

АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНІКА, ЗВ'ЯЗОК

УДК 621.313.333

Загарій Г.І., д.т.н., професор (УкрДАЗТ)
Панченко С.В., к.т.н., докторант (УкрДАЗТ)
Ситнік Б.Т., к.т.н., доцент (УкрДАЗТ)
Бриксін В.О., аспірант (УкрДАЗТ)

**АЛГЕБРА МЕРЕЖ ПЕТРІ.
ЧАСТЬ 2. РОЗШИРЕННЯ – КВАЗІДВОНАПРАВЛЕНІ ПРОСТІ Й
СКЛАДНІ ФУНКЦІОНАЛЬНІ ПЕРЕХОДИ НЕЧІТКИХ МП**

Вступ. Нижче викладені нові розширення функціональних переходів нечітких МП для моделювання технологічних процесів на різних видах рейкового транспорту: залізничному, промислового та міському, які функціонують в нечіткому середовищі. Такими процесами управляють підсистеми диспетчерського керування параметрами руху РО на полігонах залізниць і маршрутній транспортній мережі міст.

Для ефективного керування важливе розроблення методу моделювання, апарат якого наближений до лінгвістичної природи мислення людини. Це робить необхідним залучення методів теорії нечітких множин, що допускає неповну визначеність опису об'єкта дослідження й дозволяє врахувати фактори, які впливають на динаміку його функціонування, а саме:

- наявність великої кількості підсистем зі складними взаємними зв'язками;
- асинхронність функціонування елементів системи;
- нечіткий характер поведінки окремих підсистем, змінних і їхніх характеристик.

Аналіз літературних джерел. Теорія диференціальних і різницевих рівнянь дає можливість досліджувати динамічні системи, що функціонують у безперервному або дискретному часі [2, 3]. Однак у сучасних умовах впроваджується усе більше нових і більше складних логіко-динамічних систем, опис яких за допомогою апарата диференціальних рівнянь досить складний, тому що приводить до

необхідності введення в праві частини цих рівнянь значної кількості необхідних змінних, що змінюються дискретно й по різних логічних умовах. Наприклад, до таких систем відносяться комп'ютерні, телекомунікаційні й інформаційні мережі, системи керування наземним транспортом, багато процесів які визначаються подіями, що виникають тільки в дискретні моменти часу. Подібні динамічні системи називаються дискретно-подійними динамічними системами (ДПДС) [6-19] і для їхнього опису використовуються структурні схеми, графи, матричні, мережні й ситуаційні моделі.

В [19] використано матрицю динаміки зміни маркування позицій при спрацьовуванні відповідних переходів і їх квазідвонаправленість для мінімізації в часі числа спрацьовувань переходів (за рахунок обчислення шуканого вектора мінімального числа й напрямку спрацьовувань кожного з переходів) для реалізації необхідного переміщення маркерів (міток-ресурсів). Мережі Петрі (МП) використовуються для моделювання однорідних процесів перевезень, наприклад, при створенні моделей організації вагонопотоків, маневрової роботи на станції й ін.

Класичні МП ураховують детермінізм і лінійність моделей, що досить точно відповідає більшості транспортних процесів.

Теорія МП багатогранна й охоплює такі актуальні аспекти, як моделювання паралельних процесів і застосування для створення моделей дискретних систем [1, 7, 10].

У традиційному виді застосування МП відповідає таким задачам моделювання, які не вимагають обліку динамічного характеру ПП.

Зважаючи на те, що процес перевезень у загальному виді є складним і неоднорідним (необхідно враховувати вагонопотоки, види вантажу, витрати енергії й ін.) і на нього впливає значне число змінні оточення, то для підвищення ефективності процесу моделювання доцільно використати кольорові ситуаційні (чіткі й нечіткі) МП із новими розширеннями.

Властивість ієрархічної побудови МП дозволяє розглядати ситуаційні моделі різного ступеня деталізації, забезпечуючи необхідну декомпозицію складних систем і процесів

В [19] квазідвонаправлені МП – це МП, у яких знаки спрацьовування переходів можуть набувати позитивних і негативних значень для прямого й протилежного напрямку переміщення міток. Цілі значення кількості міток у позиції застосовують для чітких чисел, множин чітких чисел і для модальних значень і границь нечітких чисел, а дробові значення кількості міток – для позначення нечітких чисел і множин. Вибраний в [19] клас МП з новими розширеннями відповідає завданням моделювання технологічних

процесів, зокрема зручно відображає просторово розподілені логіко – динамічні системи, до яких відносяться технологічні процеси міського рейкового й залізничного транспорту.

Актуальним є розроблення методів дослідження функціонування систем керування технологічними процесами в умовах невизначеності з використанням МП. При цьому необхідно врахувати такі фактори: наявність великої кількості підсистем зі складними взаємними зв'язками; асинхронність функціонування елементів системи; нечіткий характер поведінки окремих підсистем, змінних і їхніх характеристик.

Перспективним засобом моделювання невизначеності поведінки систем стало подальше розширення МП, засноване на теорії нечітких множин [1, 2, 5]. Прийнято кілька підходів. По-перше, необхідно враховувати невизначеність кількості міток у позиціях мережі. Другий підхід – використовувати систему продукційного нечіткого висновку при спрацьовуванні переходів, а також нечіткість матриці динаміки спрацьовування й тривалості циклів $p_{j,k}$ спрацьовування переходів у часових МП.

Класифікація нечітких мереж Петрі (НМП). Нижче розглянуті структури МП із невизначеністю й схема породження конкретних підкласів НМП, що використовують поняття математичної структури просторів з нечіткою мірою. Додаткове включення в схему породження класів математичних структур МП із невизначеністю концепції нечіткої міри дозволяє істотно збагатити одержувані при цьому моделі НМП, збільшити їхні моделюючі можливості й підвищити адекватність при вирішенні практичних завдань.

В основу систематизації класів НМП із невизначеністю покладена концепція породження конкретних математичних структур детермінованих МП шляхом введення в їхні компоненти різних видів невизначеності.

Для ілюстрації цієї ідеї розглянемо схему породження різних класів МП із невизначеністю, утворених з базової математичної структури класу часових МП (ЧМП), що визначається як $\langle C_{PT}, P \rangle$.

Тут $C_{PT}=(N, m_0, z, s)$ – базовий формалізм ЧМП, у якому:

- $N=(P, T, I, O)$ – структура ЧМП C_{PT} , що аналогічна структурі узагальнених МП і для якої $I: P \times T \rightarrow \mathbb{N}_0$ – вхідна функція переходів; $O: T \times P \rightarrow \mathbb{N}_0$ – вихідна функція переходів;

- $M_0=(m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0)$ – вектор початкового маркірування, кожний компонент m_i^0 якого являє собою ціле ненегативне число:

- $m_i \in \mathbb{N}_0 (\forall i \in \{1, 2, \dots, n\})$;

- $z=(z_1, z_2, \dots, z_n)$ – вектор часових затримок маркерів у позиціях ЧМП C_{PT} , кожний компонент z_i якого являє собою ціле ненегативне число:

- $z_i \in \mathbb{N}_0 (\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}) (\forall i \in \{1, 2, \dots, n\})$;

- $s=(s_1, s_2, \dots, s_n)$ – вектор часів спрацьовування дозволених переходів ЧМП C_{PT} , кожний компонент s_j якого також являє собою ціле ненегативне число: $s_j \in \mathbb{N}_0 (\forall j \in \{1, 2, \dots, n\})$;

- P – сукупність правил $P(C_{pm})$, що визначають процес запуску й функціонування ЧМП, які містять у собі умови активності й спрацьовування переходів, доступності маркерів у позиціях ЧМП, зміни початкового й наступного маркірувань, а також, можливо, інші умови.

