УДК 656.222.3

ОЦІНКА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ СКЛАДНОСТІ ЗАДАЧІ АВТОМАТИЗАЦІЇ РОЗРАХУНКУ ГРАФІКУ РУХУ ПОЇЗДІВ

Бутько Т.В., Прохорченко А.В., Прохорченко Г.О.

EVALUATION OF COMPUTATIONAL COMPLEXITY OF THE PROBLEM AUTOMATING CALCULATIONS TRAIN SCHEDULE

Butko T., Prokhorchenko A., Prokhorchenko G.

У статті досліджено теоретичну обчислювальну складність алгоритму вирішення задачі розрахунку графіку руху поїздів. Розглянуто можливість здійснення оцінки в межах теорії обчислювальної складності, що має велике практичне значення в умовах існування потужних електронно-обчислювальних машин. Задача розрахунку графіку руху поїздів може розглядатися як задача потокового календарного планування, доведено належність даної задачі до класу NP-повних відносно числа конфліктів у розкладі, тобто неможливо побудувати алгоритм рішення задачі, час роботи якого зростає не швидше, ніж деякий поліном від розміру вихідних даних.

Ключові слова: *графік руху поїздів, обчислювальна складність, NP-повна задача,алгоритм.*

Вступ. Проблема розрахунку графіку руху поїздів(ГРП) є складним і трудомістким завданням у випадку реалізації для реальних залізничних мереж. Задача побудови ГРП головним чином полягає в тому, щоб відшукати для кожного поїзда послідовність прослідування станцій на дільниці з урахуванням вирішення конфліктних ситуацій з іншими поїздами та за умови дотримання експлуатаційних обмежень залізничної інфраструктури. Одночасна прокладка великої кількості поїздів призводить до величезного простору пошуку рішень.

Викладення основного матеріалу. Найбільш складною є задача побудови графіку руху поїздів на одноколійній дільниці. На перший погляд ця задача може здатися не дуже складною і такою, що може бути вирішена перебором всіх можливих варіантів прослідування поїздів через дільницю. Дійсно, якщо розглянути задачу, в якій на одному плановому періоді часу два поїзди з різних напрямків повинні проїхати через одну станцію на одноколійній дільниці, виникне лише одна конфліктна ситуація. Рішення цієї конфліктної ситуації відповідає рішенню задачі побудови ГРП. Область рішень такої задачі налічує всього лише 2 можливих варіанти схрещення (перший поїзд зупиняється на станції, другий – прослідує без зупинки і навпаки). Але якщо збільшувати розмірність задачі (кількість пар поїздів), то можна побачити, що розмір області рішень збільшується дуже швидко.

Якщо представити конфліктну ситуацію з двома варіантами рішення в якості параметра, що характеризує умову прокладки поїздів, який приймає дискретні значення: 1 – поїзд має зупинку при схрещенні або 0 – поїзд не має зупинки, то при кількості конфліктних ситуацій в ГРП, рівній R (мається на увазі сумарну кількість схрещень і обгонів), число можливих варіантів графіку руху поїздів визначається за виразом

$$W = 2^R .$$

У випадку 50 конфліктних ситуацій в ГРП число можливих варіантів графіку складає $W = 2^{50} \approx 11,3 \cdot 10^{14}$. Якщо для оцінки одного варіанту потрібно виконати всього 100 операцій, то загальна обчислювальна робота при швидкості розрахунків ЕОМ 10 млн. операцій за секунду займе близько 400 років. Це доводить, що при великих значеннях R знаходження оптимального графіку простим перебором неможливе навіть при використанні найбільш швидкодіючої ЕОМ.

У випадку розробки парного одноколійного паралельного графіку для заданої кількості поїздів при неповному використанні пропускної спроможності і наявності неідентичних перегонів ця задача не має однозначного рішення, а кількість варіантів W за умови рівномірного розміщення ліній ходу поїздів на графіку представляє собою дуже велике значення. Наприклад, якщо виразити кількість схрещень R наближено через довжину дільниці $L = 250 км$, дільничну швидкість $v_{діл} = 40 км / год$ та кількість пар поїздів $N = 20$, $R = \frac{LN^2}{12v_{діл}} = \frac{250 \cdot 20^2}{12 \cdot 40} = 208$, то кількість варіантів ГРП складе $W = 2^{208} \approx 10^{63}$.

