобразуется в многоуровневый сигнал, формально представленный матрицей (7) и графически на рис. 3. Число уровней (L) скалярно-векторного преобразователя определяет точность восстановления сигнала после его преобразования к многоуровневому виду. Для наглядности графического представления многоуровневого сигнала на рис. 3 приведен его вид для  $L = 16$ .

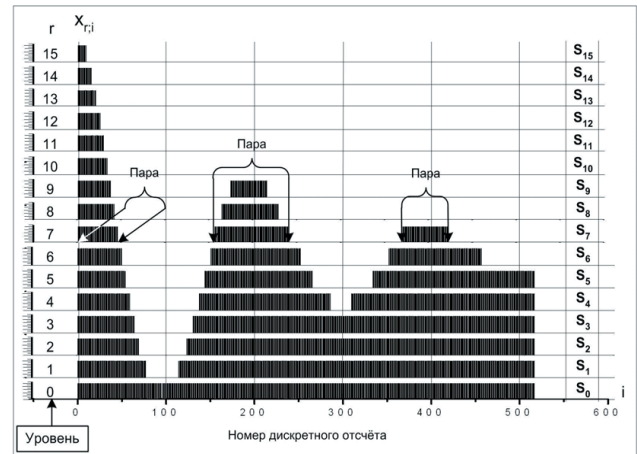


Рис. 3. Вид многоуровневого однополярного нормированного сигнала

Кортеж  $P$  (9), представляющий образ многоуровневого однополярного сигнала, приведенного на рис. 4, имеет следующий вид:

$$P = \begin{matrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \\ S_8 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \\ S_{13} \\ S_{14} \\ S_{15} \end{matrix} = \begin{matrix} \langle\langle 0,94 \rangle, \langle 96,511 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,77 \rangle, \langle 114,511 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,69 \rangle, \langle 123,511 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,64 \rangle, \langle 130,511 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,59 \rangle, \langle 137,283 \rangle, \langle 307,511 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,54 \rangle, \langle 143,263 \rangle, \langle 331,511 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,50 \rangle, \langle 150,250 \rangle, \langle 349,452 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,46 \rangle, \langle 157,240 \rangle, \langle 370,422 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,42 \rangle, \langle 165,229 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,38 \rangle, \langle 175,216 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,34 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,30 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,26 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,21 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,16 \rangle\rangle, \\ \langle\langle 0,10 \rangle\rangle \end{matrix} \quad (13)$$

На рис. 3 выделены три пары, принадлежащие кортежу  $S_7 = \langle\langle 0, 46 \rangle, \langle 157, 240 \rangle, \langle 370, 422 \rangle\rangle$ . Левые и правые значения пар – есть соответствующие номера точек отсчетов.

Обратное преобразование образа однополярного нормированного сигнала (13) осуществляется по формуле (10).

Для оценки степени подобия однополярной функции, формально представленной вектором  $\tilde{\mathbf{X}}^+$  (5), и восстановленной после ее прямого многоуровневого

преобразования, представленной вектором  $\tilde{X}^+$  (7), оценивается коэффициентом корреляции [6], который имеет следующий вид:

$$\gamma = \frac{\langle \bar{X}^+, \tilde{X}^+ \rangle}{\|\bar{X}^+\| \cdot \|\tilde{X}^+\|} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} X_i^- \cdot X_i^+}{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (X_i^-)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (X_i^+)^2}}, \quad (14)$$

где  $\langle \bar{X}^+, \tilde{X}^+ \rangle$  - скалярное произведение векторов  $\bar{X}^+$  и  $\tilde{X}^+$ ;  $\|\bar{X}^+\|$  и  $\|\tilde{X}^+\|$  - нормы векторов  $\bar{X}^+$  и  $\tilde{X}^+$ , соответственно.

На рис. 4 и рис. 5 представлены зависимости коэффициентов корреляции ( $\gamma$ ) исходных и восстановленных однополярных и биполярных сигналов, представленных векторами  $\bar{X}^+$ ,  $\tilde{X}^+$  и  $X$ ,  $\tilde{X}$ , в зависимости от числа уровней ( $L$ ) квантования сигнала по амплитуде. Под исходным сигналом понимается однополярный сигнал до его прямого многоуровневого преобразования.