У загальному випадку введення невизначеності в опис вихідної математичної структури (МС) ЧМП $C_{pm} = (N, m_0, z, s)$ припускає задання однієї або декількох структур з невизначеністю $s(\omega)$, що може відбивати стохастичний, нечіткий або комбінований характер її прояву. Послідовно вводячи опис невизначеності $s(\omega)$ в окремі компоненти базової МС $\langle C_{pm}, P \rangle$, можна одержати різні узагальнені класи ЧМП $C_{pm} = (N, m_0, z, s)$ з невизначеністю відповідно до такої схеми породження:

- $\langle N(\omega), m_0, z, s, P' \rangle$ – МС ЧМП із невизначеністю задання структури $P'=(P, T, I, 0)_\omega$ ЧМП C_{PT} , при цьому P' позначає модифікацію вихідних правил P функціонування ЧМП, що відбивають змістовну сутність введеної невизначеності у структуру ЧМП;

- $\langle N, m_0(\omega), z, s, P' \rangle$ – МС ЧМП із невизначеністю задання початкового маркірування M_0 . Конкретизацією даної МС є розглянуті вище НМП V_f при $z=0, s=0$, де $S(\omega)$ визначається аксіоматикою нечіткої міри;

- $\langle N, m_0, z(\omega), s(\omega), P' \rangle$ – МС ЧМП із невизначеністю задання часів затримки маркерів у позиціях і часів спрацьовування активних переходів. Дана МС являє собою визначений вище клас ЧМП C_{pm}^f , стосовно до якого $s(\omega)$ визначається аксіоматикою простору з нечіткою мірою;

- $\langle N, m_0, z, s, P'(\omega) \rangle$ – МС ЧМП із невизначеністю в заданні правил P , що визначають процес функціонування мережі. Конкретизацією цієї МС є різновиди ЧМП і МП, наприклад, із заданням імовірнісних або нечітких мір на множинах конфліктних переходів з метою виключення альтернативного розгалуження на діаграмі досяжних маркірувань.

Якщо в розглянутій схемі породження МС МП із невизначеністю під $s(\omega)$ розуміти МС з аксіомами нечіткої математики, то отримані подібним чином узагальнення базового формалізму класичних МС природно прийняти за визначення відповідних підкласів нечітких МП, що цілком погодиться з відомими в літературі формальними визначеннями останніх.

I, нарешті, розглядаючи різні комбінації спільного введення опису невизначеності $s(\omega)$ в окремі компоненти базової МС ЧМП і МС інших класів детермінованих МП (наприклад, у МС МП із кольоровими мітками й дугами, у МС мереж предикат–перехід), а також використовуючи різні структури $s(\omega)$ стохастичної, нечіткої або комбінованої природи, можна одержати визначення досить багатих у математичному відношенні МС МП різних класів, аналіз властивостей яких може стати предметом самостійних досліджень.

При вивченні підкласів НМП основна увага приділяється не стільки теоретичному аналізу відзначених властивостей НМП, скільки аналізу конкретних нечітких моделей, побудованих на їхній основі. Нижче розглядаються деякі конкретні особливості побудови нечітких моделей на основі підкласів НМП і інтерпретація їхніх властивостей з урахуванням специфіки тої або іншої проблемної області.

Використання нечітких мереж Петрі для подання правил нечітких продукцій. При розв'язанні прикладних завдань нечіткого моделювання використовуються модифіковані НМП $C_f = (N, f, \lambda, m_0)$.

Одним з найбільш відомих додатків НМП є їхнє використання для наочного подання правил нечітких продукцій і виконання на цій основі нечітких висновків.

У цьому випадку використовується наступна інтерпретація позицій і переходів НМП. Правило нечіткої продукції вигляду «ПРАВИЛО і: ЯКЩО A , ТО B » представляється як деякий перехід $v_j \in V$ НМП (N, f, λ, m_0) , при цьому умові A цього правила відповідає вхідна позиція $p_i \in P$ цього переходу v_i , а висновку – вихідна позиція $p_k \in P$ цього переходу v_j (рисунок 1, а).

Якщо умова правила нечіткої продукції складається з декількох підумов, з'єднаних операцією нечіткої кон'юнкції $\alpha = \alpha_1 \wedge \alpha_2 \dots \wedge \alpha_l$, то всі ці підумови представляються як вхідні позиції відповідного переходу (рисунок 1, б для випадку $l=3$).

Якщо висновок правила нечіткої продукції складається з декількох підзаключень, з'єднаних операцією нечіткої кон'юнкції $\beta = \beta_1 \wedge \beta_2 \dots \wedge \beta_l$, то всі ці підзаключення також представляються як вихідні позиції відповідного переходу (рисунок 1, в для випадку $l=3$).

Більш складний випадок відповідає диз'юнкції підумов і підзаключень. Так, якщо умова правила нечіткої продукції складається з декількох підумов, з'єднаних операцією нечіткої диз'юнкції $\alpha = \alpha_1 \vee \alpha_2 \dots \vee \alpha_l$, то всі ці підумови представляються як вхідні позиції окремих переходів v_j для $j \in \{1, 2, \dots, l\}$ (рисунок 1, г для випадку $l=3$).

Якщо ж висновок правила нечіткої продукції складається з декількох підзаключень, з'єднаних операцією нечіткої диз'юнкції $\beta = \beta_1 \vee \beta_2 \vee \dots \vee \beta_l$, то всі ці підзаключення представляються як вихідні позиції окремих переходів v_j для $j \in \{1, 2, \dots, l\}$ (рисунок 1, д для випадку $l=3$).

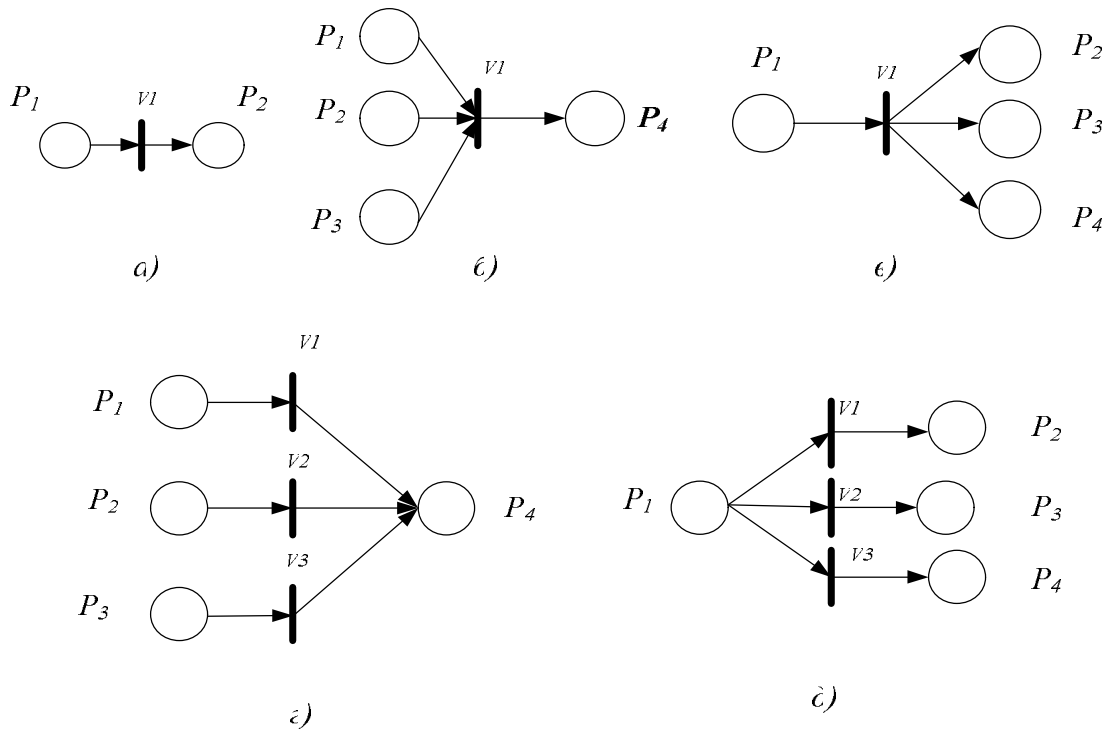


Рисунок 1 - Фрагменти нечітких МП для подання різних варіантів правил нечітких продукцій