Побудова ГРП на двоколійній дільниці також є складною задачею. Припустимо, потрібно побудувати максимальний графік, тобто прокласти максимально можливе число вантажних поїздів для одного напрямку при заданому числі пасажирських поїздів $\max N_{вант}$. Тоді число варіантів максимального графіку складе $(I_p - I)$, де I_p – розрахунковий міжпоїзний інтервал для даної дільниці. Це положення не потребує особливого доказу. Якщо змістити розклад першого поїзда на одну хвилину та відповідно всіх наступних поїздів для того, щоб забезпечити дотримання між поїзного інтервалу, то буде отримано новий варіант графіку вантажних поїздів. Якщо виконати це $(I_p - I)$ разів,то можна дійти до вихідного варіанту.

Якщо потрібно побудувати не максимальний варіант графіку, а при заданих розмірах вантажного руху $N_{вант} < \max N_{вант}$, число варіантів графіку збільшиться кількість, що дорівнює числу сполучень $C_{N_{вант}}^{\max N}$, тобто

$$W = (I_p - I)\frac{\max N_{вант}!}{N_{вант}!(N_{вант} - N_{вант})!}.$$

Вже при $\max N_{вант} = 25$; $N_{вант} = 20$; $I_p = 10хв$ можливе число варіантів двоколійного графіку складе 50 000. Якщо, наприклад, один варіант такого графіку буде будуватися всього 1 хв, то для перегляду всіх варіантів буде потрібно більше місяця безперервної роботи ЕОМ.

У цьому контексті постає питання, чи можливо створити точний алгоритм вирішення задачі розрахунку ГРП, з огляду на той факт, що реальні полігони включають тисячі конфліктних ситуацій. З другого боку стрімке зростання області допустимих рішень при збільшенні розміру вхідних даних задачі ще не означає, що для вирішення такої задачі неможливо знайти швидкий алгоритм. Щоб відповісти на це питання потрібно оцінити теоретичну обчислювальну складність алгоритму вирішення даної задачі. Можливість здійснення таких оцінок надає теорія обчислювальної складності [1, 2,3], яка отримала стрімкий розвиток протягом останніх десятиріч, а з появою сучасних потужних ЕОМ набула великого практичного значення.

Одним з найважливіших понять у цій теорії є визначення важкості задачі, що вирішується. Задачею, що важко вирішується, вважається та, для рішення якої не існує поліноміального алгоритму, тобто алгоритму, у якого часова складність дорівнює $O(p(n))$, де $p(n)$ – поліноміальна функція, n – вхідна довжина.

Для розуміння розв'язання задачі розрахунку ГРП слід визначити, чи можливо вирішити дану задачу за поліноміальний час на детермінованій машині Тьюринга [11] і віднести її до класу P, або розв'язати її недетермінованими алгоритмами за поліноміальний час і віднести її до класу NP-задач.

В класі NP виділяють NP-повні задачі (англ., NP Comlete, NPC) – задачі, які належать до класу NP та будь-які інші задачі з NP, що зводяться до них за поліноміальний час. Цей клас задач привертає особливу увагу так як всі вони є еквівалентними між собою, тобто для ефективного рішення будь-якої з них достатньо вирішити одну. Також виділяють клас NP-складних задач (англ., NP-Hard). Задача визначається як NP- складна, якщо для неї існує така NP-повна задача, що зводиться до даної задачі за поліноміальний час (алгоритмічне зведення за Куком) [3]. На рисунку 1 наведена графічна інтерпретація взаємного співвідношення класів складності.

