УДК 681.5.08:629.4.016.5

ХІСМАТУЛІН В.Ш., к.т.н., професор (УкрДАЗТ)
ВОЛІЧЕНКО І.Г., асистент (УкрДАЗТ)

Оптимальний лінійний алгоритм оцінювання координат стану рухомої одиниці

Вступ

Для ефективного керування процесом перевезень потрібно застосовувати оптимальні алгоритми обробки результатів спостережень (вимірів), за допомогою яких здійснюється визначення координатної інформації рухомих одиниць, що потрібна для прийняття різноманітних рішень.

Запропонований алгоритм базується на моделі руху транспортного засобу у просторі станів, побудовані на основі статистичного аналізу його прискорення [1].

Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Загальні методи теорії оптимальної фільтрації та оптимальні лінійні алгоритми оцінювання, зокрема, викладені в [2,3]. Проте в статті пропонується алгоритм для оцінювання координат стану рухомих одиниць, що побудований на основі моделі руху транспортного засобу, яка базується на статистичному аналізі їх прискорення [1].

Мета статті

У статті запропоновано оптимальний лінійний алгоритм оцінювання координат стану рухомої одиниці. Проведено аналіз його збіжності шляхом перевірки спостережності вектору стану та запропоновано заходи для можливості застосування даного алгоритму при відсутності інформації про відстань до рухомої одиниці.

Виклад основного матеріалу дослідження

В основі побудови оптимальних алгоритмів оцінювання стану динамічного об’єкту лежать модель динаміки його руху та модель спостережень [1]. Вищезазначені моделі повністю визначають структуру та якість алгоритму оцінки стану.

При достатньо малих інтервалах спостережень $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ можна вважати, що модель динаміки рухомої одиниці та рівняння спостережень мають наступний вигляд [1]:

$$\mathbf{z}(t_n) = \mathbf{\Phi}(\Delta t_n)\mathbf{z}(t_{n-1}) + \mathbf{Q}(\Delta t_n)\xi(t_{n-1}), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t_n) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t_n) + \mathbf{D}\boldsymbol{\eta}(t_n), \quad (2)$$

де $\mathbf{z} = [w\ v\ r]^T$ − вектор-стовпець стану об'єкта, компонентами якого є прискорення w, швидкість руху v та відстань r до деякої фіксованої точки;

$\mathbf{\Phi}(\Delta t_n)$ − перехідна матриця стану;

ξ − шум збудження − послідовність некорельованих випадкових величин, розподілених за нормальним законом;

$\mathbf{Q}(\Delta t_n)$ − матриця збудження;

$\mathbf{y}$ − вектор-стовпець результатів спостережень;

$\mathbf{C}$ − матриця спостережень;

$\boldsymbol{\eta}$ − вектор-стовпець шумів спостережень (помилок спостережень) − послідовність некорельованих випадкових величин, розподілених по нормальному закону з відомими математичним сподіванням $\mathbf{m}_\eta$ та матрицею дисперсій $\mathbf{S}_\eta$;

$\mathbf{D}$ − матриця шумів спостережень.

Початкове значення вектора стану $\mathbf{z}(t_0)$ вважається випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з відомими математичним сподіванням $\mathbf{m}_z(t_0) = \mathbf{m}_{z0}$ та матрицею центральних моментів другого порядку $\mathbf{M}(t_0) = \mathbf{M}_0$.

У [4] для синтезу лінійного алгоритму оптимального оцінювання координатної інформації модель прискорення рухомої одиниці запропоновано розглядати як випадковий процес, розподілений за нормальним законом з математичним сподіванням m_w, дисперсією σ_w^2 та кореляційною функцією

$$R_w(\tau) = \sigma_w^2 \exp\left(-|\tau| / \tau_w\right). \qquad (3)$$

Виходячи з цього компоненти моделі (1) є такими:

$$\mathbf{\Phi}(\Delta t_n) = \begin{bmatrix} \rho(\Delta t_n) & 0 & 0 \\ \Delta t_n & 1 & 0 \\ 0 & \Delta t_n & 1 \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

$$\mathbf{Q}(\Delta t_n) = \left[q(\Delta t_n) \quad 0 \quad 0 \right], \qquad (5)$$

де $\rho(\Delta t_n)$, $q(\Delta t_n)$ − коефіцієнти, що визначаються за виразами:

$$\rho(\Delta t_n) = \exp\left(-\Delta t_n / \tau_w\right), \qquad (6)$$

$$q(\Delta t_n) = \sqrt{1 - \rho^2(\Delta t_n)}. \qquad (7)$$

Оптимальний лінійний алгоритм оцінювання стану об'єкта, рух якого відповідає вказаним моделям, визначається наступними рекурентними співвідношеннями:

$$\hat{\mathbf{z}}_e(t_n) = \mathbf{\Phi}(\Delta t_n)\hat{\mathbf{z}}(t_{n-1}), \qquad (8)$$

$$\hat{\mathbf{z}}(t_n) = \hat{\mathbf{z}}_e(t_n) + \mathbf{K}(t_n)[\mathbf{y}(t_n) - \hat{\mathbf{z}}_e(t_n)], \qquad (9)$$