Таким чином, будь-яке правило нечіткої продукції може бути подано у вигляді фрагмента НМП. При цьому вагf або коефіцієнти f_i правил нечітких продукцій перетворюються у вектор $f = (f_1, f_2, \dots, f_u)$ значень функцій приналежності нечіткого спрацьовування переходів, а ступеням істиності підумов правил відповідають значення компонентів початкового маркірування $M_0 = (m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0)$.

Основні підкласи нечітких мереж Петрі. В [7] наведена класифікація НМП і нечітких часових мереж Петрі (НЧМП), що фіксує основні компоненти відповідних моделей і дозволяє систематизувати досить широкий клас математичних структур НМП. В основу систематизації класів НМП і НЧМП покладені детерміновані МП, у різні компоненти яких вводяться різні види невизначеності (нечіткості). Як зазначено в [17], базова математична структура класу ЧМП формується із чотирьох складових, що визначають її структуру:

$$PN = (P_i, V_j, I, O),$$

де P_i – кінцева множина позицій;

V_j – кінцева множина переходів;

I, O — відповідно вхідна й вихідна функції інцидентності переходів з позиціями.

Дуже важливою є реалізація динамічних властивостей моделей на основі МП, що може бути виконано шляхом розширення МП за рахунок введення функції тривалості проміжку часу $t_{j,k}$ спрацьовування переходу V_j , функції числа $\Psi(J)$ дозволених до спрацьовування запусків переходів V_j , функції розмітки (маркування), тобто присвоєння деякого числа міток (маркерів) позиціям мережі, кількість і положення яких при виконанні МП може змінюватися. Розширимо МП додаванням п'ятого, шостого, сьомого, восьмого, дев'ятого і десятого структурних елементів, що може бути описано виразом, який характеризує формалізм динамічної маркірованої МП і являє собою десятку об'єктів.

$$PN_M = (P_i, V_j, I, O, t_{j,k}, Z_i, \lambda, \Psi(J), M_0, \Pi),$$

або

$$PN_M = (PN, t_{j,k}, Z_i, \Psi(J), \lambda, M_0, \Pi),$$

де $t_{j,k} = \{t_{j,1}; t_{j,2}; \dots; t_{j,q}\}$, при цьому компонента $t_{j,k}$ відповідає тривалості k – го циклу затримок спрацьовування переходу V_j із числа $\Psi(J)$ дозволених до спрацьовування запусків переходів V_j у момент часу $t_{j,k}$;

z_i – вектор часових затримок спрацьовування маркерів у позиціях P_i ;

λ_j – вектор значень порога спрацьовування переходів;

$M_0 = \{m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0\}$ – вектор початкової розмітки, при цьому компонент m_i^0 відповідає певній позиції $p_i \in P$, $m_i^0 \in N$, а $m_i = \overline{1n}$;

Π – сукупність правил $\Pi(PN)$, що визначають процес запуску й функціонування ЧМП, які містять у собі умови активності й спрацьовування переходів, доступності маркерів у позиціях ЧМП, зміни початкового й наступного маркування і інші умови.

Прикладом такої мережі може служити граф, наведений на рис. 4, початкова розмітка якого визначена вектором $M_0 = (1, 1, 0, 0, 0)$ [6, 10].

Введенням, відповідно до [7], нечіткості $s(\omega)$ в окремі компоненти базової математичної структури (МС) отримані такі відомі узагальнені класи нечітких НЧМП:

- мережа ЧМП типу МП_T: $\langle PN(\omega), t_{j,k}, Z_i, \Psi(J), M_0, \Pi \rangle$ – з нечіткістю задання структури, при цьому Π позначає модифікацію вихідних Правил функціонування Π , що відбивають змістовний зміст уводиться нечеткості, що, у структуру ЧМП;

- ЧМП типу МП_{Vf}: $\langle PN, t_{j,k}, Z_i, \Psi(J), M_0(\omega), \Pi \rangle$ з нечіткістю задання початкового маркування, де рядки матриці M_0 утворені з векторів m_i^0 , компоненти яких визначають ступінь приналежності $\mu_i(j-1)$ нечіткої відсутності (для нульової компоненти) і нечіткої наявності (для інших компонентів) $j-1$ кількості маркерів у позиції p_i даної НМП.

Наприклад, початкове маркування може бути задане такою матрицею

$$M_0 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0 & 0 \\ 0,4 & 0,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7 \end{bmatrix}.$$

Тут для позиції p_1 значення $m_{11}^0 = 0.1$ показує, що ступінь приналежності нечіткої відсутності маркерів у даній позиції для початкового маркування дорівнює 0.1. Значення $m_{12}^0 = 0.2$ показує, що ступінь приналежності нечіткої наявності одного маркера в даній позиції для початкового маркування дорівнює 0.2, а $m_{13}^0 = 0.3$ показує, що ступінь приналежності нечіткої наявності двох маркерів у даній позиції для початкового маркування дорівнює 0.3;

ЧМП типу МП_{Vf}: $\langle PN, t_{j,k}(\omega), Z_i(\omega), \Psi(J), M_0, \Pi(\omega), \rangle$ з нечіткістю задання часу затримки маркерів у позиціях і часу спрацьовування активних переходів і (або) з невизначеністю в завданні правил, що визначають процес функціонування мережі;

ЧМП типу МП_f: У цій мережі вектор початкового маркування $M_i^0 = (m_1^0, m_2^0, m_3^0, m_4^0, m_5^0)$, кожний компонент якого визначається значенням функції приналежності нечіткої наявності одного маркера у відповідній позиції даної НМП. Для зображеного на рис. 4 прикладу НЧМП типу МП_{Vf} вектор початкового маркування $M_i^0 = (0.8, 0.3, 0, 0, 0)$;

ЧМП типу МП_{Tf}: Узагальнена часова мережа Петрі з кожним компонентом якої $t_{j,k}(\omega), Z_i(\omega), \Psi(J), m(\omega), \Pi(\omega)$ зв'язаний деякий простір з нечіткою мірою. Математична структура даного класу допускає різні конкретизації на основі конкретних способів задання нечітких мір, наприклад:

ЧМП типу МПТ₇: Нечіткою часовою мережею цього типу називається підклас НЧМП, кожний компонент вектора початкового маркування якої, вектора параметрів часових затримок маркерів у позиціях і вектора часу спрацьовування дозволених переходів являє собою трикутний нечіткий інтервал $(\text{ТНІ}) = \langle a_j, b_j, \alpha_j, \beta_j \rangle_A$. Якщо в даному визначенні всі (ТНІ) замінити трикутними нечіткими числами, то виходить нечітка ЧМП типу МП_А.