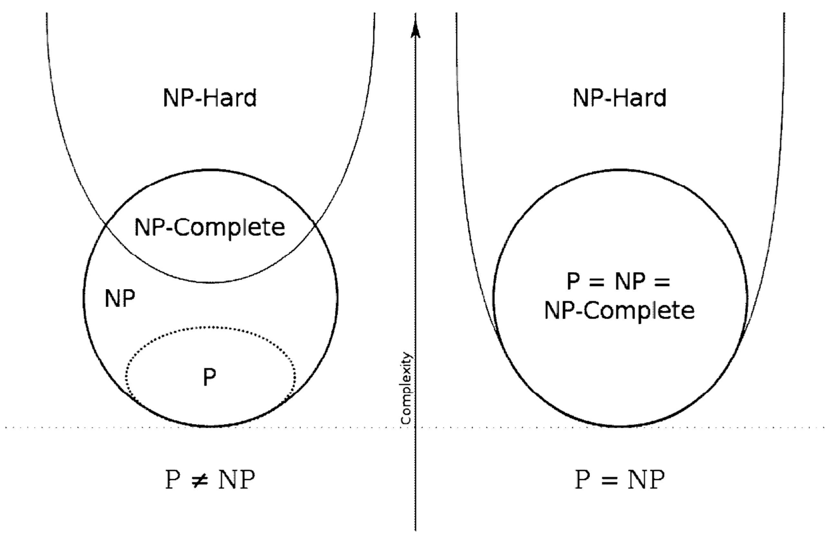

Рис. 1. Діаграма взаємного співвідношення класів складності у випадку вірності та хибності гіпотези $P \neq NP$

Центральним питанням теорії складності є питання про співпадання класів P та NP. Відповідь на питання про рівність класів P та NP дозволила б визначити, чи дійсно задачу легше перевірити, ніж вирішити ($P \neq NP$) або вирішити настільки ж легко, як і перевірити ($P = NP$). На даний момент більшість вчених схиляється до теорії $P \neq NP$. Тому виходячи із зазначеної нерівності класів в роботі запропоновано довести чи відноситься задача розрахунку ГРП до класу NP- повних задач. Відомо, що якщо визначена хоча б одна NP-повна задача, то процедура доказу NP-повноти інших задач значно спрощується. Для доказу NP-повноти задачі розрахунку ГРП – Π, де $\Pi \subseteq NP$ достатньо показати, що будь-яка з відомих NP-повних задач Π' може бути зведена до Π.

Спираючись на доказ NP-повноти задачі за методом звуження, який полягає у встановленні того, що задача розрахунку ГРП включає в якості окремого випадку відому NP-повну задачу, можна стверджувати про належність даної задачі до класу NP. Відомі основні NP-повні задачі, які використовуються найчастіше [3]: 3-виконуваність, тривимірне поєднання; верхове покриття; кліка; Гамільтонів цикл; задача розбиття.

Задача розрахунку ГРП може розглядатися як задача теорії розкладів, що підтверджується різними варіантами постановки як задача потокового планування (англ., *flow shop*) в багатьох роботах [4,5,6]. В межах різних досліджень доведено [7,8,9], що задача потокового календарного планування (англ., *flow shop*) належить до класу NP-повних задач. Так як така задача може бути зведена до однієї із основних NP-повних задач – задача розбиття [10].

Якщо спростити задачу розрахунку ГРП, то можна розглядати необхідну кількість ниток графіку руху поїздів як задану кінцеву множину A «завдань» в класичній постановці даної задачі, тоді кількість перегонів на дільниці як число $m \in Z^+$ (де Z^+ – множина додатних чисел) «процесорів», час руху поїздів по дільниці можна записати у вигляді множини $l(a) \in Z^+$ для всіх $a \in A$, тобто «тривалість», директивний строк прибуття поїзду на станцію призначення $D \in Z^+$. необхідно довести існування розбиття $A = A_1 \cup A_2 \cup ... A_m$ множини A на m множин, які не перетинаються

$$\max\left\{ \sum_{a \in A_i} l(a) : 1 \le i \le m \right\} \le D .$$

При розгляді задач, для яких m=2 та $D = 1/2 \sum_{a \in A} l(a)$, то задача зводиться до задачі розбиття.

Таким чином, задача розрахунку ГРП є NP-повною відносно числа конфліктів у розкладі [11,12,13], тобто неможливо побудувати такий алгоритм, час роботи якого зростає не швидше, ніж деякий поліном від розміру вихідних даних.