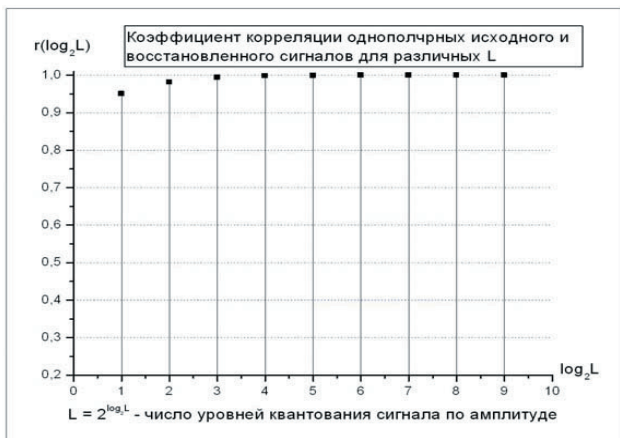


Рис. 4. Зависимость коэффициента корреляции исходного и восстановленного однополярных сигналов, представленных векторами  $\bar{X}^+$  и  $\tilde{X}^+$

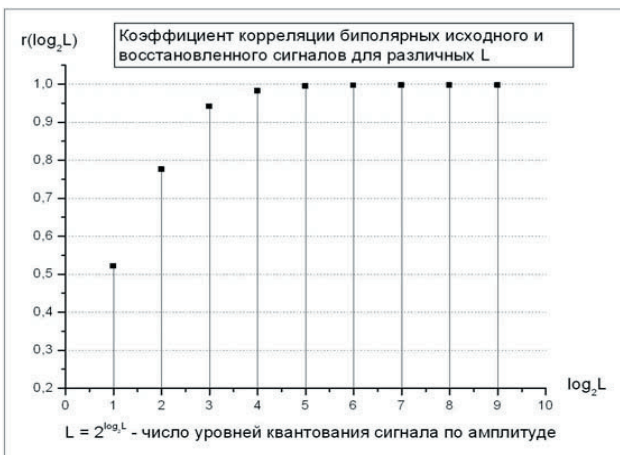


Рис. 5. Зависимость коэффициента корреляции исходного и восстановленного биполярных сигналов, представленных векторами  $X$  и  $\tilde{X}$

Из сравнения зависимостей коэффициентов корреляции, показанных на рис. 4 и рис. 5 можно сказать следующее. Для  $L > 4$  коэффициенты корреляции биполярных исходного и восстановленного сигналов практически совпадают с коэффициентами корреляции однополярных исходного и восстановленного сигналов.

### 3. Выводы

- Используя скалярно-векторное преобразование дискретных сигналов, предложено многоуровневое прямое и обратное преобразования дискретных сигналов.

- Объем данных исходного сигнала намного превышает объем образа сигнала.

### Литература

1. Филиппенко О. И. Принципы калибровочной симметрии сигналов и передаточных функций – составляющие отказоустойчивой структуры / О. И. Филиппенко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. - 2004. - № 4,5. - С. 76 – 77.
2. Филиппенко О.И. Матричная, целочисленная, целозначная форма представления коэффициентов ряда Фурье / О. И. Филиппенко, О. Е. Пенкина // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. - №6/2 (23). - С. 24–27.
3. Филиппенко О. И. Преобразование разностных уравнений линейных цифровых фильтров прямой формы реализации к целочисленному целозначному виду / О. И. Филиппенко, А. Ю. Глушакова, И. Г. Филиппенко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. - 2004. - № 2. - С. 49 – 57.
4. Филиппенко О. И. Преобразование разностных уравнений линейных цифровых фильтров каскадной формы реализации к целочисленному целозначному виду / О. И. Филиппенко, А. Ю. Глушакова, И. Г. Филиппенко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. - 2004. - № 6. - С. 68 – 77.
5. Филиппенко О.И. Преобразование разностных уравнений цифровых фильтров параллельной формы реализации к целочисленному виду / О.И. Филиппенко // Радиоэлектроника и информатика. – 2005. – №4. С. 39 - 45.
6. Сато Ю. Обработка сигналов. Первое знакомство. / Сато Ю. ; пер с яп.; под ред. Есифуми Амемя. – М.: Издательский дом «Додэка XXI», 2009. – 176 с.
7. Шиханович Ю. А. Введение в современную математику. Начальные понятия. / Ю. А. Шиханович. - М.: Наука, 1965. – 376 с.