Відомі [7, 18] такі прості функціональні переходи, що входять у структури основних підкласів НЧМП, необхідні для реалізації правил нечітких продукцій і виконання на їхній основі нечітких висновків:

ПЕРЕТИНАННЯ $(A \wedge B \wedge \dots)$, ОБ'ЄДНАННЯ $(A \vee B \vee \dots)$, СУМА, ДОБУТОК, КОНЦЕНТРУВАННЯ, РОЗТЯГАННЯ, ЗГУЩЕННЯ $(\text{Int}(A))$, РОЗМИВАННЯ $(F(A))$, ОБМЕЖЕННЯ РІВНЯ α нечітких множин і перехід, що реалізує правило нечіткої продукції у вигляді висловлення "ПРАВИЛО і: ЯКЩО A – ТО B ", яке подається як деякий перехід $V_j = \{PN, f, \lambda, M_0\}$. За цієї умови A цьому правилу відповідає вхідна позиція $P_i \in P$ цього переходу, а висновку – вихідна позиція $P_k \in P$ цього переходу.

Тут коефіцієнти f_j перетворюються у вектор $f = \{f_1, f_2, \dots, f_j\}$ нечіткого спрацьовування переходів, а ступеням істинності підумов правил - відповідають компоненти початкового маркування $M_0 = \{m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0\}$, що описує поточну ситуацію моделювання.

Недоліком такого подання нечіткого функціонального переходу є суб'єктивність вибору значень компонентів вектора $f = \{f_1, f_2, \dots, f_j\}$.

Уведемо в структуру відомих НМП **нові** розширення для функціональних квазідвонаправлених складних переходів.

Імплікаційний перехід – ВІДНОШЕННЯ $R_{j,i}(X_{ji} \times Y_{ji})$ між змінними X_{ji} і Y_{ji} , тобто i значень j термів змінної X_{ji} у фазифіковані значення відповідних термів відповідних лінгвістичних або нечітких змінних Y_{ji} , що реалізує висловлення ЯКЩО – ТО. За цієї умови ЯКЩО цього правила відповідає множина вхідних позицій $P_{j,i}(X_{ji})$ цього переходу, а висновку ТО – множина вихідних позицій $P_{j,i+1}(Y_{ji})$;

переходи, що реалізують операції:

КОМПОЗИЦІЯ $F_{\text{комп}}$ НЕЧІТКИХ МНОЖИН A та ВІДНОШЕНЬ R_i , тобто $F_{\text{комп}} = (A \circ R_i)$;

КОМПОЗИЦІЯ R_{ij} ВІДНОШЕНЬ R_i і ВІДНОШЕНЬ R_j , тобто ВІДНОШЕНЬ $R_{ij} = (R_i \circ R_j)$ або max–min – згортки;

ФАЗИФІКАЦІЯ $F_{\text{агр}}$ вхідних змінних, яка здійснює агрегування – знаходження ступенів істинності для усіх вхідних термів;

ДЕФАЗИФІКАЦІЯ вихідних змінних, яка здійснює активізацію $F_{акт}$ підзаключень – знаходження ступенів істинності усіх заключень правил нечітких продукцій (НП) на етапі логічного рішення, й акумуляцію $F_{акк}$ заключень правил НП – знаходження сумарної функції приналежності для всіх лінгвістичних змінних множин правил НП на етапі формування управляючого впливу (наприклад, за запропонованим критерієм упевненості в правильності прийняття рішення).

Організація обчислень із використанням нових розширень нечітких функціональних переходів. Після введення нових функціональних переходів наведемо приклади їх використання.

Приклад 1. Формування швидкості руху відчепу (РО) на сортувальній станції. Розглянемо операцію композиції нечіткої множини A з нечітким відношенням R_j . Нехай множині U відповідає нечітка змінна ВІДСТАНЬ до точки гальмування, а множині V – нечітка змінна ШВИДКІСТЬ ГАЛЬМУВАННЯ відчепу. Прийmemo $U=[30, 40, 50, 60]$ [м], а $V=[0.3, 0.6, 1.2, 2.40]$ [м/с]

Уведемо нечіткі змінні:

A – мала ВІДСТАНЬ, прийmemo $A=[(30/1,0); (40/0,8); (50/0,2); (60/0)];$

A' – занадто мала відстань, прийmemo $A'=[(30/1); (40/0,64); (50/0,04); (60/0)];$

U – більша швидкість гальмування, прийmemo $B=[(0.3/0); (0.6/0,1); (1.2/0,8); (2.4/1)].$

D – результат, що відповідає нечіткому висновку Л. Заде, який визначається за таким правилом:

$$D=A' \circ (A \circ B),$$

де \circ – позначення операції композиції між нечіткими змінними.

Уведемо нечітке відношення R , що характеризує нечітке висловлення

“ Якщо ВІДСТАНЬ мала, то ШВИДКІСТЬ ГАЛЬМУВАННЯ більша “

$$R = A \circ B = \begin{matrix} & \begin{matrix} U_1 & U_2 & U_3 & U_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0,1 & 0,8 & 1,0 \\ 0 & 0,1 & 1,0 & 0,8 \\ 0 & 1,0 & 0,2 & 0,2 \\ 1,0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Результат гальмування D відповідає нечіткому висновку $\mu_D(V)$ і будується на підставі композиції поточної нечіткої множини A' з відношенням R

$$\mu_D(V)=[1,0; 0.64; 0.04; 0] \circ \begin{bmatrix} 0 & 0,1 & 0,8 & 1 \\ 0 & 0,1 & 1 & 0,8 \\ 0 & 1 & 0,2 & 0,2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [0; 0,1; 0,8; 1,0]$$

Тут з кожної пари чисел, для яких виконується композиція, вибирається мінімальне число, а із чотирьох підсумкових чисел – максимальне. У такий спосіб результату гальмування D відповідає така нечітка множина:

$$D=[(0.3/0); (0,6/0,1); (1.2/0,8); (2.4/1,0)],$$

дефазифікація якої визначає те, що швидкість гальмування відчепа повинна бути дуже великою і дорівнювати 2.4 м/с.

Приклад 2. Розглянемо композицію двох нечітких відношень $R_1(x \times y) \rightarrow [0,1]$ і $R_2(y \times z) \rightarrow [0,1]$.

Нехай R_1 – нечітке відношення між змінними x та y , а R_2 – нечітке відношення між змінними y та z .

Матриця відношення R_1 , на декартовому добутку x^*y така:

$$R_1 = A \circ B = \begin{array}{c|ccc} & y1 & y2 & y3 \\ \hline x1 & 0,1 & 0,7 & 0,4 \\ \hline x2 & 1 & 0,5 & 0 \end{array}$$

Матриця відношення R_2 на декартовому добутку y^*z така:

$$R_2 = \begin{array}{c|cccc} & & z1 & z2 & z3 & z4 \\ \hline & y1 & 0,9 & 0 & 1 & 0,2 \\ \hline R_2 = & y2 & 0,3 & 0,6 & 0 & 0,9 \\ \hline & y3 & 0,1 & 1 & 0 & 0,5 \end{array}$$

На рисунку 2 наведена схема мережі, що відповідає послідовній композиції матриць відношень R_1 і R_2

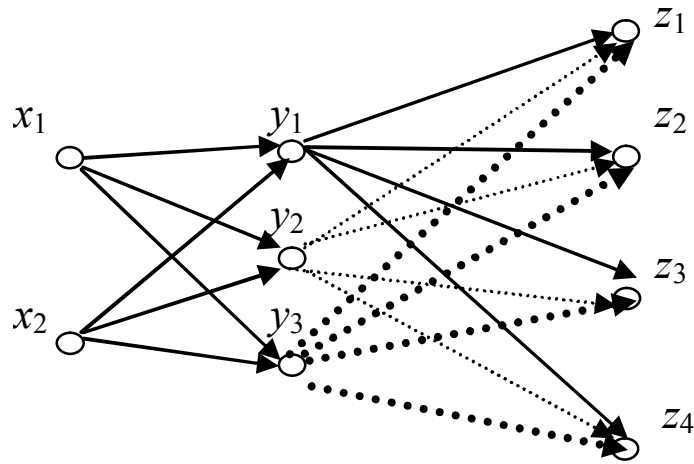


Рисунок 2 - Схема мережі для послідовної композиції матриць відношень R_1 і R_2

Реалізація нових функціональних переходів f_i , F_1 і F_2 за допомогою МП для реалізації цих нечітких відношень наведена на рисунку 3.