Висновок. Відповідно до вище наведених доказів задача розрахунку ГРП, навіть теоретично не може мати ефективних алгоритмів, які можуть знайти оптимальне рішення. Методом повного перебору варіантів цю задачу вирішити також неможливо, тому що для цього потрібен колосальний об'єм обчислювальних ресурсів. Отже, немає сенсу витрачати зусилля на пошуки таких алгоритмів, які б могли вирішити цю задачу точно, а потрібно розглянути можливості створення такого алгоритму, за допомогою якого можливо було б знаходити ГРП, близький до оптимального, протягом прийнятного часового інтервалу і який можливо було реалізувати у вигляді комп'ютерної програми. Оскільки точне рішення задачі для реального залізничного полігону неможливе, потрібно розглянути можливість застосування евристичних алгоритмів. Евристичні алгоритми - це алгоритми вирішення задач, які не гарантують знайдення оптимального рішення, але можуть мати достатній рівень потужності з точки зору збіжності і якості отриманих рішень.

Література

1. Cook, S.A.: The complexity of theorem-proving procedures[Text]/ Cook S.A.: // Proc. 3rd. Annual ACM Symp. Theory of Computing.– New York, 1971.– pp. 151–158.
2. Karp, R.M.: Reducibility among combinatorial problems[Text]/ R.M Karp// In: Miller, R.E., Thather, J.W. (eds.): Complexity of Computer Computations, Plenum press, New York, 1972.– pp. 85–103.
3. Гери, М.Р. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи/[Текст]// Гери М.Р., Джонсон Д.С.. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
4. Luh, P.B., Chen, D., Thakur, L.S., 1999. An effective approach for job-shop scheduling with uncertain processing requirements[Text]/. IEEE Transactions on Robotics and Automation 15 (2), 328–339.
5. Dinh Nguyen PHAM Complex Job Shop Scheduling: Formulations, Algorithms and a Healthcare Application/ Dinh Nguyen PHAM [Text]// Thesis presented to the Faculty of Economics and So cial Sciences at the University of Frib o urg (Switzerland). – 2008. – 162 p.
6. D'Ariano, D. Pacciarelli, and M. Pranzo, A branch and bound algorithm for scheduling trains in a ra ilway network[Text]/ Europ ean Journal of Op eratio na l Resea rch doi:10.1016/j.ejor.2006. 10.034(2006).
7. Cho Y., Sahni S.Preemptive scheduling of independent jobs with release and due times on open, flow and job shops[Text] // Oper. Res. - 1981. - Vol. 29. - P. 511–522.
8. Du J., Leung J. Y.-T. Minimizing mean flow time in two-machine open shops and flow shops[Text] // J. Algorithms. - 1993. - Vol. 14. - P. 341–364.
9. Gonzalez T., Sahni S. Open shop scheduling to minimize finish time [Text]// J. ACM. - 1976. - Vol. 23. - P. 665–679.
10. Gonzalez T., Sahni S. Flowshop and jobshop schedules: complexity and approximation[Text]/ Oper. Res. - 1978. - Vol. 26, N 1. - P. 36–52.
11. Рейнгольд, Нивергельт Ю., Део Н. (1980). Комбинаторные Алгоритмы (рос.). Москва: Мир. с. 442—443.