де $\hat{\mathbf{z}}_e(t_n)$ – математичне сподівання оцінки стану до моменту чергових вимірювань (апріорна або екстрапольована оцінка);

$\hat{\mathbf{z}}(t_n)$ – оцінка стану з урахуванням чергових вимірювань (апостеріорна оцінка);

$\mathbf{K}(t_n)$ – матриця оптимальних коефіцієнтів підсилення.

Розрахунок матриці $\mathbf{K}(t_n)$ проводиться з урахуванням точності вимірювань та інтенсивності зміни прискорення рухомої одиниці за такими рекурентними рівняннями:

1) рівняння (10) для розрахунку матриці $\mathbf{M}(t_n)$ коваріацій апріорних помилок оцінювання вектору стану;

2) рівняння (11) для визначення матриці коваріацій апостеріорних помилок оцінювання вектору стану, в якому $\Delta\mathbf{M}(t_n)$ – матриця, що характеризує зменшення апріорних помилок за результатами чергових вимірювань, яка розраховується за виразом (12);

3) рівняння (13) для визначення матриці оптимальних коефіцієнтів підсилення.

Наведений алгоритм відомий як дискретний алгоритм фільтрації Калмана [2,3 та ін.].

$$\mathbf{M}(t_n) = \mathbf{\Phi}(\Delta t_n)\mathbf{P}(t_{n-1})\mathbf{\Phi}^T(\Delta t_n) + \mathbf{Q}(\Delta t_n)\sigma_w^2\mathbf{Q}^T(\Delta t_n); \qquad (10)$$

$$\mathbf{P}(t_n) = \mathbf{M}(t_n) - \Delta\mathbf{M}(t_n), \qquad (11)$$

$$\Delta\mathbf{M}(t_n) = \mathbf{M}(t_n)\mathbf{C}^T\left[\mathbf{C}\mathbf{M}(t_n)\mathbf{C}^T + \mathbf{S}_\eta\right]^{-1}\mathbf{C}\mathbf{M}(t_n). \qquad (12)$$

$$\mathbf{K}(t_n) = \mathbf{M}(t_n)\mathbf{C}^T[\mathbf{C}\mathbf{M}(t_n)\mathbf{C}^T + \mathbf{S}_\eta]^{-1}; \qquad (13)$$

Початкові умови для проведення розрахунків:

– для рівнянь (8), (9) $\hat{\mathbf{z}}_e(t_0)=\mathbf{m}_z(t_0)=\mathbf{m}_{z0}$;

– для рівнянь (10) – (13) $\mathbf{M}(t_0)=\mathbf{M}_0$.

Блок-схема оптимального лінійного рекурентного алгоритму оцінювання стану рухомої одиниці наведено на рисунку 1.

Необхідною умовою ефективності (збіжності) оптимального лінійного рекурентного алгоритму (8) – (13) є спостережність вектора стану $\mathbf{z}$ за результатами вимірювань [3]. Для тримірного вектора стану $\mathbf{z}=[w\ v\ r]^T$ умова спостережності полягає у тому, що матриця (матриця спостережності N), складена за правилом

$$\mathbf{N}=[\mathbf{C}^T\quad \mathbf{\Phi}^T(\Delta t_n)\mathbf{C}^T\quad (\mathbf{\Phi}^T(\Delta t_n))^2\mathbf{C}^T]\qquad(14)$$

має мати ранг, рівний трьом.

Перевіримо виконання умови спостережності для випадків, коли проводяться виміри відстані та швидкості руху.

При вимірюванні відстані $\mathbf{C}=[0\ \ 0\ \ c_3]$. Тоді

$$\mathbf{N}=\begin{bmatrix}0 & 0 & c_3\Delta t_n{}^2\\ 0 & c_3\Delta t_n & c_3 2\Delta t_n\\ c_3 & c_3 & c_3\end{bmatrix}.$$

Нескладно встановити, що у цьому випадку при $\Delta t_n>0$ умова спостережності виконується, й тому розглянутий алгоритм буде забезпечувати ефективну оцінку стану рухомої одиниці.