Тут у кожній вхідній позиції $P_{j,i}$ НМП зазначений елемент початкового маркірування m_{ji}^0 , що відповідає фазифікованому значенню відповідного i терму j лінгвістичної або нечіткої змінної X_{ji} у момент часу k .

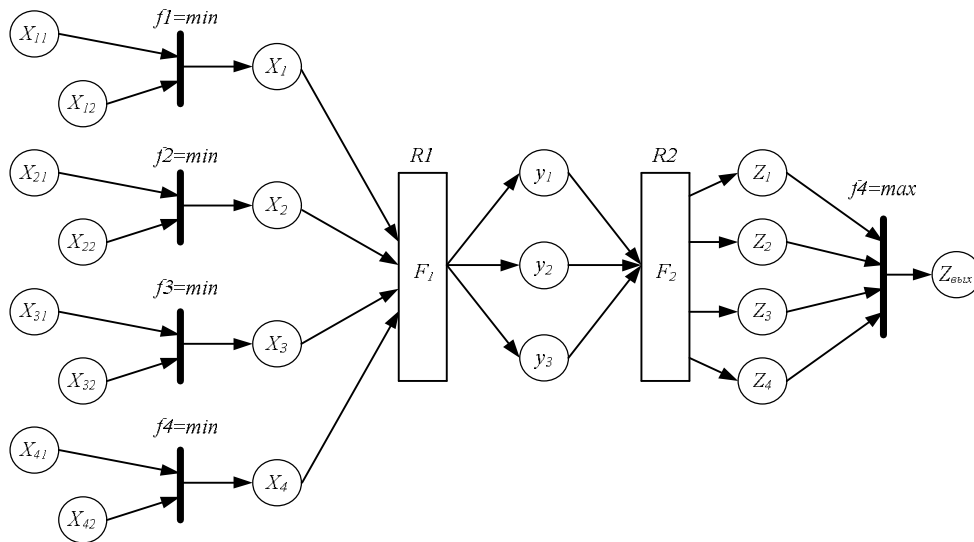


Рисунок 3 - МП, що відповідає реалізації функціональних переходів f_i , F_2 і F_3 для послідовної композиції матриць відношень R_1 і R_2

Необхідно визначити нечітке відношення $R_3=R_1 \circ R_2$ на декартовому добутку x та z , обумовлене як \max - \min композиція відношень R_1 і R_2 виразом:

$\mu_{R_3}=\mu_{R_1 \cdot R_2}(x, z)=V[\mu_{R_1}(x, y) \wedge \mu_{R_2}(y, z)]$, що є \max - \min композицією відношень R_1 і R_2 .

Перший елемент матриці $R_3=R_1 \circ R_2$ реалізується в результаті композиції за правилом

$$x_1 \circ z_1 = (0,1 \wedge 0,9) \vee (0,7 \wedge 0,3) \vee (0,4 \wedge 0,1) = (0,1; 0,3; 0,1) = 0,3,$$

а інші – аналогічно.

Матриця відношення R_3 має вигляд

$$R_3=R_1 \circ R_2 =$$

	z_1	z_2	z_3	z_4
x_1	0,3	0,6	0,1	0,7
x_2	0,9	0,5	1	0,5

На рисунку 4 наведена схема МП, що відповідає матриці відношення R_3 , а на рисунку 5 – схема МП, що відповідає реалізації функціональних переходів f_i і F_3 для композиції $R_3=R_1 \circ R_2$.

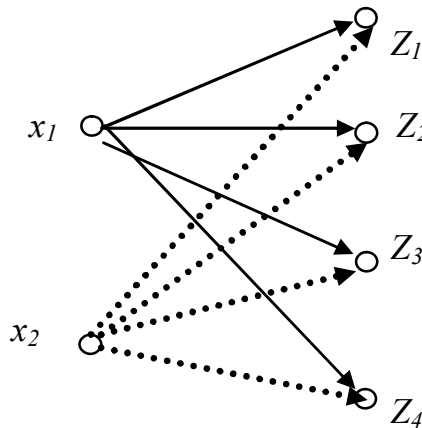


Рисунок 4 - Схема мережі, що відповідає матриці відношення R_3

Тут у кожній вхідній позиції $P_{j,i}$ НМП зазначений елемент початкового маркування m_{ji}^0 , що відповідає фазифікованому значенню i -го терму X_{ji} j -тої лінгвістичної або нечіткої змінної в момент часу k .

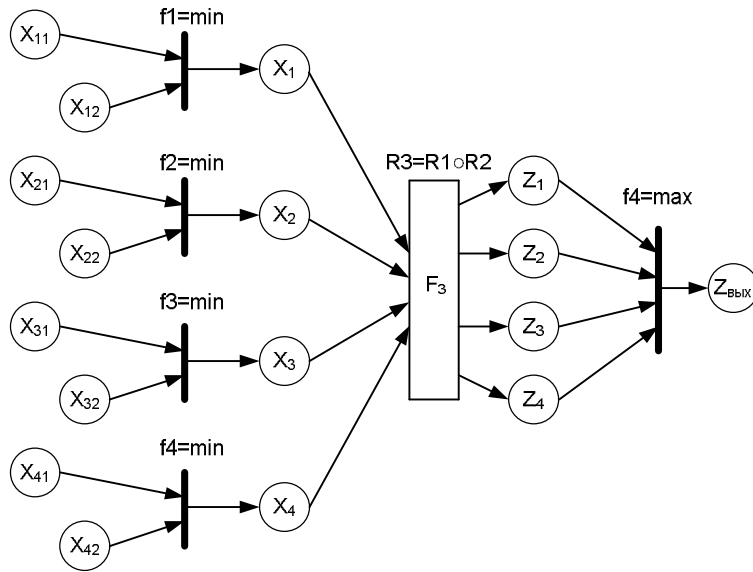


Рисунок 5 - МП, що відповідає реалізації функціональних переходів f_i і F_3 (для матриці відношення $R_3=R_1 \circ R_2$)

Приклад фазифікації чіткого значення змінної X_j у фазифіковані значення i -тих термів X_{ji} відповідних j -тих лінгвістичних або нечітких змінних наведений на рисунку 6.

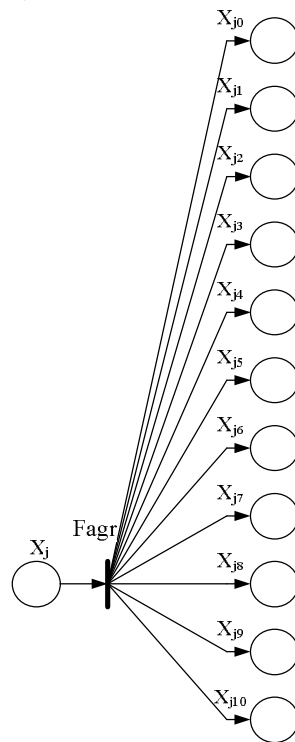


Рисунок 6 - Приклад фазифікації

Приклад реалізації функціонального переходу –нечітке ВІДНОШЕННЯ між змінними x та y , тобто перетворення значень i -тих термів j -тої змінної X_{ji} у відповідні фазифіковані значення термів Y_{ji} , наведений на рисунку 7.