R e f e r e n c e s

1. Cook, S.A.: The complexity of theorem-proving procedures[Text]/ Cook S.A.: // Proc. 3rd. Annual ACM Symp. Theory of Computing.– New York, 1971.– pp. 151–158.
2. Karp, R.M.: Reducibility among combinatorial problems[Text]/ R.M Karp// In: Miller, R.E., Thather, J.W. (eds.): Complexity of Computer Computations, Plenum press, New York, 1972.– pp. 85–103.
3. Geri, M.R. Vyichislitelnyie mashinyi i trudnoreshaemyie zadachi/[Tekst]// Geri M.R., Dzhonson D.S.. – M.: Mir, 1982. – 416 s.
4. Luh, P.B., Chen, D., Thakur, L.S., 1999. An effective approach for job-shop scheduling with uncertain processing requirements[Text]/. IEEE Transactions on Robotics and Automation 15 (2), 328–339.
5. Dinh Nguyen PHAM Complex Job Shop Scheduling: Formulations, Algorithms and a Healthcare Application/ Dinh Nguyen PHAM [Text]// Thesis presented to the Faculty of Economics and So cial Sciences at the University of Frib o urg (Switzerland). – 2008. – 162 p.
6. D'Ariano, D. Pacciarelli, and M. Pranzo, A branch and bound algorithm for scheduling trains in a ra ilway network[Text]/ Europ ean Journal of Op eratio na l Resea rch doi:10.1016/j.ejor.2006. 10.034(2006).
7. Cho Y., Sahni S.Preemptive scheduling of independent jobs with release and due times on open, flow and job shops[Text] // Oper. Res. - 1981. - Vol. 29. - P. 511–522.
8. Du J., Leung J. Y.-T. Minimizing mean flow time in two-machine open shops and flow shops[Text] // J. Algorithms. - 1993. - Vol. 14. - P. 341–364.
9. Gonzalez T., Sahni S. Open shop scheduling to minimize finish time [Text]// J. ACM. - 1976. - Vol. 23. - P. 665–679.
10. Gonzalez T., Sahni S. Flowshop and jobshop schedules: complexity and approximation[Text]/ Oper. Res. - 1978. - Vol. 26, N 1. - P. 36–52.
11. Reyngold, Nivergelt Yu., Deo N. (1980). Kombinatornyie Algoritmyi (ros.). Moskva: Mir. s. 442—443.

Бутько Т.В., Прохорченко А.В., Прохорченко Г.О. Оценка вычислительной сложности задачи автоматизации расчета графика движения поездов.

В статье исследована теоретическая вычислительная сложность алгоритма решения задачи расчета графика движения поездов. Рассмотрена сложность задачи построения графика движения поездов для одно- и двухпутного участка. Оценка данной задачи может быть проведена в рамках теории вычислительной сложности. Задача расчета графика движения поездов может быть рассмотрена как задача потокового календарного планирования, доказана принадлежность данной задачи к классу NP – полных относительно числа конфликтов в расписании, т.е. невозможно построить алгоритм решения задачи, время работы которого растет не быстрее, чем некоторое полином от размера исходных данных. Полученные результаты подтверждают необходимость создания алгоритма для расчета ГДП, с помощью которого можно было бы находить график движения поездов, близкий к оптимальному, в течение приемлемого временного интервала и который можно было реализовать в виде компьютерной программы.

Ключевые слова: *график движения поездов, вычислительная сложность, NP-полная задача, алгоритм.*

Butko T., Prokhorchenko A., Prokhorchenko G. Evaluation of computational complexity of the problem automating calculations train schedule.

The paper studies the theoretical computational complexity of the algorithm for solving the problem of calculating the train schedule. We consider the complexity of the task of building the train schedule for single-and double-track section. Evaluation of the task can be performed within the computational complexity theory. The task of calculating the train schedule can be viewed as a problem of scheduling streaming, this task proved to belong to the class NP - complete with respect to the number of conflicts in the schedule, that it is impossible to construct an algorithm for solving the problem, the work which has been growing faster than a polynomial in the size of the original data. These results confirm the need to create an algorithm for the calculation of the train schedule, with the help of which we could find the schedule of trains, close to optimal, within a reasonable time frame and which can be implemented as a computer program and the possibility of using heuristic algorithms.

Keywords: *train schedule, NP-Indent problem, the algorithm.*

Бутько Тетяна Василівна – доктор технічних наук, професор, завідуюча кафедрою «Управління експлуатаційною роботою» Української державної академії залізничного транспорту, uermp@ukr.net

Прохорченко Андрій Володимирович – доцент кафедри Управління експлуатаційною роботою» Української державної академії залізничного транспорту, galand29@yandex.ru

Прохорченко Галина Олегівна – асистент кафедри Управління експлуатаційною роботою» Української державної академії залізничного транспорту, galaproh@meta.ua

Рецензент: д.т.н., проф. Чернецька-Білецька Н.Б.

Стаття подана 24.02.2013