При вимірюванні швидкості руху $\mathbf{C}=[0\ \ c_2\ \ 0]$. У цьому випадку

$$\mathbf{N}=\begin{bmatrix}0 & c_2\Delta t_n & c_2\Delta t_n(\rho(\Delta t_n)+1)\\ c_2 & c_2 & c_2\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Дана матриця при $\Delta t_n>0$ має ранг, рівний двом, тобто при вимірюванні лише швидкості принципово неможливо забезпечити ефективну оцінку положення рухомої одиниці.

З урахуванням результатів аналізу спостережності можна зробити висновок, що при відсутності вимірів відстані до рухомої одиниці доцільно спростити алгоритм (8) – (13) виключенням з вектору стану складової координати. Таким чином, вектор стану матиме вигляд $\mathbf{z}=[w\ v]^T$. Після спрощення компоненти моделі мають наступний вигляд:

$$\mathbf{\Phi}(\Delta t_n)=\begin{bmatrix}\rho(\Delta t_n) & 0\\ \Delta t_n & 1\end{bmatrix},\qquad(15)$$

$$\mathbf{Q}(\Delta t_n)=[q(\Delta t_n)\quad 0],\qquad(16)$$

$$\mathbf{C}=[0\quad c_2].$$

Результати поодиноких вимірів є послідовністю скалярних величин

$$y(t_n)=c_2\cdot[v(t_n)+\eta(t_n)],\qquad(17)$$

з дисперсією $s_\eta=\sigma_v^2$.

У цьому випадку також можна проводити оцінку координати. Для оцінки координати рухомої одиниці використовується рекурентне рівняння

$$\hat{r}(t_n)=\hat{r}(t_{n-1})+\hat{v}(t_{n-1})\cdot\Delta t_n,\qquad(18)$$

у якому початкове значення $\hat{r}(t_0)=r_0$ – відстань до об’єкту у момент початку роботи алгоритму, а оцінки $\hat{v}(t_{n-1})$ беруться з алгоритму (8) – (13).