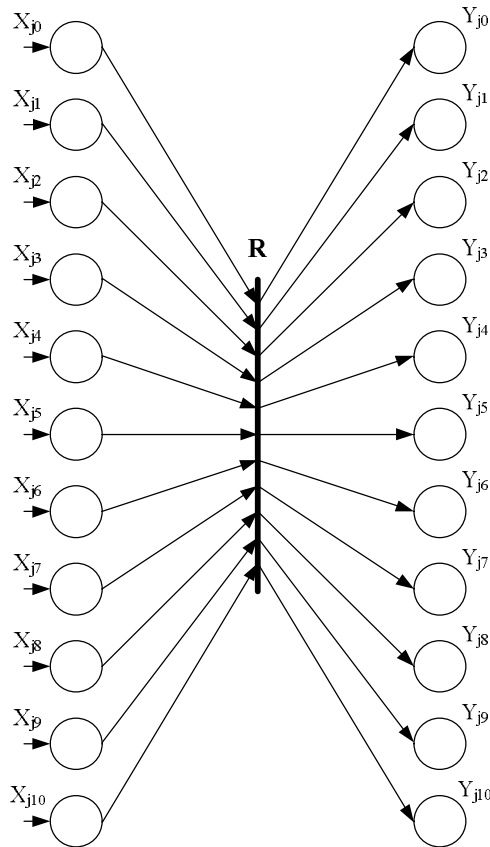


Рисунок 7 - Приклад реалізації функціонального переходу НЕЧІТКЕ ВІДНОШЕННЯ R

Усі системи з нечіткою логікою функціонують за однією ознакою: показання вимірювальних приладів фазифікуються (переводяться в нечіткий формат), обробляються на основі таблиць лінгвістичних правил системи продукційного нечіткого висновку, дефазифікуються й у вигляді вихідних сигналів подаються на виконавчі пристрої.

Приклад 3. Керування швидкістю руху локомотива. За основу реалізації такого керування (на основі побудови його моделі) приймаємо метод визначення лінгвістичної оцінки відхилення кута повороту \tilde{Y} контролера машиніста (КМ) на необхідне число номерів позицій КМ. Будемо використовувати апарат нечіткого логічного висновку. Отримана

лінгвістична оцінка зміни числа номерів позицій КМ дозволяє реалізувати відповідний керуючий вплив на тягові двигуни локомотива. Збільшення кута повороту КМ \tilde{Y} на потрібне число номерів позицій КМ необхідно виконувати при негативних відхиленнях і негативних швидкостях відхилень від заданої траєкторії зміни швидкості руху в поточний момент часу. Зменшення кута повороту КМ на потрібне число номерів позицій КМ необхідно виконувати при позитивних відхиленнях і позитивних швидкостях відхилень від заданої траєкторії зміни швидкості руху в поточний момент часу.

У ролі вхідних змінних при визначенні відхилення кута повороту КМ від поточного номера приймаються два параметри:

x_1 – відхилення поточної швидкості руху локомотива від заданої;

x_2 – швидкість відхилення поточної швидкості руху локомотива від заданої швидкості.

З технологічних міркувань приймаємо, що значення цих параметрів можуть перебувати у діапазоні $X_j \in [x_{j \min}, x_{j \max}]$, $j=1,2$.

Вхідні параметри x_j розглядаються як нечіткі множини, що формують лінгвістичні змінні у вигляді трійок:

$$x_j = \{ < x_{ji}; U_{xji}; \tilde{x}_j > \};$$

$$x_{ji} \in T_j^x (U_{xji}); j=1,2; i=\overline{0,10};$$

T_j^x – розширена терм-множина лінгвістичної змінної ПАРАМЕТР j ;

\tilde{x}_j – нечітка множина, що описується функцією приналежності $\mu_{\tilde{x}_j}$;

U_{xji} – універсум $j=\overline{1,2}; i=\overline{0,10}$.

Значення U_{xji} лінгвістичної змінної x_j параметра j задається згідно з таблиці 7.

Аналогічно описаному вище способу визначаємо множину вихідної змінної КУТ ПОВОРОТУ КМ

$$V_i = \text{ent} \left[\text{card}(V_i - 1) \frac{Y_i - Y_{\min i}}{Y_{\max i} - Y_{\min i}} \right],$$

наприклад,

$$\mu_{\tilde{Y}_0} = \text{НУЛЬОВИЙ КУТ ПОВОРОТУ КМ} = 1 - \frac{1}{10} (Y_{\min} - 10 \frac{Y_i - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}});$$

$$Y_{\min} = Y_0,$$

або

$$\mu_{\tilde{Y}_{10}} = \text{МАКСИМАЛЬНИЙ КУТ ПОВОРОТУ КМ} = 1 - \frac{1}{10} (Y_{\max} - 10 \frac{Y_i - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}});$$

$$Y_{\max} = Y_{10},$$

$$\mu_{\tilde{Y}_{10}} = \text{МАКСИМАЛЬНИЙ КУТ ПОВОРОТУ КМ} = 0/0 + 0,1/1 + 0,2/2 + 0,3/3 + 0,4/4 + 0,5/5 + 0,6/6 + 0,7/7 + 0,8/8 + 0,9/9 + 1/10.$$

Аналогічно можна одержати необхідні значення всіх інших терм-множин.

Таблиця 7 - Значення лінгвістичної змінної

Найменування терм-множин x_j лінгвістичних змінних ВІДХИЛЕННЯ ПОТОЧНОЇ ШВИДКОСТІ ($j=1$) і ШВИДКІСТЬ ВІДХИЛЕННЯ ($j=2$)	Номер i -тих терм-множин лінгвістичних змінних U_j	Значення U_{ji} i -тих терм-множин лінгвістичних змінних U_j
несуттєве	0	U_{j0}
майже мале	1	U_{j1}
мале	2	U_{j2}
трохи більше, ніж мале	3	U_{j3}
майже середнє	4	U_{j4}
середнє	5	U_{j5}
трохи більше, ніж середнє	6	U_{j6}
майже велике	7	U_{j7}
велике	8	U_{j8}
трохи більше, ніж велике	9	U_{j9}
граничне	10	U_{j10}

Нечітке відношення $R_I()$ будемо за таким логічним правилом [4]:

$$R_I() = \begin{cases} 1 - \mu(V), & \text{якщо } \mu(U) < \mu(V); \\ 1, & \text{якщо } \mu(U) = \mu(V); \\ \mu(V), & \text{якщо } \mu(U) > \mu(V). \end{cases}$$

Результати нечіткого відношення наведені в таблиці 9, де на декартовому добутку (перетинанні) $U_i \times V_i$ наведені результати операції композиції (\circ) відповідних елементів нечітких множин $\mu(U_i)$ і $\mu(V_i)$.

Таблиця 9 - Таблиця результатів нечіткого відношення

	$V_0=$ 1,0	$V_1=$ 0,9	$V_2=$ 0,8	$V_3=$ 0,7	$V_4=$ 0,6	$V_5=$ 0,5	$V_6=$ 0,4	$V_7=$ 0,3	$V_8=$ 0,2	$V_9=$ 0,1	V_{10} =0
$U_0=1$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$U_1=0,9$	0	1	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$U_2=0,8$	0	0,1	1	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$U_3=0,7$	0	0,1	0,2	1	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$U_4=0,6$	0	0,1	0,2	0,3	1	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$U_5=0,5$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	1	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$U_6=0,4$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1	0,3	0,2	0,1	0
$U_7=0,3$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	1	0,2	0,1	0
$U_8=0,2$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	1	0,1	0
$U_9=0,1$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1	0
$U_{10}=0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Як вихідний параметр для визначення числа номерів позицій КМ, на яке повинен змінитися кут повороту КМ, введемо нечітку множину, що формує лінгвістичну змінну ВІДХИЛЕННЯ 2, яку можна описати трійкою вигляду:

$$\{V_{jq}(i), \nabla n_{jq}, \tilde{Y}_{ji}\},$$

де $q=0, 1, 2, 3, 4$; $i=0, 1, 2, \dots, 10$; $V_{jq}(i) \in T^*(\nabla n_{jq})$,

де ∇n_{jq} – число номерів позицій КМ, на яке повинен змінитися кут повороту КМ, поданий універсумом вигляду $\nabla n_{jq} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$;

\tilde{Y}_i – нечіткі множини, описані функціями приналежності $\mu(\tilde{Y}_i)$,

$T^*(\nabla n_{jq})$ – розширена терм–множина змінної ВІДХИЛЕННЯ 2.

Для опису відображень $M_q: V_{jq}(i) \rightarrow \nabla n_{jq}$ скористаємося наступними міркуваннями.

Нехай, наприклад, $V_{jq}(i) = V_0$, якщо $i=0, 1$; або V_1 , якщо $i=2, 3$; або V_2 , якщо $i=4, 5, 6$; або V_3 , якщо $i=7, 8$; або V_4 , якщо $i=9, 10$.

Іншими словами, якщо $V_q(i) \rightarrow \nabla n_{jq}$, то значення змінної ВІДХИЛЕННЯ 2, що дорівнює числу номерів позицій КМ ∇n_q , можна подати (таблиця 10) у такому вигляді: $\nabla n_{jq} \in V_q$.

Таблиця 10 - Значення змінної ВІДХИЛЕННЯ 2

Нульове	$\nabla n_{j0} = 0$, якщо $V_{jq}(i) \in V_0$
Мале	$\nabla n_{j1} = 1$, якщо $V_{jq}(i) \in V_1$
Середнє	$\nabla n_{j2} = 2$, якщо $V_{jq}(i) \in V_2$
Велике	$\nabla n_{j3} = 3$, якщо $V_{jq}(i) \in V_3$
Дуже велике	$\nabla n_{j4} = 4$, якщо $V_{jq}(i) \in V_4$

Поточне значення швидкості РО може дорівнювати заданому, але може й перевищувати чи бути меншим від нього. Керуючий вплив у таких ситуаціях буде різним. Позначимо через X_1 різницю між поточною та заданою швидкістю, а через X_2 – прискорення РО. Якщо РО рухається швидше, ніж треба, а значення прискорення близьке до нуля, то керуючим впливом Δn_1 на РО буде зменшення X_1 за рахунок збільшення прискорення X_2 у від'ємний бік (керуючий вплив Δn_2). Якщо у деякій ситуації прискорення буде не нульовим, а достатньо від'ємним, то додаткових керуючих втручань у поточний момент часу робити не треба.

Якщо знаки $signx_j$ для кожної j -тої змінної x_j однакові, то зміна Δn номерів позицій КМ визначається композицією (26)

$$\Delta n = -\{(|\Delta n_1| \circ |\Delta n_2|) Sign x_1\}, \quad (26)$$

тобто переміщення КМ здійснюється в протилежний бік знаку добутку знаків вхідних змінних.

Якщо знаки $signx_j$ для кожної j -тої вхідної змінної різні, то зміна номерів позицій Δn КМ визначається алгебраїчною сумою (27), тобто переміщення КМ здійснюється у бік, протилежний максимальному відхиленню за формулою

$$\Delta n = -\{|\Delta n_1| Sign x_1 + |\Delta n_2| Sign x_2\}. \quad (27)$$

Реалізацію зазначеної процедури можна пояснити формулою

$$\Delta n = -\{(\Delta n_1 \text{ OR } \Delta n_2) \text{Sign } X_1\} \{ \Delta n_1 \text{Sign } X_1 + \Delta n_2 \text{Sign } X_2 \}, \quad (28)$$

де φ – код знаку відхилення добутку вхідної змінної, тобто

$$\varphi = \begin{cases} 1, & (\text{Sign } X_1 \cdot \text{Sign } X_2) > 0 \\ 0, & (\text{Sign } X_1 \cdot \text{Sign } X_2) \leq 0 \end{cases}$$

$\text{Sign } x_1 + |\Delta n_2| \text{Sign } x_2$ – знак відповідно змінної X_1 та X_2 .

Приклад реалізації функціональних переходів для дефазифікації вихідних змінних на етапі активізації та реалізації відповідних обчислень за формулою (26) і (27) наведено на рисунку 8.

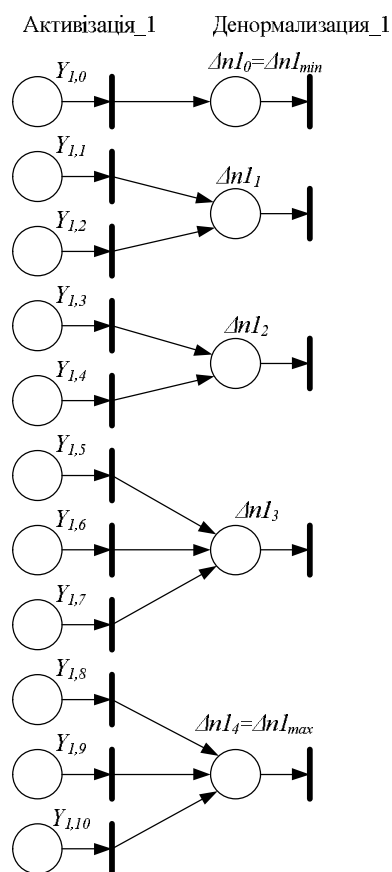


Рисунок 8 - Приклад реалізації функціональних переходів для дефазифікації вихідних змінних

На рисунку 9 наведена схема МП, що відповідає реалізації нових розроблених нечітких функціональних переходів f_i і F_i , які дають змогу реалізувати різні відношення, композиції відношень і логічних формул, і правил прикладу 3, аналогічно розглянутим вище (ФАЗИФІКАЦІЇ $F_{\text{агр}}$ вхідних змінних, яка здійснює операцію агрегування – знаходження ступенів істинності для усіх вхідних термів; КОМПОЗИЦІЇ $F_{\text{комп}}$ НЕЧІТКИХ МНОЖИН; КОМПОЗИЦІЇ $R_{ij}=(R_i \circ R_j)$ відношення або $\max\text{--}\min$ – згортки; ДЕФАЗИФІКАЦІЇ вихідних змінних, яка здійснює операцію активізації $F_{\text{акт}}$ підзаключень – знаходження ступенів істинності усіх заключень правил НП на етапі логічного розв'язання й акумуляції $F_{\text{акк}}$ заключень правил НП – знаходження сумарної функції приналежності для всіх лінгвістичних змінних множин правил НП на етапі формування управляючого впливу). На рисунку 9 представлений результат моделювання нечіткого висновку значенні вихідної нечіткої змінної «ШВИДКІСТЬ РО» системою Matlab 6.0.