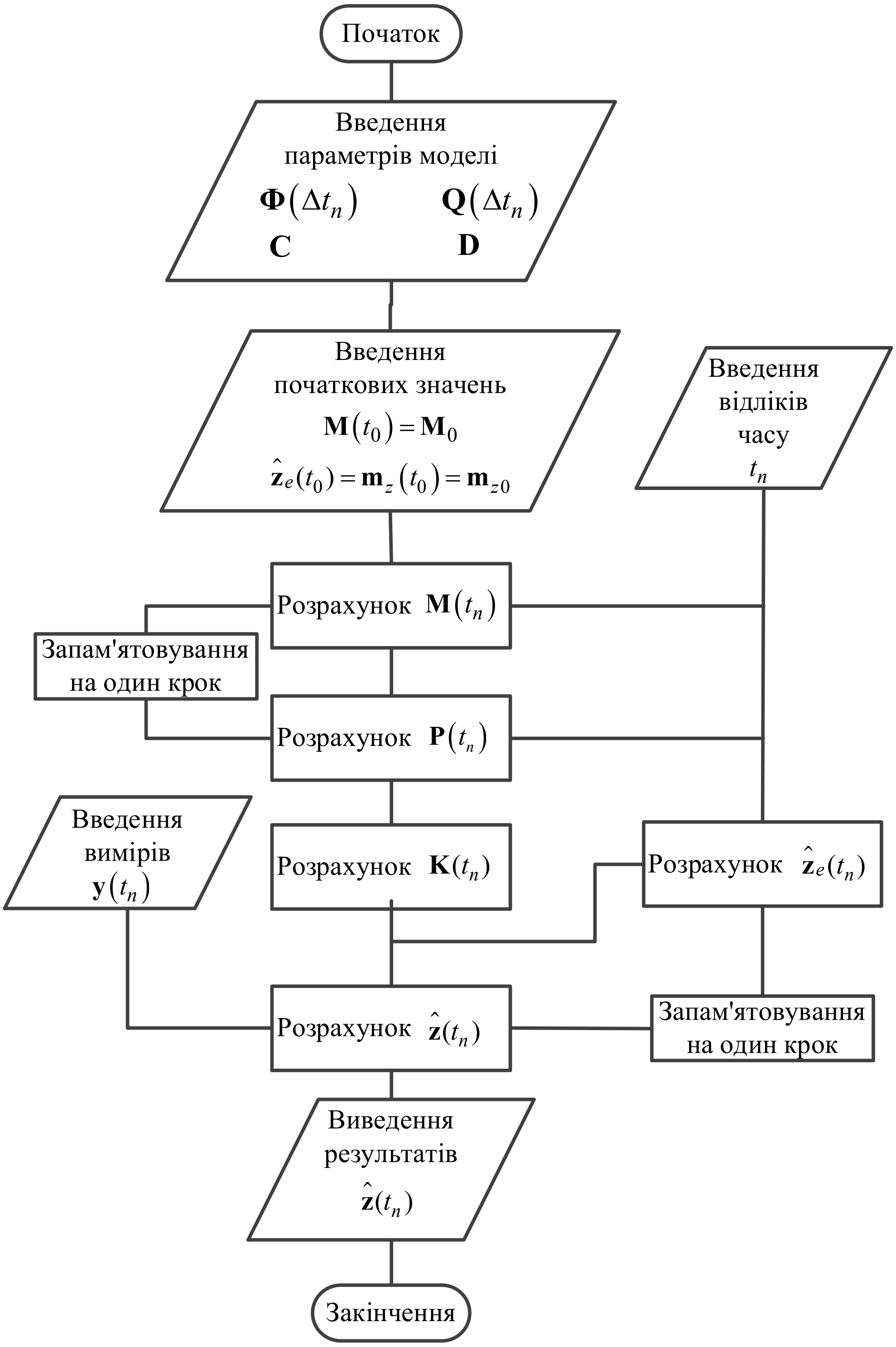

Рис. 1. Блок-схема оптимального лінійного алгоритму оцінювання

Внаслідок того, що оцінки швидкості $\hat{v}(t_{n-1})$, які дає алгоритм (8) – (13), мають більшу точність, ніж результати її поодиноких вимірів, дисперсія оцінки відстані буде зростати повільно, що у деяких випадках може дозволити скористатись отрима ними у такий спосіб оцінками координати рухомої одиниці.

Висновки

Запропоновано оптимальний лінійний рекурентний алгоритм оцінювання координатної інформації рухомої одиниці.

Встановлено, що алгоритм дає цілком спостережну оцінку параметрів руху при наявності вимірів дальності. Якщо проводяться лише виміри швидкості руху, повна спостережність стану порушується. У останньому випадку доцільно зменшити розмірність вектора стану до двох та спростити алгоритм.

Список літератури

1. Бойнік А. Б. Модель руху транспортного засобу для синтезу лінійного алгоритму оцінки координатної інформації [Текст] / А. Б. Бойнік, В. Ш. Хісматулін, І. Г. Воліченко // Збірник наукових праць ДонІЗТ. – Донецьк, 2013. – Вип. 36. – С. 63-67.
2. Sage A. P. Estimation Theory with Application to Communication and Control [Text] / A. P. Sage, J. L. Melse. – N.-Y : McGraw-Hill, 1972. – 529 p.
3. Meditch J. S. Stochastic optimal linear estimation and control [Text] / J. S. Meditch. – N.-Y : McGraw-Hill, 1969. – 440 p.
4. Хисматулин В. Ш. Методика выбора структуры алгоритмов оценивания состояния маневрирующих целей [Текст] / В. Ш. Хисматулин, И. А. Кулинич // Системи обробки інформації : Збірник наукових праць ХВУ. – Х., 2004. – Вип. 11(39). – С. 216-224.

Анотації:

Запропоновано оптимальний лінійний рекурентний алгоритм оцінювання координат стану рухомої одиниці. Проведено аналіз спостережності вектору стану рухомої одиниці, висунуто умови збіжності алгоритму оцінювання.

Ключові слова: алгоритм, оцінювання, стан, спостережність, модель, рухома одиниця, теорія оптимальної лінійної фільтрації.

Представлен оптимальный линейный рекуррентный алгоритм оценивания координат состояния подвижной единицы. Проведен анализ наблюдаемости вектора состояния подвижной единицы, выдвинуты условия сходимости алгоритма оценивания.

Ключевые слова: алгоритм, оценивание, состояние, наблюдаемость, модель, подвижная единица, теория оптимальной линейной фильтрации.

Presented optimal linear recurrent estimation algorithm of state coordinates of the mobile unit. Analysis of observability vector coordinate state of the mobile unit, nominated conditions convergence estimation algorithm.

Keywords: algorithm, estimation, state, observability, model, mobile unit, optimal linear filtration theory.

УДК 656.025:510.223

ЛАВРУХІН О.В., доцент (УкрДАЗТ)
КІМАН А.М., заступник начальника відділу комерційної роботи і маркетингу (Знам'янська ДН)

Аналіз діючої технологій формування та просування поїздопотоків в умовах існування групових поїздів оперативного призначення

Вступ

Розвиток ринку транспортних послуг передбачає своєчасне та максимально якісне забезпечення клієнтів залізничного транспорту в перевезеннях. З цією метою необхідним є постійне дослідження процесів, які впливають на діючу технологію формування та просування вантажопотоків, яка в свою чергу повинна бути орієнтованою в бік поліпшення якості обслуговування клієнтів при умові