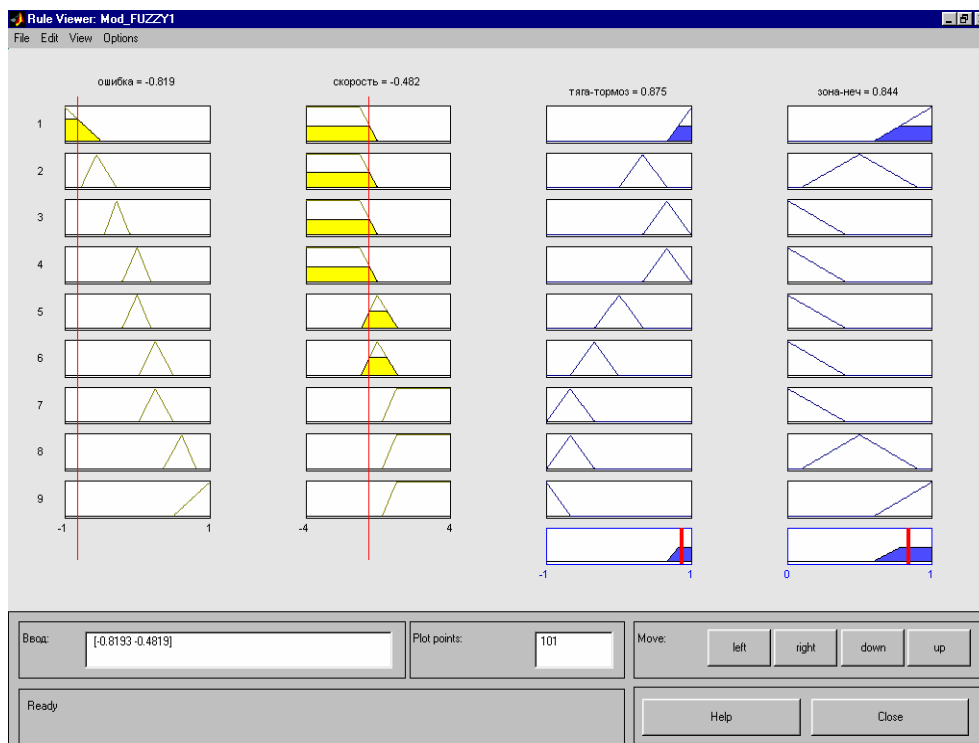


Рисунок 9 - Результат моделювання нечіткого висновку значенні вихідної нечіткої змінної «ШВИДКІСТЬ РО» системою Matlab 6.0

Висновки:

1. Запропоновано розширення чітких МП, яке полягає в доповненні існуючих елементів МП новими елементами – спеціальними

квазідвонаправленими дугами і їхніми з'єднаннями, введення яких збільшує мовні можливості зображення особливо при побудові моделей, які відображують маневрові пересування РО.

2. Для надання чітким МП динамічних властивостей введено в переходи затримку міток у часі на будь-яке число кроків моделювання. Врахування затримок часу запропоновано описувати дискретною передатною функцією затримки спрацьовування переходів на k тактів дискретного часу, що дає можливість досліджувати функціонування МП у часі з використанням методів аналізу та синтезу динамічних систем.

3. Запропоновані для нечітких МП **нові розширення** функціональних квазідвонаправлених складних переходів:

4. Імплікаційний перехід – ВІДНОШЕННЯ $R_{j,i}(X_{ji} \times Y_{ji})$ між змінними X_{ji} і Y_{ji} , тобто i значень j термів змінної X_{ji} у фазифіковані значення відповідних i термів відповідних j лінгвістичних або нечітких змінних Y_{ji} , що реалізує висловлення ЯКЦО – ТО. При цьому умови ЯКЦО цього правила відповідає множина вхідних позицій $P_{j,i}(X_{ji})$ цього переходу, а висновку ТО – множина вихідних позицій $P_{j,i+1}(Y_{ji})$;

5. Переходи, що реалізують операції:

– КОМПОЗИЦІЇ $F_{комп}$ НЕЧІТКИХ МНОЖИН A та ВІДНОШЕНЬ R_i , тобто $F_{комп} = (A \circ R_i)$;

– КОМПОЗИЦІЇ R_{ij} ВІДНОШЕНЬ R_i і ВІДНОШЕНЬ R_j , тобто ВІДНОШЕНЬ $R_{ij} = (R_i \circ R_j)$ або max–min – згортки;

– ФАЗИФІКАЦІЇ $F_{агр}$ вхідних змінних, яка здійснює агрегування – знаходження ступенів істинності для усіх вхідних термів;

– ДЕФАЗИФІКАЦІЇ вихідних змінних, яка здійснює активізацію $F_{акт}$ підзаключень – знаходження ступенів істинності усіх заключень правил нечітких продукцій (НП) на етапі логічного розв'язання й акумуляції $F_{акк}$ заключень правил НП – знаходження сумарної функції приналежності для всіх лінгвістичних змінних множин правил НП на етапі формування управляючого впливу (наприклад, за запропонованим критерієм упевненості в правильності прийняття рішення).

6. Вказані розширення дозволяють створити універсальну графову модель підсистем керування параметрами руху РО, яка функціонує при нечітких умовах.

Список літератури

1. Бондарев В.Н., Аде Ф.Г. Искусственный интеллект: Учеб. пособие для вузов. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2002. – 615 с., ил.

2. Бесекерский В.А. Цифровые автоматические системы. -М.: Наука, 1976.- 576 с.
3. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления. -М: Машиностроение, 1986.- 419 с.
4. Алиев Р.А., Церковный А.Э., Мамедова Г.А., Управление производством при нечеткой исходной информации. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 240 с.
5. Дитрих Я. Проектирование и конструирование: Системный подход. – М.: Мир, 1981. – 456 с., ил.
6. Котов В.Е. Сети Петри. - М.: Наука, 1984. - 160 с.
7. Леоненков А. В. Нечёткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ – Петербург, 2003. – 736 с.: ил.
8. Мурашко А.Г. Первое знакомство с сетями Петри: учеб. пособие. - К.:УМК ВО, 1988. – 71с.
9. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. - М.: Мир, 1984. - 235с.
10. Слепцов А.И., Юрасов А.А. Автоматизация проектирования управляющих систем гибких автоматизированных производств /Под ред. Б. Н. Малиновского.- К.: Техніка, 1986. - 110 с.
11. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем: Учебн. для вузов – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2001. – 324 с., ил.
12. Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р. Потоки в сетях: Пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – 276 с., ил.
13. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 496 с., ил.
14. Cohen C., Moller P., Quadrat J.-P., Viot M. Algebraic tools for the performance evaluation of discrete event systems // Proceedings of the IEEE. - January 1989. - Vol. 77, no. 1. - P. 30 — 53.
15. Murata T. Petri nets: properties, analysis and applications // Proceedings of the IEEE. - April 1989. - Vol. 77, no. 4. - P. 541 — 580.
16. Sheng-Uei Guan, Wei Liu. Self-modifiable color Petri nets for modeling user manipulation and network event handling // IEEE Transactions on computers. - July 2003. - Vol. 52, no.7. - P. 920 – 932.
17. Загарий Г.И., Тимошенко Е.В. Исследование дискретно-событийных систем железнодорожного транспорта. Часть 1. Алгебра сетей Петри (ОБЗОР) // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті .- 2005.- №3. – С.70-74.
18. Панченко С.В., Мелихов А.А. Доказательство существования функционального перехода в расширенных сетях Петри. // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті .- 2005.- №1,2. – С.84-91.
19. Загарий Г.И., Панченко С.В., Сытник Б.Т. Алгебра сетей Петри. Часть 1. Расширение – Квазидвунаправленность для моделирования динамических ситуаций передачи ресурса (меток).// Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті .- 2008.- №2. – С.76-83.